ISAC システム実現に向けた方向推定の基礎
Fundamentals of Direction Estimation for Realization of ISAC Systems

菊間 信良
Nobuyoshi KIKUMA

名古屋工業大学
Nagoya Inst. of Tech.

概要

第 6 世代移動通信に向けてセンシングと無線通信の融合，すなわちレーダ等によるセンシングデータと通信データを統合するシステムの実現が注目されている．このシステムは ISAC (Integrated Sensing and Communication) と呼ばれ，センシングと通信を 1 つのフレームワークに統合することにより包括的で精度の高い測定が可能となるため，センシングと無線通信両方のサービスの効率が向上する．それ故，この ISAC システムの実現により，スマートシティ，自動運転，高精度なターゲットの位置特定と追跡など，多岐にわたる分野での応用が期待されている．その中で，ターゲットの位置や方向を推定するための技術として，アレーアンテナを用いた方向推定法が重要な役割を果たし，センシングデータ収集のキーテクノロジーになると考えられる．本講座では，若手技術者，学生を対象に，アレーアンテナの基礎，および基本的な SIMO (Single-Input and Multiple-Output) レーダ用の代表的な方向推定アルゴリズムについて，数式による説明にシミュレーション結果を交えながら解説する．更に MIMO (Multiple-Input and Multiple-Output) レーダによる方向推定へと拡張させていき，MIMO レーダを用いる手法の特長を述べる．

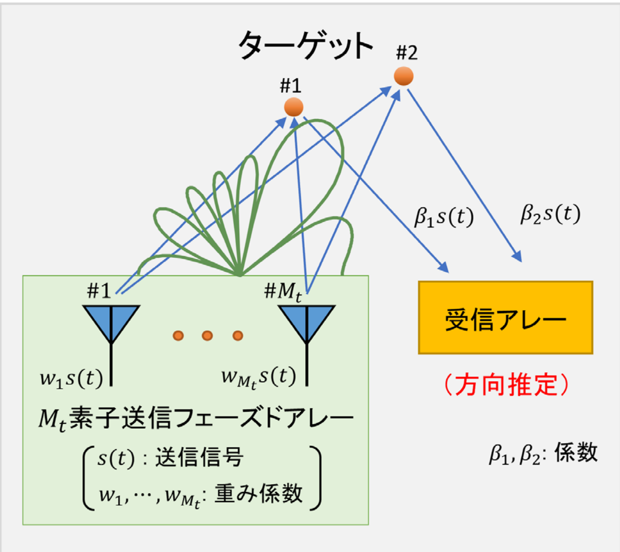


図 1　SIMO レーダによる方向推定

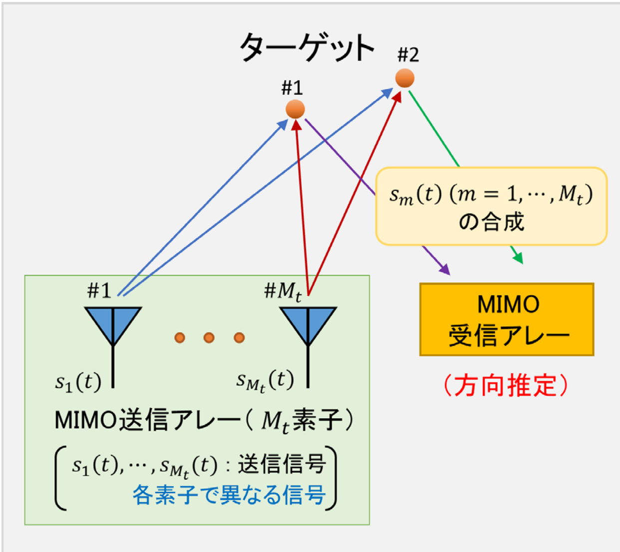


図 2　MIMO レーダによる方向推定

Abstract

The realization of ISAC, the integration of sensing and wireless communications, is attracting attention toward 6th generation mobile communications. ISAC is expected for applications in various fields, including high-precision target localization. In this context, direction estimation using array antennas will play an essential role. This course explains the fundamentals of array antennas and typical direction estimation algorithms for SIMO radars. It provides mathematical explanations and simulation results. Also, the course will be extended to cover direction estimation using MIMO radars.

ISACシステム実現に向けた方向推定の基礎

Fundamentals of Direction Estimation for Realization of ISAC Systems

菊間信良
Nobuyoshi KIKUMA
名古屋工業大学
Nagoya Institute of Technology
kikuma@nitech.ac.jp

目次

1. はじめに
2. アレーアンテナによるアダプティブビームフォーミング(解析モデル)
3. アレーアンテナ/SIMOによる到来方向推定
   - 2次統計量を用いた到来方向推定
   - 圧縮センシングを用いた到来方向推定
4. MIMO技術を用いた到来方向推定への拡張
   - MIMOの基礎
   - 推定アルゴリズムのMIMOシステムへの適用
5. まとめと今後の展望

1　はじめに

はじめに

Massiveは「**大規模な**」という意味

Beyond 5G/6Gにおける
有力な要素技術：Massive MIMO

多数のアンテナ(マルチアンテナ)とビームフォーミング技術

↓

ひとりひとりに専用の電波を割り当てる

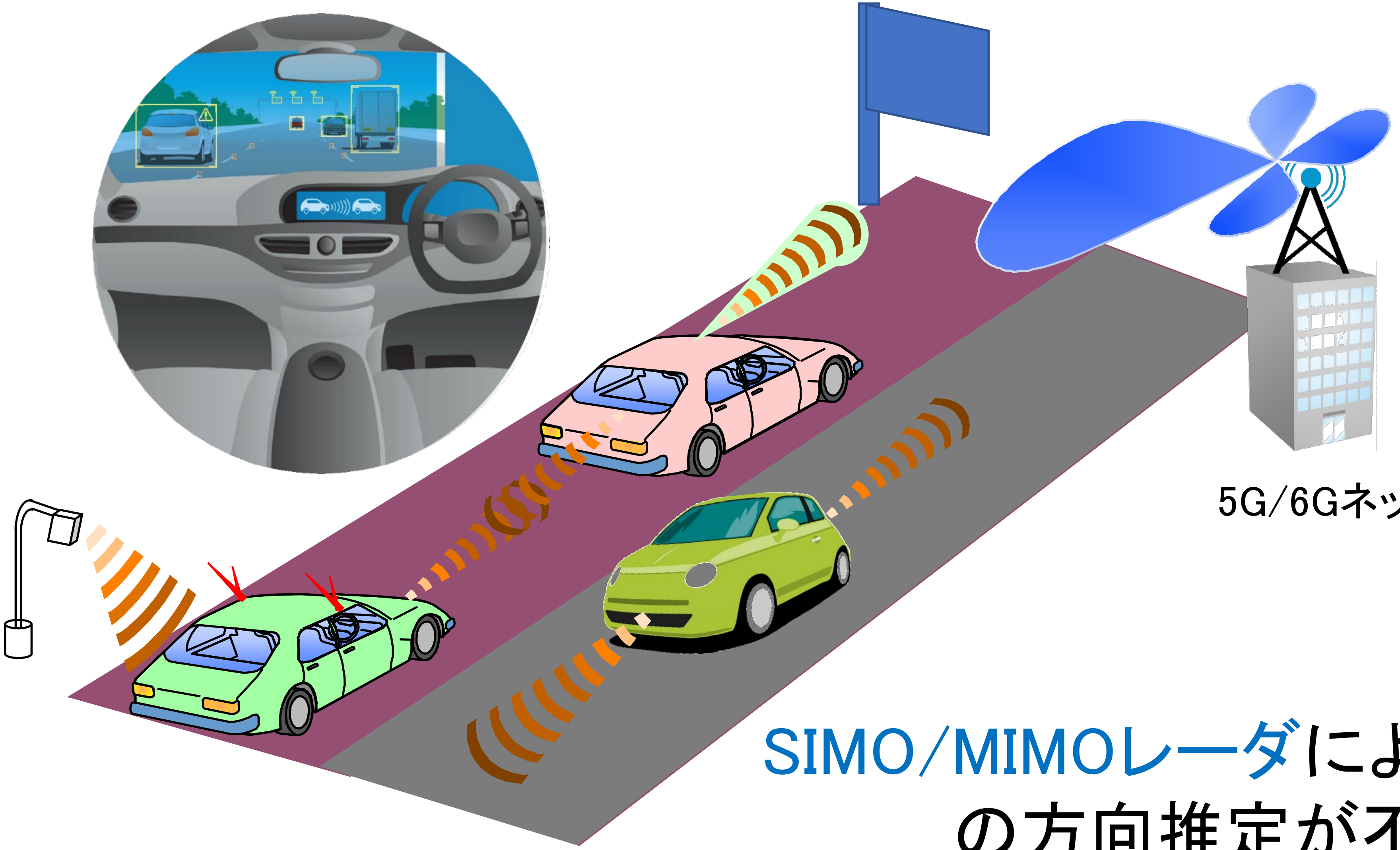
↓

人が多く集まる場所でも快適なモバイル通信を実現

アレーアンテナ/MIMOアンテナを用いた電波の
到来方向推定が重要な役割を果たす

※ MIMO: Multiple Input / Multiple Output

はじめに　自動運転を支える電波の目



SIMO/MIMOレーダによる到来電波の方向推定が不可欠

※ SIMO: Single Input / Multiple Output

アレーアンテナによるアダプティブビームフォーミング
2　～解析モデル～

【ポイント】

- アレー各素子の重み付けをどのように決めるか
- 解析のための受信信号等のベクトル・行列表記

なぜアレーアンテナを使うのか

- 各素子出力の同相合成により信号対雑音比(SNR)が増大
- 鋭いメインローブにより信号の空間的分離が容易
- 電気的にメインローブ（あるいはヌル）の走査が可能

アレーアンテナの指向性制御方法

- 素子の配列方法
  （リニア，サーキュラ，矩形，球面など）
- 素子の間隔（等間隔，不等間隔など）
- 個々のアンテナ素子の励振振幅
- 個々のアンテナ素子の励振位相
- 個々のアンテナ素子の指向性
  （array of arrayなど）

行列とベクトル【線形代数の復習】

$\mathbb{R}$と$\mathbb{C}$をそれぞれ<u>実数集合</u>と<u>複素数集合</u>とする．一般に複素数を以下のように長方形に複数個配列したものを行列という．

複素数を要素にもつ
$M \times N$の行列の集合

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & \cdots & a_{MN} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M\times N} \quad a_{mn} \in \mathbb{C}$$

$$(m = 1, \cdots, M; n = 1, \cdots, N)$$

特に，$N = 1$の場合は$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$となり，$M$次元の列（縦）ベクトルとなる．同様に，$M = 1$の場合は$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a} \in \mathbb{C}^{1\times N}$となり，$N$次元の行（横）ベクトルとなる．通常，$\mathbb{C}^{M\times 1}$は$\mathbb{C}^{M}$と略して表される．

記号の定義・説明

上添え字 T	行列の転置
上添え字 $*$	複素共役
上添え字 H	複素共役転置
j	虚数単位($j^2 = -1$)
$\mathbb{R}$	実数の集合
$\mathbb{C}$	複素数の集合
$\mathbb{R}^{M \times N}$	M行N列の実数行列の集合
$\mathbb{C}^{M \times N}$	M行N列の複素行列の集合
$\mathbb{R}^{M}$	M次元実数列ベクトルの集合
$\mathbb{C}^{M}$	M次元複素列ベクトルの集合

本研究では，ベクトルは列ベクトルを基本とする

ベクトル，行列，スカラーの書き方（本講）

ベクトル：小文字の太字のイタリック

（例）$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}$

行列：大文字の太字のイタリック

（例）$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{A}$

スカラー：イタリック（大文字でも小文字でもよい）

（例）K, α, c

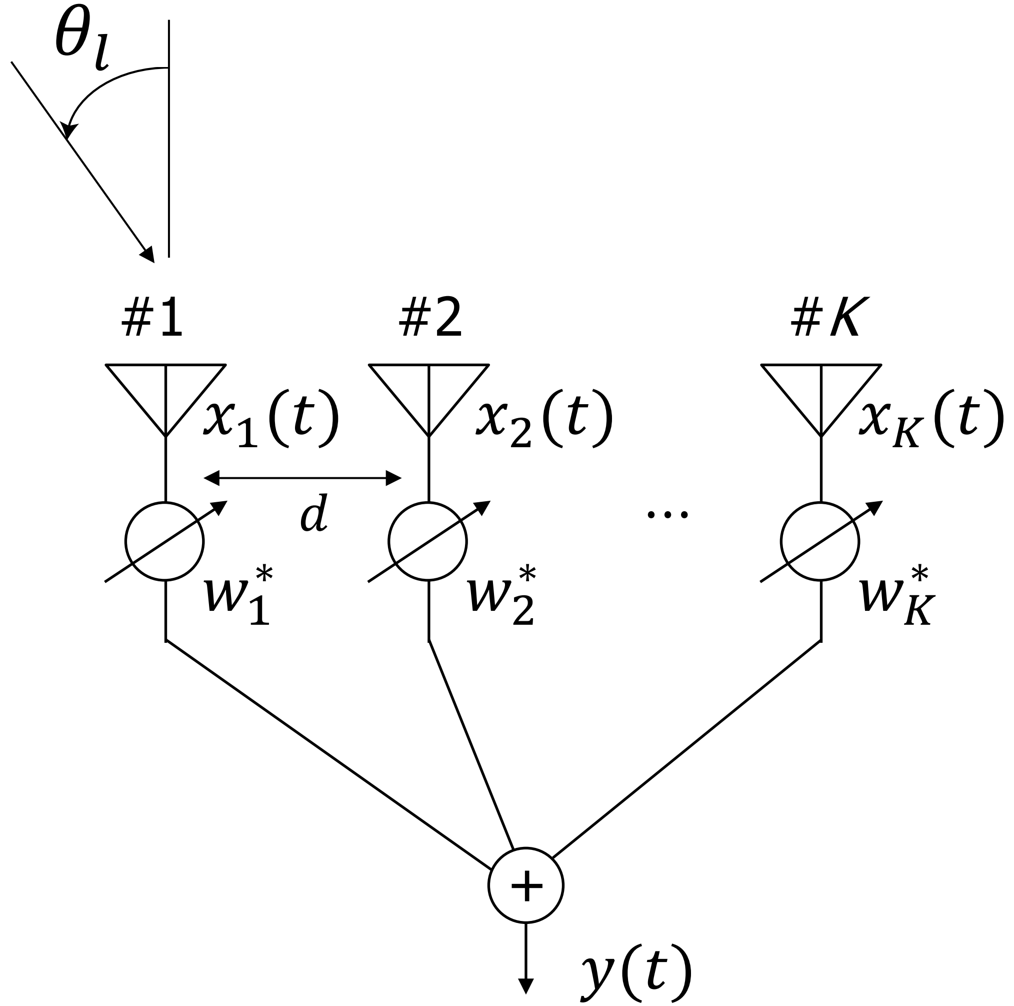
等間隔リニアアレーと受信信号

第l到来波（平面波）
$(l = 1, 2, \cdots, L)$

$x_1(t), \cdots, x_K(t)$
各素子の受信信号

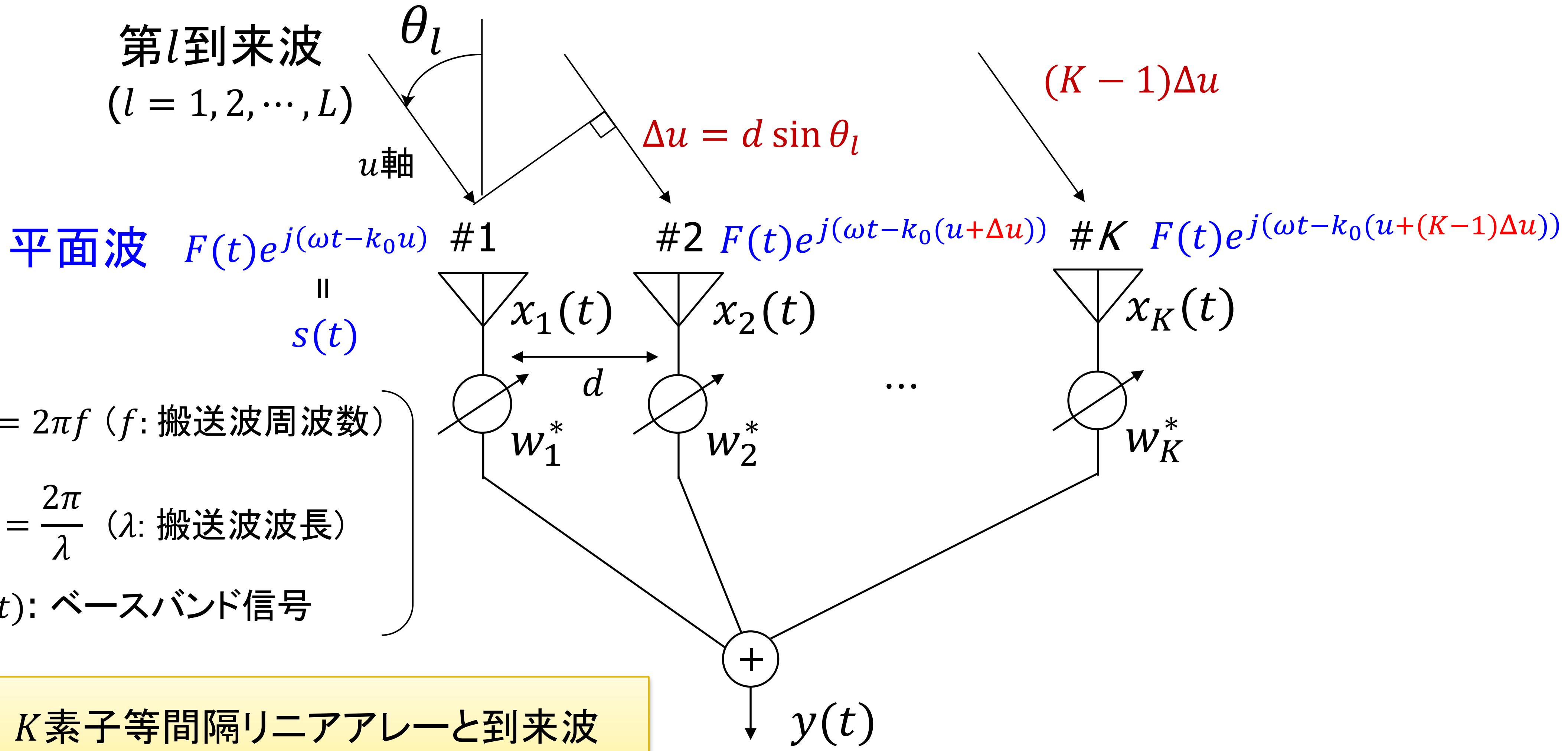
$w_1^*, \cdots, w_K^*$
各素子の複素ウエイト

$y(t)$
アレー出力信号



K素子等間隔リニアアレーと到来波
（L：到来波数，d：素子間隔）

等間隔リニアアレーと受信信号



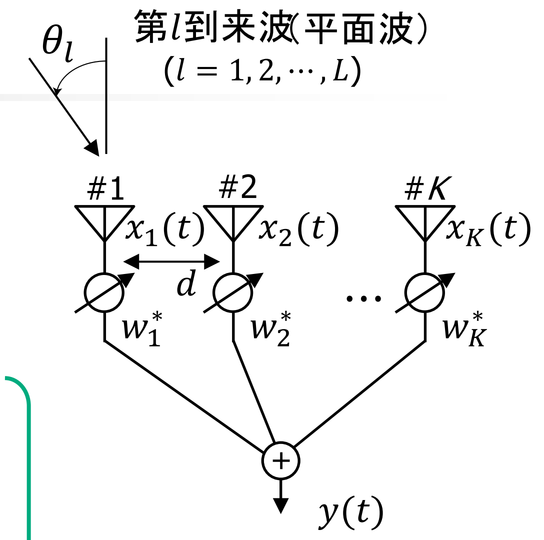
$\omega = 2\pi f$（f: 搬送波周波数）

$k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$（$\lambda$: 搬送波波長）

$F(t)$: ベースバンド信号

K素子等間隔リニアアレーと到来波
（L：到来波数，d：素子間隔）

等間隔リニアアレーと受信信号



各アンテナ素子の受信信号

$$
\begin{array}{cccc}
x_1(t) & x_2(t) & \cdots & x_K(t) \\
\| & \| & & \| \\
s_1(t)g_1(\theta_1) & s_1(t)\, g_2(\theta_1) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_1\right\} & \cdots & s_1(t)\, g_K(\theta_1) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}(K-1) d \sin\theta_1\right\} \\
+ & + & & + \\
s_2(t)g_1(\theta_2) & s_2(t)\, g_2(\theta_2) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_2\right\} & \cdots & s_2(t)\, g_K(\theta_2) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}(K-1) d \sin\theta_2\right\} \\
+ & + & & + \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
+ & + & & + \\
s_L(t)g_1(\theta_L) & s_L(t)\, g_2(\theta_L) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_L\right\} & \cdots & s_L(t)\, g_K(\theta_L) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}(K-1) d \sin\theta_L\right\}
\end{array}
$$

L波の合成

$$
\boldsymbol{a}(\theta_l) = \left[g_1(\theta_l), g_2(\theta_l) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_l\right\}, \cdots, g_K(\theta_l) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}(K-1) d \sin\theta_l\right\} \right]^T
$$

アレー応答ベクトル，モードベクトル，ステアリングベクトル

$\theta_1, \ \theta_2, \ \cdots \ \theta_L$:各到来波の到来角　　$g_1(\theta), \ g_2(\theta), \ \cdots \ g_K(\theta)$:各アンテナ素子の指向性関数

$s_1(t), \ s_2(t), \ \cdots \ s_L(t)$:第1素子における各到来波の信号

アレーアンテナの受信信号のベクトル表記

入力ベクトル(受信ベクトル):

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}(t) &= [x_1(t),\ x_2(t),\ \cdots,\ x_K(t)]^T \\
&= \sum_{l=1}^{L} s_l(t)\boldsymbol{a}(\theta_l) = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_L)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_L(t) \end{bmatrix} \\
&= \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t)
\end{aligned}
$$

$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}(\theta_1),\ \boldsymbol{a}(\theta_2),\ \cdots,\ \boldsymbol{a}(\theta_L)]$:アレー応答行列, モード行列, ステアリング行列

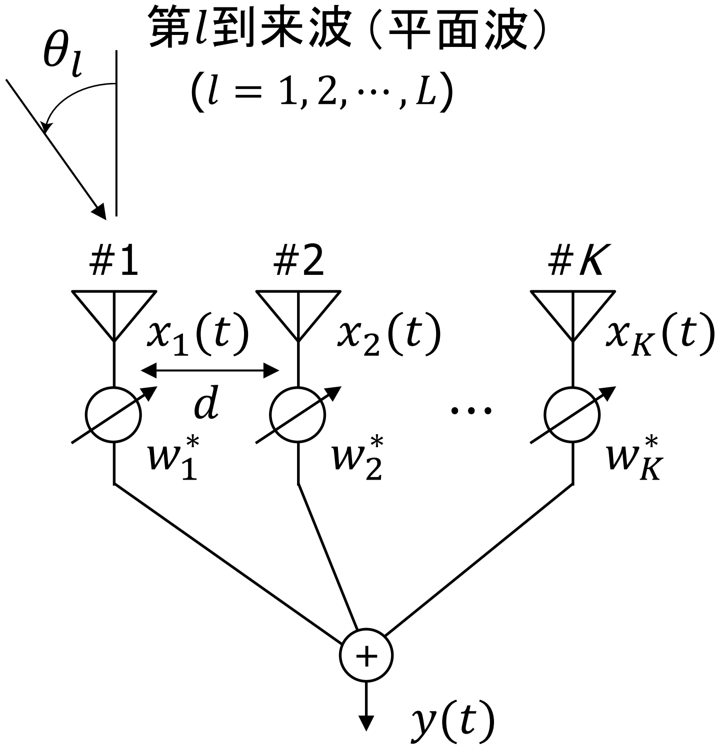
$\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t),\ s_2(t),\ \cdots,\ s_L(t)]^T$:信号ベクトル

内部雑音が存在する場合は

$$\boxed{\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t)}$$

$\boldsymbol{n}(t)$:内部雑音(熱雑音)ベクトル

アレーアンテナ解析のための諸量のベクトル・行列表現



K素子等間隔リニアアレーと
到来波（L：到来波数，d：素子間隔）

受信ベクトル：

$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_K(t)]^T$$

ウエイトベクトル：　$\boldsymbol{w} = [w_1,\ w_2,\ \cdots,\ w_K]^T$

アレー出力信号：　$y(t) = \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{w}^*$

内積

アレー出力電力：　$P = E[|y(t)|^2] = \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}$

二次形式

アレー相関行列：　$\boldsymbol{R}_{xx} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)]$

$$= \boldsymbol{A}\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}^H + \sigma^2 \boldsymbol{I}$$

エルミート行列

信号相関行列：　$\boldsymbol{S} = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(t)]$

T：転置
$*$：複素共役
H：複素共役転置

σ^2　：内部雑音電力（$= P_n$）

$E[\ ]$：期待値

コラム

エルミート行列とユニタリ行列

行列$\boldsymbol{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$がエルミート行列(Hermitian matrix)とは:

$$\boldsymbol{A}^H = \boldsymbol{A}$$

逆行列が存在すれば逆行列もエルミート行列

実数行列の場合，$\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A}$となり，対称行列

正則行列$\boldsymbol{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$がユニタリ行列(Unitary matrix)とは:

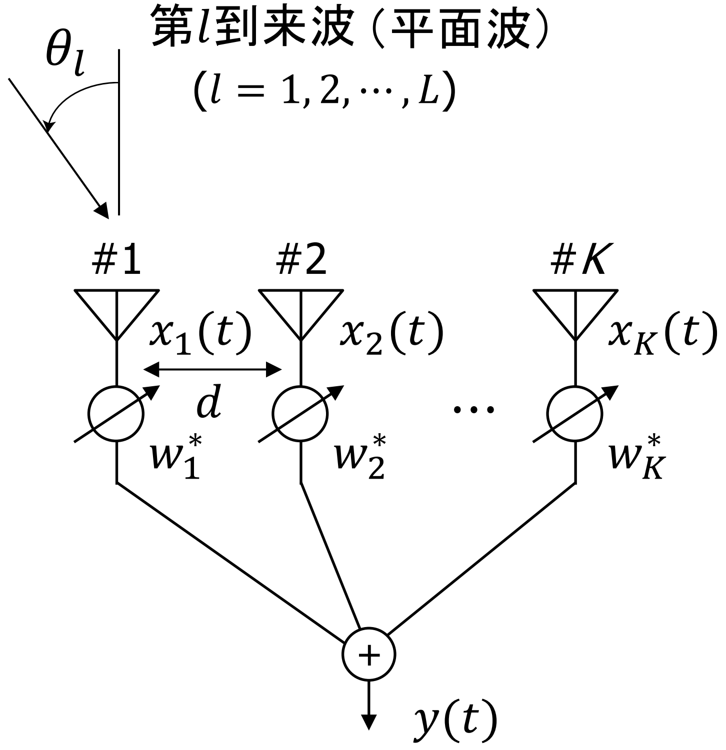
$$\boldsymbol{A}^H = \boldsymbol{A}^{-1}$$

逆行列もユニタリ行列

実数行列の場合，$\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A}^{-1}$となり，直交行列

$\boldsymbol{A}^H \boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$と変形され，$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_N]$
と表すと，$\boldsymbol{a}_i^H \boldsymbol{a}_j = \delta_{ij}$となり，列ベクトル
$\boldsymbol{a}_i$は正規直交基底をなす

アレーアンテナにおけるウエイトの役割



K素子等間隔リニアアレーと
到来波（L：到来波数，d：素子間隔）

（例）$L = 2$

所望波1波 $\theta_1 = \theta_s, s_1(t) = s(t)$, 電力$P_s$
干渉波1波 $\theta_2 = \theta_u, s_2(t) = u(t)$, 電力$P_u$
内部雑音 $\boldsymbol{n}(t)$, 電力P_n

受信ベクトル：

$$\boldsymbol{x}(t) = s(t)\boldsymbol{a}(\theta_s) + u(t)\boldsymbol{a}(\theta_u) + \boldsymbol{n}(t)$$

アレー出力信号：

$$\begin{aligned} y(t) &= \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{x}(t) \\ &= s(t)\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_s) + u(t)\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_u) + \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{n}(t) \end{aligned}$$

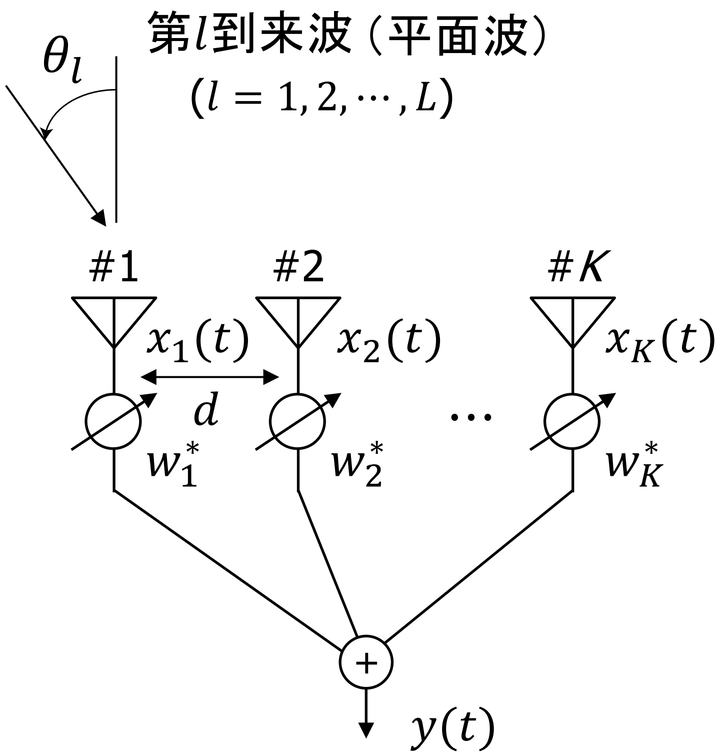
$\boldsymbol{w} \parallel \boldsymbol{a}(\theta_s)$ ⇒ $\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_s)$ 内積最大

所望波にメインローブを向ける

$\boldsymbol{w} \perp \boldsymbol{a}(\theta_u)$ ⇒ $\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_u) = 0$ 内積最小

干渉波にヌルを向ける

アレーアンテナにおけるウエイトの役割（続き）



K素子等間隔リニアアレーと
到来波（L：到来波数，d：素子間隔）

SINR：Signal-to-Interference-plus-Noise power Ratio

（例）$L = 2$

所望波1波 $\theta_1 = \theta_s, s_1(t) = s(t)$, 電力$P_s$
干渉波1波 $\theta_2 = \theta_u, s_2(t) = u(t)$, 電力$P_u$
内部雑音 $\boldsymbol{n}(t)$, 電力P_n

受信ベクトル：

$$\boldsymbol{x}(t) = s(t)\boldsymbol{a}(\theta_s) + u(t)\boldsymbol{a}(\theta_u) + \boldsymbol{n}(t)$$

アレー出力電力：

$$\boldsymbol{R}_{xx} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)] = P_s\boldsymbol{a}(\theta_s)\boldsymbol{a}^H(\theta_s) + P_u\boldsymbol{a}(\theta_u)\boldsymbol{a}^H(\theta_u) + P_n\boldsymbol{I}$$

$$P = E[|y(t)|^2] = \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{R}_{xx}\boldsymbol{w}$$
$$= P_s\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_s)\boldsymbol{a}^H(\theta_s)\boldsymbol{w} + P_u\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_u)\boldsymbol{a}^H(\theta_u)\boldsymbol{w} + P_n\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{w}$$

出力SINR

$$= \frac{P_s\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_s)\boldsymbol{a}^H(\theta_s)\boldsymbol{w}}{P_u\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_u)\boldsymbol{a}^H(\theta_u)\boldsymbol{w} + P_n\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{w}}$$

大きくしたい

小さくしたい

アレーアンテナの最適ウエイトの例

- アダプティブアレー：拘束付電力最小化法

DCMPアダプティブアレー（MVDRビームフォーマ）

$$\min_{\boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w} \right) \quad \text{subject to} \quad \underline{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{a}(\theta_s) = h(\text{const.})}$$

所望波到来角θ_sが必要

$$\boldsymbol{w}_{opt} = \eta \boldsymbol{R}_{xx}^{-1} \boldsymbol{a}(\theta_s) \qquad \eta = \frac{h^*}{\boldsymbol{a}(\theta_s)^H \boldsymbol{R}_{xx}^{-1} \boldsymbol{a}(\theta_s)}$$

PIアダプティブアレー

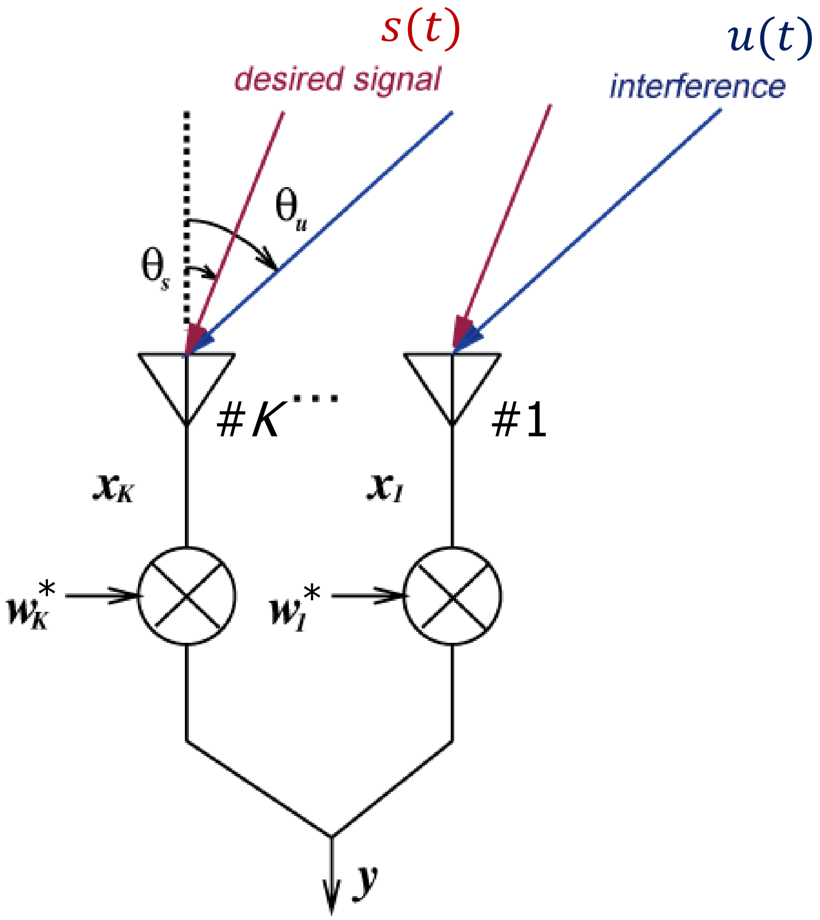
$$\min_{\boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w} \right) \quad \text{subject to} \quad \underline{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{t}_1 = \text{non-zero const.}}$$

所望波情報不要（前提条件あり）

$$\boldsymbol{w}_{opt} = \boldsymbol{R}_{xx}^{-1} \boldsymbol{t}_1 \qquad \boldsymbol{t}_1 = [1,\ 0,\ \cdots,\ 0]^T$$

DCMP: Directionally Constrained Minimization of Power
MVDR: Minimum Variance Distortionless Response
PI: Power Inversion

６素子アダプティブアレーの例



$K = 6$

所望波：$\theta_s = 30°, P_s = E[|s(t)|^2] = 1$

干渉波：$\theta_u = -40°, P_u = E[|u(t)|^2] = 1$

アンテナ素子：等方性（$g_1(\theta) = \cdots = g_{K(\theta)} = 1$）

素子間隔：半波長

内部雑音電力：$P_n = 0.01$

MMSE：$r(t) = s(t)$

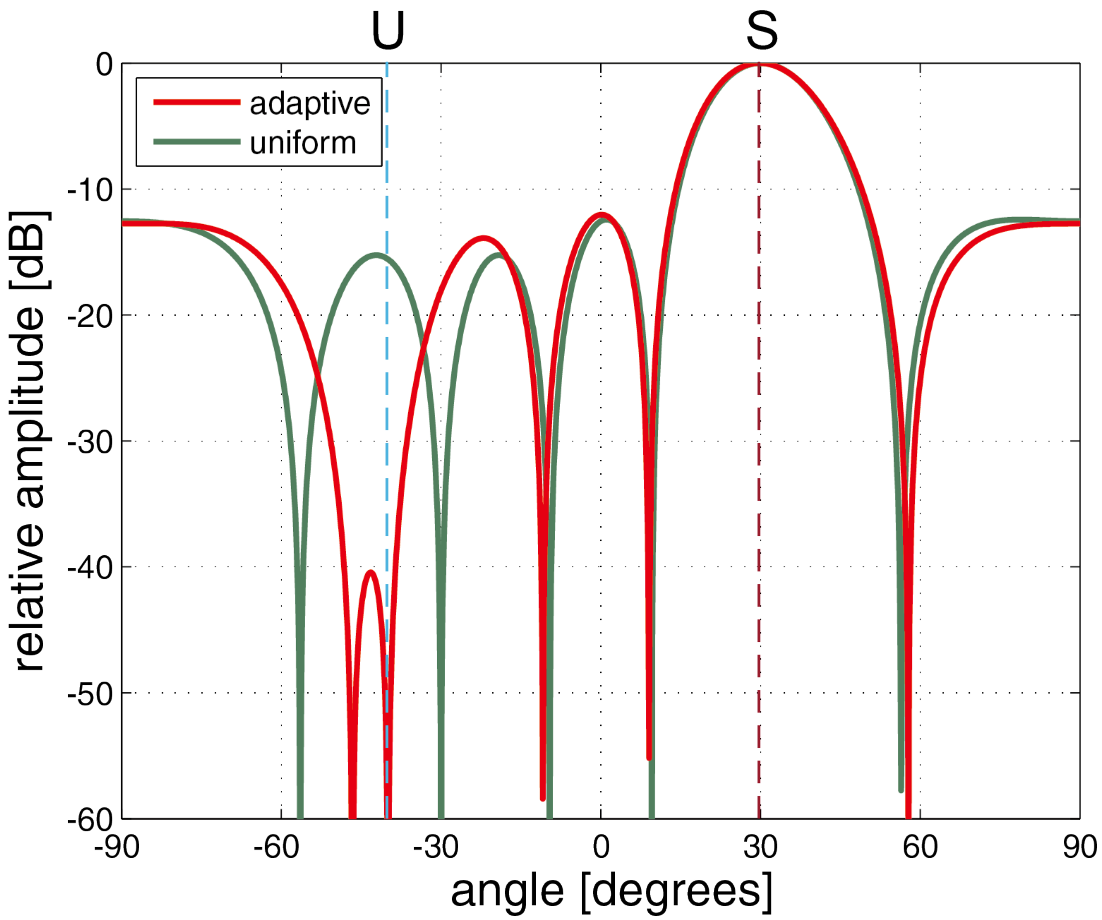
MSN & DCMP：θ_sは正確に既知

入力SNR = 20dB（$10\log_{10}(P_s/P_n)$）

入力SIR = 0dB （$10\log_{10}(P_s/P_u)$）

6素子アダプティブアレーの例(続き)

指向性パターン



Adaptive $\boldsymbol{w} = \eta \boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta_s)$

(DCMP)

SINR = 27.66dB

Uniform $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{a}(\theta_s)$

SINR = 15.31dB

SINR: Signal-to-Interference-plus-Noise power Ratio

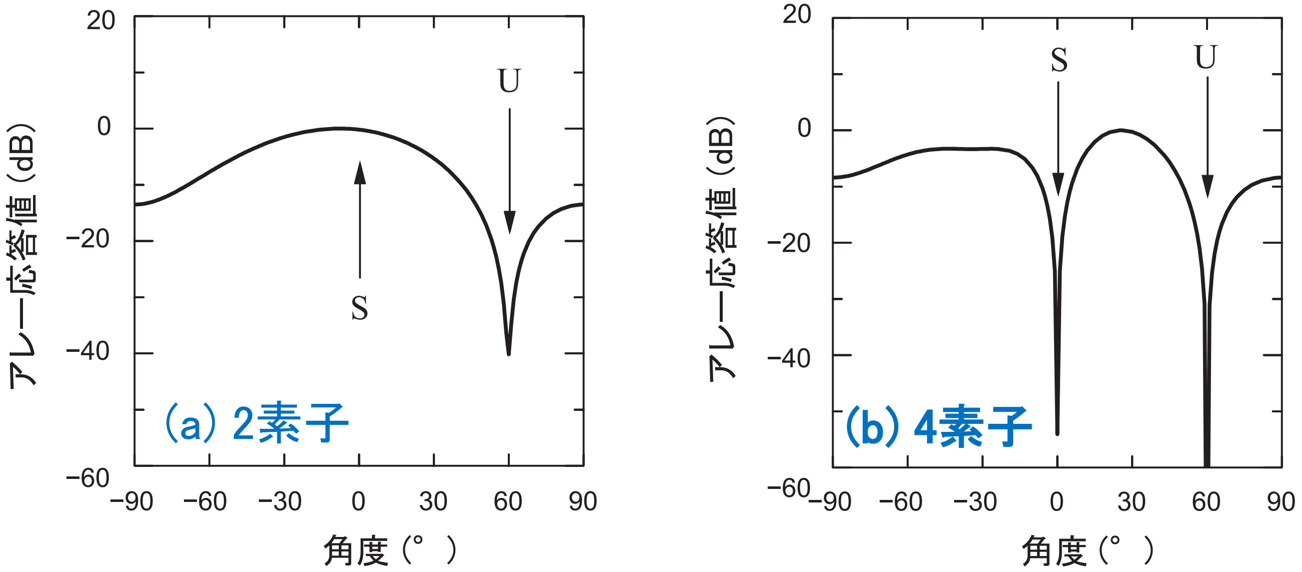
$$\mathrm{SINR} = \frac{P_s\left|\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_s)\right|^2}{P_u|\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{a}(\theta_u)|^2 + P_n\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{w}}$$

PIアダプティブアレーの場合

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{t}_1 \qquad \boldsymbol{t}_1 = [1,\ 0,\ \cdots,\ 0]^T$$

数値計算に用いた入力パラメータ

所望波	到来角	： $\theta_s = 0°$
	電　力	： $P_s = 1$
干渉波	到来角	： $\theta_u = 60°$
	電　力	： $P_u = 100$
熱雑音	電　力	： $P_n = 0.01$



干渉波が抑圧され
所望波が残る

干渉波のみならず
所望波も抑圧される

3　アレーアンテナ/SIMOによる到来方向推定

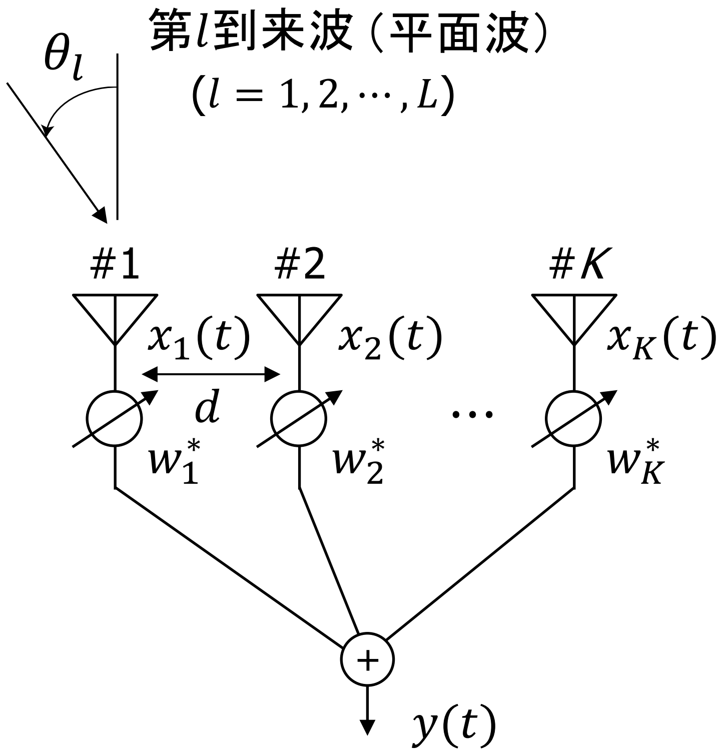
【ポイント】

- アレー各素子の重み付けをどのように決めるか
- アダプティブアレーとどのような関係があるのか

3.1　2次統計量を用いた到来方向推定

- Beamformer法
- Capon法
- MUSIC法
- ESPRIT法
- 最尤推定法(EM/SAGE)

アレーアンテナ解析のための諸量のベクトル・行列表現【再掲】



K素子等間隔リニアアレーと
到来波（L：到来波数，d：素子間隔）

受信ベクトル：

$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t),\ x_2(t),\ \cdots,\ x_K(t)]^T$$

ウエイトベクトル：
$$\boldsymbol{w} = [w_1,\ w_2,\ \cdots,\ w_K]^T$$

アレー出力信号：
$$y(t) = \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{w}^*$$

アレー出力電力：
$$P = E[|y(t)|^2] = \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}$$

2次統計量

アレー相関行列：
$$\boldsymbol{R}_{xx} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)]$$
$$= \boldsymbol{A}\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}^H + \sigma^2 \boldsymbol{I}$$

信号相関行列：
$$\boldsymbol{S} = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(t)]$$

T：転置
$*$：複素共役
H：複素共役転置

σ^2　：内部雑音電力（$= P_n$）

$E[\ ]$：期待値

到来方向推定アルゴリズムの概要

方向探索型アルゴリズム

- ビーム走査型… アレーアンテナのメインローブを走査し，アレー出力が極大となる方向を探索して，方向推定を行う

Beamformer法　Capon法

- ヌル走査型　… アレーアンテナのヌルを各到来波に向け，指向性パターンのヌル方向を探索して，方向推定を行う

線形予測法（LP）法　Pisarenko法　MUSIC法

到来方向推定アルゴリズムの概要(続き)

非探索型アルゴリズム

アレーアンテナの受信データから数値計算により直接,
方向推定値を導出する

Root-MUSIC法　MUSIC法の多項式化

ESPRIT法　DOA-Matrix法　二つのサブアレーの平行移動を利用

探索型アルゴリズム

方向を一定範囲・一定角度ステップで
走査させて到来方向を探索する

ビーム走査型：Beamformer法

Beamformer法 = フーリエ変換

UEA: Uniform Excitation Array

$$\max_{\boldsymbol{w}} \frac{|\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2}{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{w}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{a}(\theta)$$

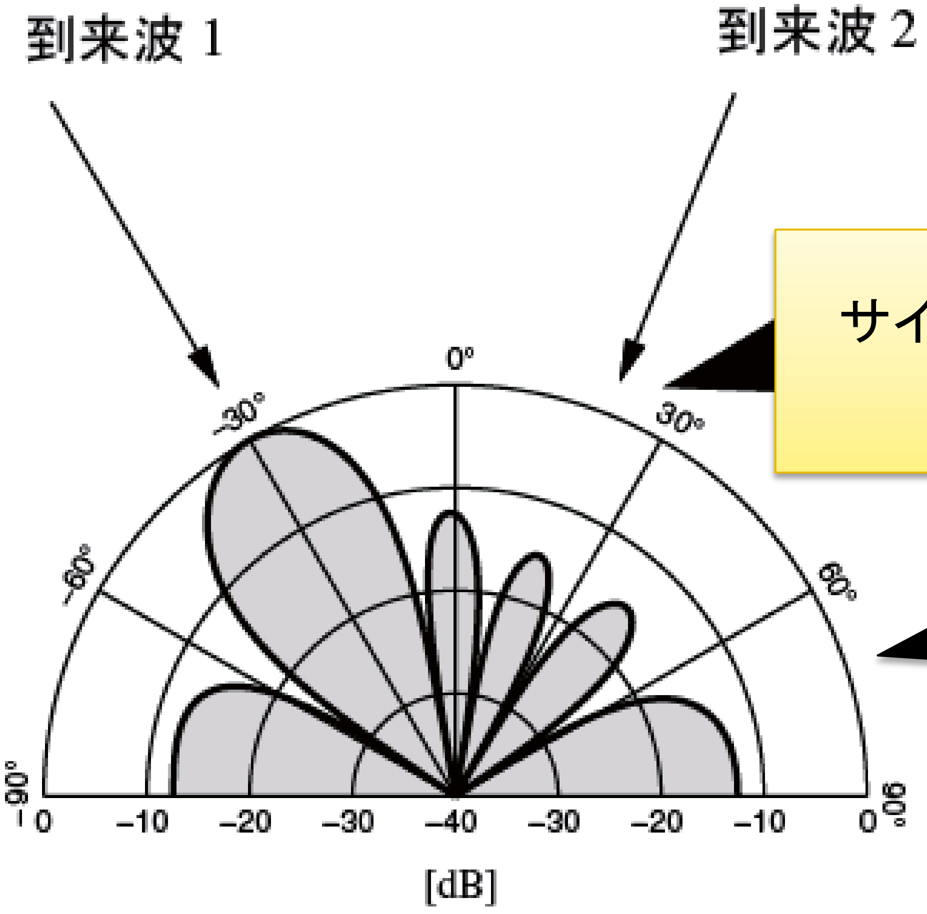
一様励振アレー(UEA)のメインローブを走査

正規化アレー出力電力：（角度スペクトラム）

$$P_{\mathrm{BF}}(\theta) = \frac{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{w}} = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta) \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta) \boldsymbol{a}(\theta)}$$

θを変化させたとき$P_{\mathrm{BF}}(\theta)$のピークの位置から到来方向が推定され，ピークの高さから到来波の入力電力が求められる．

Beamformer法の問題点



サイドローブで到来波2を受信してしまう

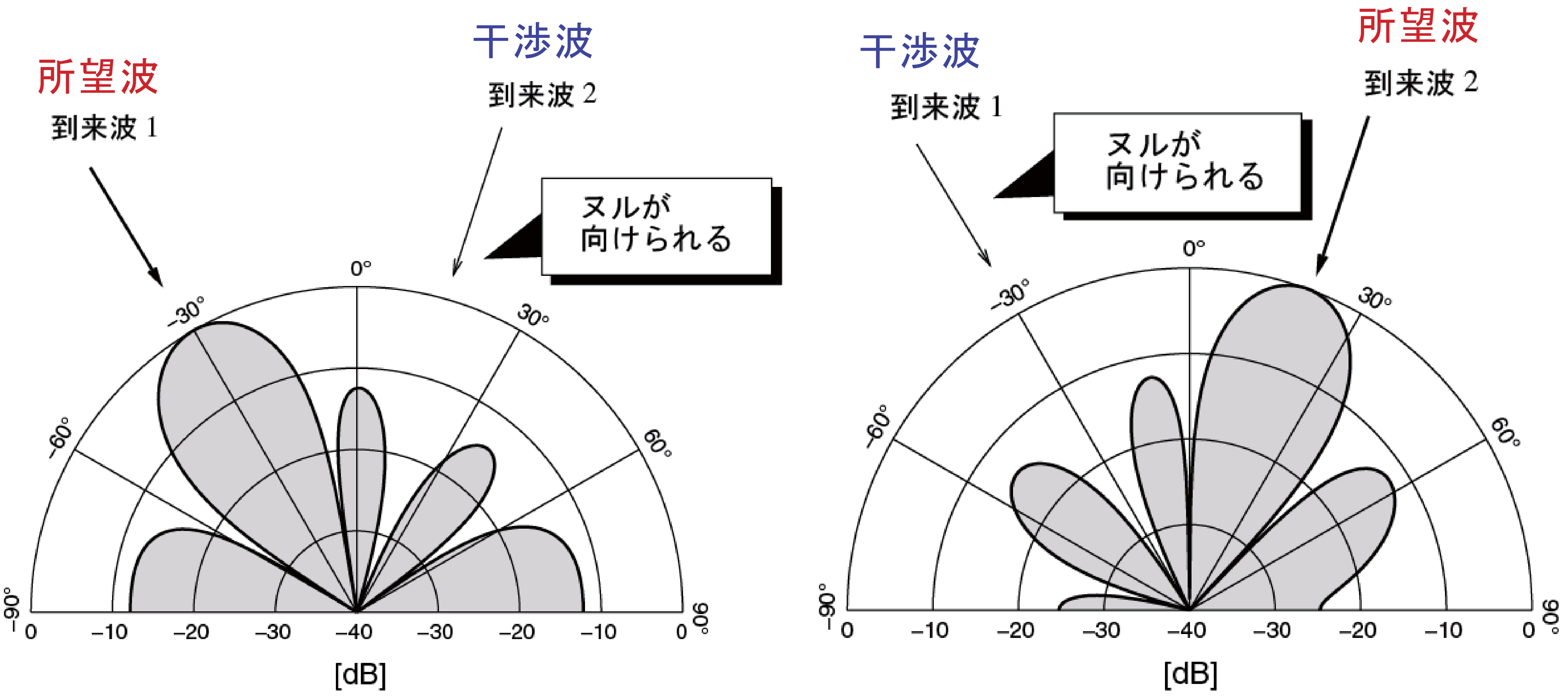
ビーム幅以下に接近した複数波は分離困難

Capon法によって改善

−30°にメインローブを向けた6素子半波長等間隔UEAの指向性パターン

ビーム走査型：Capon法

Capon法はDCMPアダプティブアレーのメインローブを走査



DCMPアダプティブアレーの指向性パターン

ビーム走査型：Capon法（続き）

Capon法＝拘束方向θのDCMPアダプティブアレー

DCMP:

$$\min_{\boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}\right) \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{a}(\theta) = 1$$

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)}$$

アレー出力電力：
（角度スペクトラム）

$$P_{\mathrm{CP}}(\theta) = \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w} = \frac{1}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)}$$

θを変化させたとき$P_{\mathrm{CP}}(\theta)$のピークの位置から到来方向が推定され，ピークの高さから到来波の入力電力が求められる．

ヌル走査型：線形予測法(LP)法

LP(Linear Prediction)法はPIアダプティブアレーの指向性パターンのヌルを利用（ヌル方向が方向推定値）

PI (Power Inversion)：

$$\min_{\boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}\right) \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{t}_1 = 1$$

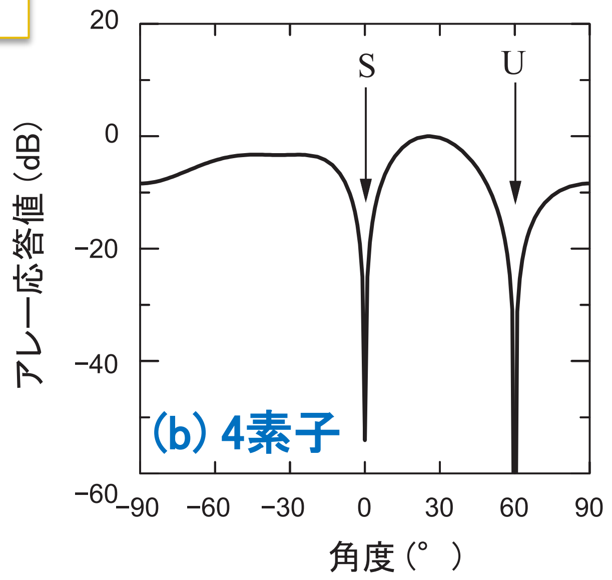
$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{R}_{xx}^{-1} \boldsymbol{t}_1$$

$$\boldsymbol{t}_1 = [1,\ 0,\ \cdots,\ 0]^T$$

ヌル走査型の角度スペクトラム＝指向性パターンの逆数

$$P_{\mathrm{LP}}(\theta) = \frac{1}{|\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} = \frac{1}{|\boldsymbol{t}_1^H \boldsymbol{R}_{xx}^{-1} \boldsymbol{a}(\theta)|^2}$$

PIアダプティブアレー



ヌル走査型：Pisarenko法

PIアダプティブアレーの拘束条件を変えたもの

PI (Power Inversion)：

$$\min_{\boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}\right) \quad \text{subject to} \quad \boxed{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{t}_1 = 1}$$

線形拘束

$$\boxed{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{w} = 1}$$

ノルム2乗拘束

$$\boldsymbol{w}_{opt} = \arg\min_{\boldsymbol{w}} \left(\frac{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{xx} \boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{w}}\right)$$

相関行列$\boldsymbol{R}_{xx}$の最小固有値に属する固有ベクトル $\boldsymbol{e}_{\min}$

角度スペクトラム＝指向性パターンの逆数

$$P_{\mathrm{PS}}(\theta) = \frac{1}{|\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} = \frac{1}{|\boldsymbol{e}_{\min}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2}$$

ヌル走査型：MUSIC法

MUSIC: Multiple Signal Classification

＝Pisarenko法のスペクトラムの調和平均

相関行列$\boldsymbol{R}_{xx}$の固有値と固有ベクトル（素子数K, 到来波数L）

固有値：　$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_L > \lambda_{L+1} = \cdots = \lambda_K = \sigma^2$（内部雑音電力）

固有ベクトル：$\boldsymbol{e}_1 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_L \quad \underbrace{\boldsymbol{e}_{L+1} \quad \boldsymbol{e}_K}$

（正規直交）

最小固有値は一般に複数存在する

最小固有値に対応する固有ベクトル（雑音部分空間）

$\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_L)$ と直交

（$\because$ $\boldsymbol{R}_{xx}$がエルミート行列）

ヌル走査型：MUSIC法（続き）

雑音部分空間の$(K-L)$個の固有ベクトルによる

Pisarenkoスペクトラム

$$P_{\mathrm{PS}}^{(1)}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{e}_{L+1}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} \quad \cdots \quad P_{\mathrm{PS}}^{(K-L)}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{e}_K^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2}$$

調和平均

MUSIC法の角度スペクトラム

$$P_{\mathrm{MU}}(\theta) = \boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta) \times \frac{1}{\dfrac{1}{P_{\mathrm{PS}}^{(1)}(\theta)} + \cdots + \dfrac{1}{P_{\mathrm{PS}}^{(K-L)}(\theta)}} = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{|\mathbf{e}_{L+1}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2 + \cdots + |\mathbf{e}_K^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2}$$

正規化ファクタ

$$P_{\mathrm{MU}}(\theta) = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{E}_N\boldsymbol{E}_N^H\boldsymbol{a}(\theta)} \qquad \boldsymbol{E}_N = [\boldsymbol{e}_{L+1} \ \cdots \ \boldsymbol{e}_K]$$

エルミート行列の固有値と固有ベクトル

■ **エルミート行列の固有値は実数である.**

（証明）

エルミート行列$\boldsymbol{A} \in \mathbb{C}^{N\times N}$, λ_i: 固有値, $\boldsymbol{e}_i$: 固有ベクトル

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \lambda_i \boldsymbol{e}_i \quad (i = 1,2,\cdots,N)$$

$$\Longrightarrow \quad 2次形式: \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \lambda_i \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{e}_i$$

$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^H$

一方,

$$\boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{A}^H \boldsymbol{e}_i = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i)^H \boldsymbol{e}_i$$

$$= (\lambda_i \boldsymbol{e}_i)^H \boldsymbol{e}_i = \lambda_i^* \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{e}_i$$

$$\therefore \ \lambda_i \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{e}_i = \lambda_i^* \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{e}_i \Longrightarrow \lambda_i = \lambda_i^* \quad (\lambda_i は実数)$$

コラム

エルミート行列の固有値と固有ベクトル(続き)

■ **エルミート行列の相異なる固有値に対応する固有ベクトルは直交する.**

(証明) エルミート行列$\boldsymbol{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, λ_i: 固有値, $\boldsymbol{e}_i$: 固有ベクトル

異なる2つの固有値$\lambda_i, \lambda_k (\lambda_i \neq \lambda_k)$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \lambda_i \boldsymbol{e}_i$$

$$\Longrightarrow \ \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{e}_k^H(\lambda_i \boldsymbol{e}_i) = \lambda_i \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{e}_i$$

一方,

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^H$$

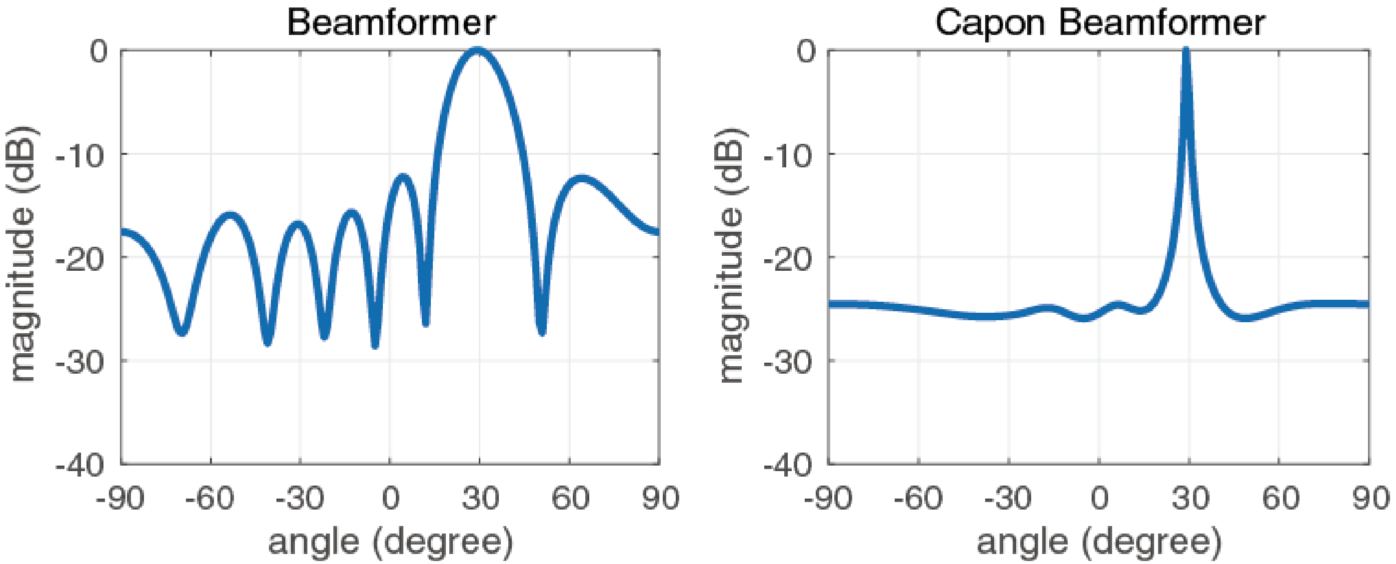
$$\boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{A}^H \boldsymbol{e}_i = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_k)^H \boldsymbol{e}_i$$

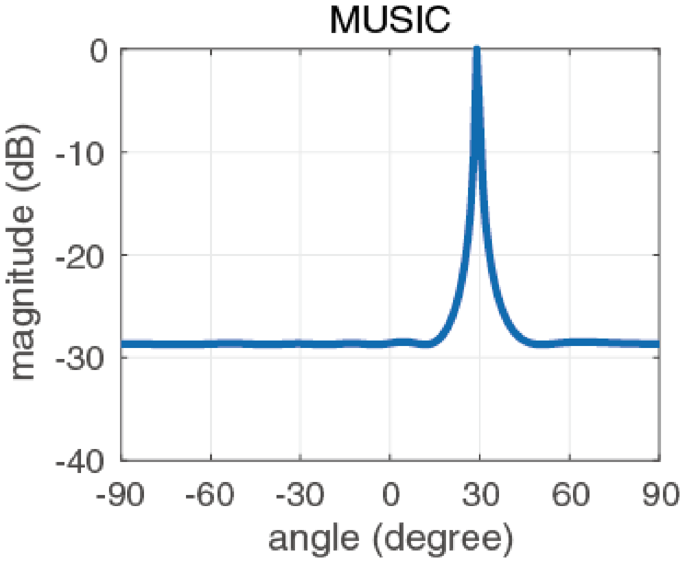
$$= (\lambda_k \boldsymbol{e}_k)^H \boldsymbol{e}_i = \lambda_k \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{e}_i$$

$$\therefore \ \lambda_i \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{e}_i = \lambda_k \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{e}_i \Longrightarrow \boldsymbol{e}_k^H \boldsymbol{e}_i = 0 \ (\because \ \lambda_i \neq \lambda_k)$$

$\boldsymbol{e}_k$と$\boldsymbol{e}_i$は直交

遠方波源からの到来波の到来方向推定例(1)





素子数(K):7(等方性素子)

素子間隔(d): 半波長$(\lambda/2)$

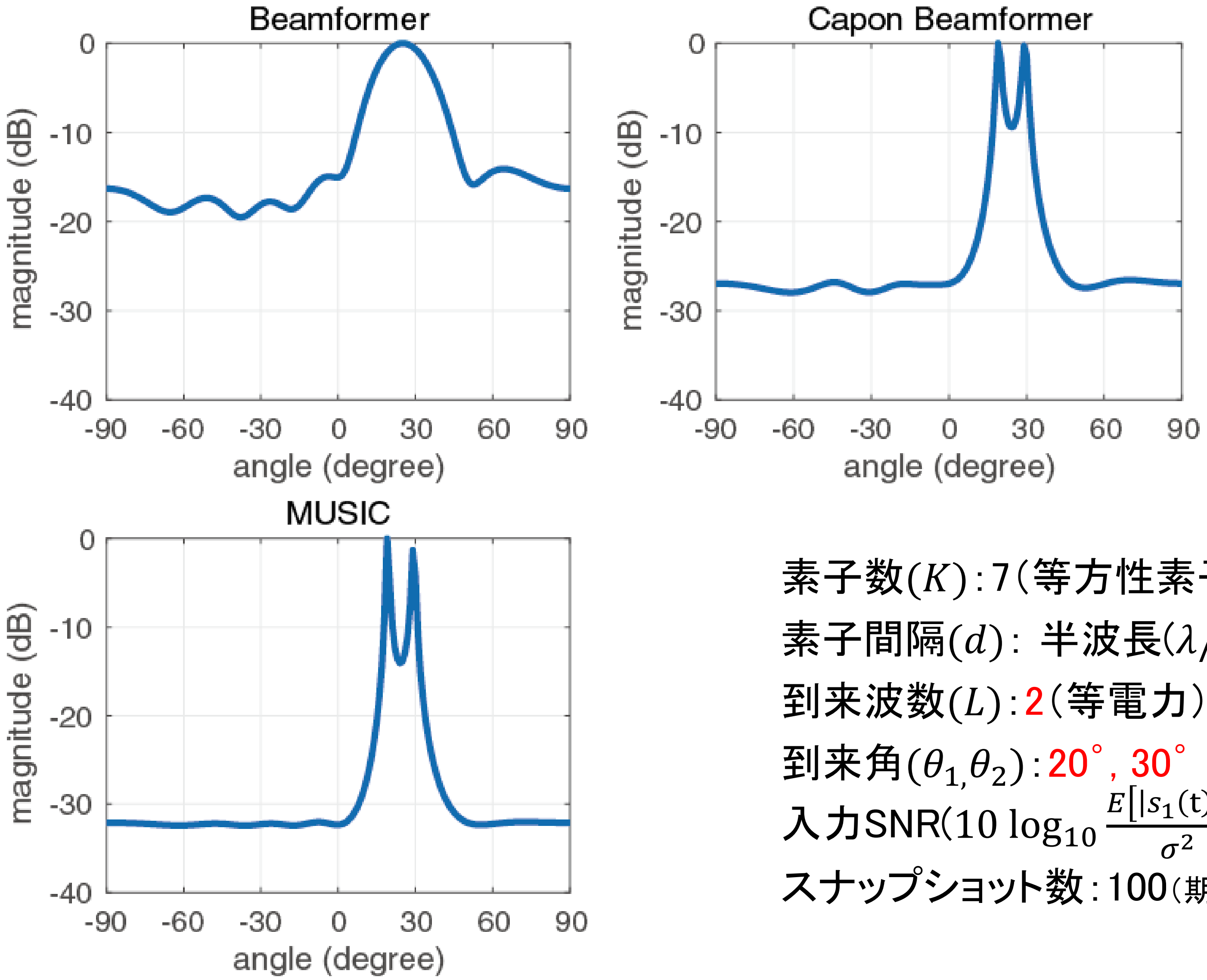
到来波数(L):1

到来角(θ_1):30°

入力SNR$\left(10\log_{10}\frac{E\left[|s_1(\mathrm{t})|^2\right]}{\sigma^2}\right)$:20dB

スナップショット数:100(期待値演算)

遠方波源からの到来波の到来方向推定例(2)



素子数(K):7（等方性素子）

素子間隔(d): 半波長$(\lambda/2)$

到来波数(L):2（等電力）

到来角(θ_1, θ_2):20°, 30°

入力SNR$\left(10\log_{10}\frac{E\left[|s_1(\mathrm{t})|^2\right]}{\sigma^2}\right)$:20dB

スナップショット数:100（期待値演算）

非探索型アルゴリズム

数値計算により直接，到来方向を
算出する

非探索型：Root-MUSIC法

MUSICスペクトラム

$$P_{\mathrm{MU}}(\theta) = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{E}_N\boldsymbol{E}_N^H\boldsymbol{a}(\theta)} \qquad \boldsymbol{E}_N = [\boldsymbol{e}_{L+1} \ \cdots \ \boldsymbol{e}_K]$$

素子間隔dの等間隔リニアアレーで

アンテナは等方性素子

$$z = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta\right) \Rightarrow \boldsymbol{a}(\theta) = \boldsymbol{a}(z) = [1, z, \cdots, z^{K-1}]^T$$

とおいて，直接，次のzに関する高次方程式を解く

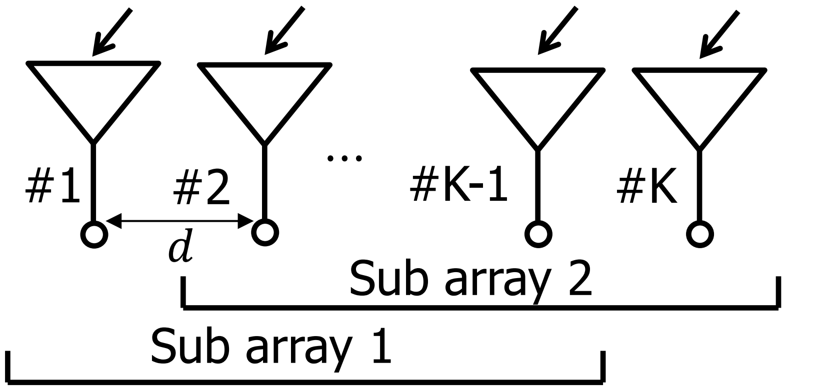
$$\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{E}_N\boldsymbol{E}_N^H\boldsymbol{a}(\theta) = \boldsymbol{a}^H(z)\boldsymbol{E}_N\boldsymbol{E}_N^H\boldsymbol{a}(z) = 0$$

Root-MUSIC法

非探索型：ESPRIT法

Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques

サブアレーの平行移動により生じる受信位相差から到来角を導出



サブアレー間の位相差項

$$\varphi_l = \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_l\right\} \quad (l = 1, \cdots, L)$$

回転不変式　$\boldsymbol{J}_1\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{J}_2\boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{A}$：モード行列

$\boldsymbol{\Phi}$：サブアレー間の位相差行列（対角行列）

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & & \boldsymbol{O} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{O} & & \varphi_L \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{J}_1, \boldsymbol{J}_2$：サブアレー抽出を表す行列

相関行列$\boldsymbol{R}_{xx}$を固有値展開して得られる信号部分空間に属する固有ベクトル$\boldsymbol{E}_S = [\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_L]$を利用

固有ベクトル：$\boldsymbol{E}_S = \boldsymbol{A}\boldsymbol{T}$

$\boldsymbol{T}$：L次正則行列

$\boldsymbol{E}_S$と$\boldsymbol{A}$は同じ空間を張る

$$\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{E}_S = \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{E}_S\left(\underbrace{\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{T}}_{=\boldsymbol{\Psi}}\right)$$

$\boldsymbol{\Psi}$について解く（LS法，TLS法など）

$$\boxed{\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{T}^{-1} = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{\Phi}}$$

$\boldsymbol{\Psi}$の固有値行列$\boldsymbol{\Phi}$から到来角θ_lが得られる

ESPRIT法による到来方向推定例

素子数(K):7(等方性素子)

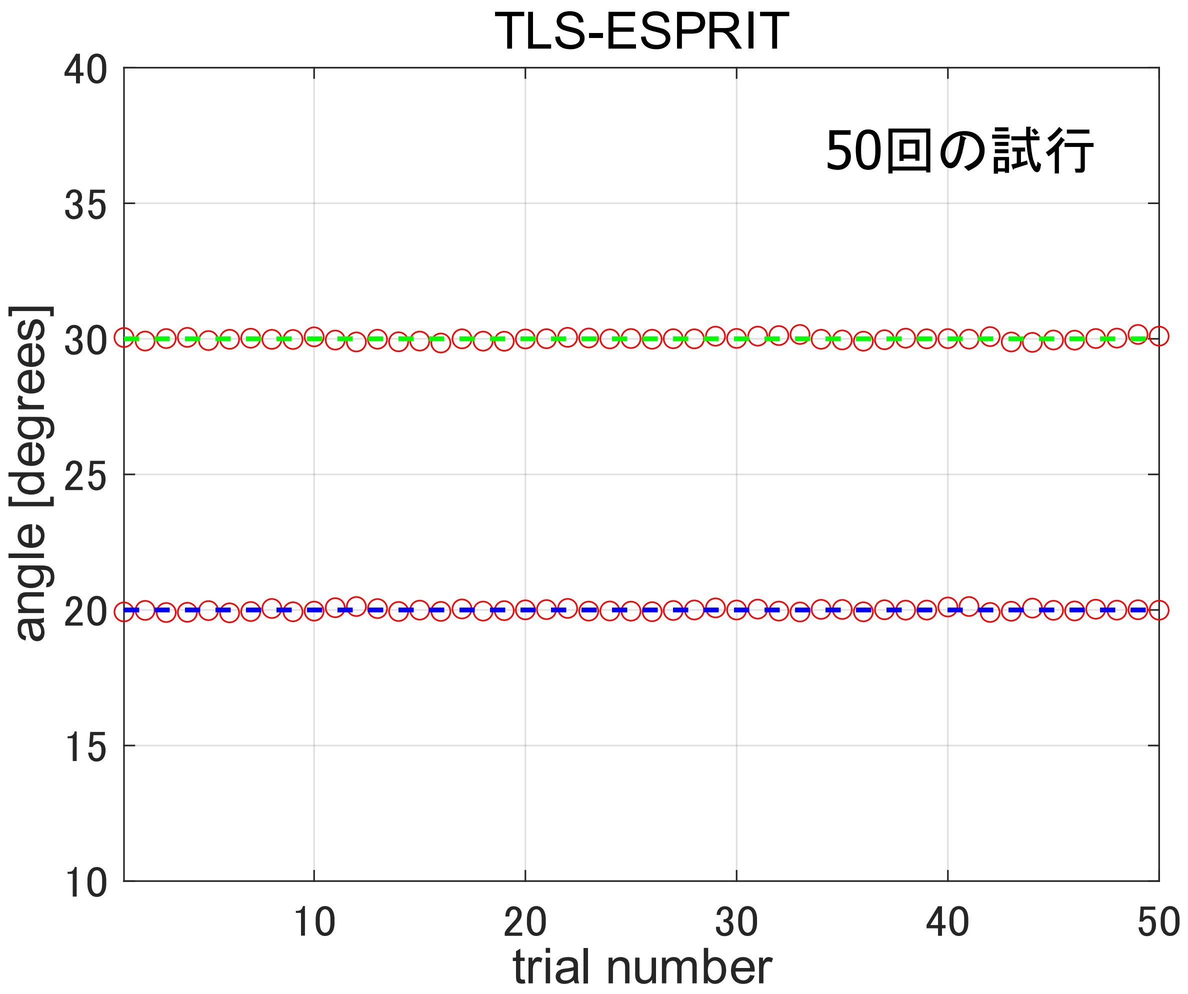
素子間隔(d): 半波長$(\lambda/2)$

到来波数(L):2(等電力)

到来角(θ_1, θ_2):20°, 30°

入力SNR$\left(10\log_{10}\frac{E\left[|s_1(t)|^2\right]}{\sigma^2}\right)$:20dB

スナップショット数:100



TLS (Total Least Squares)-ESPRITによる推定例(50回試行)

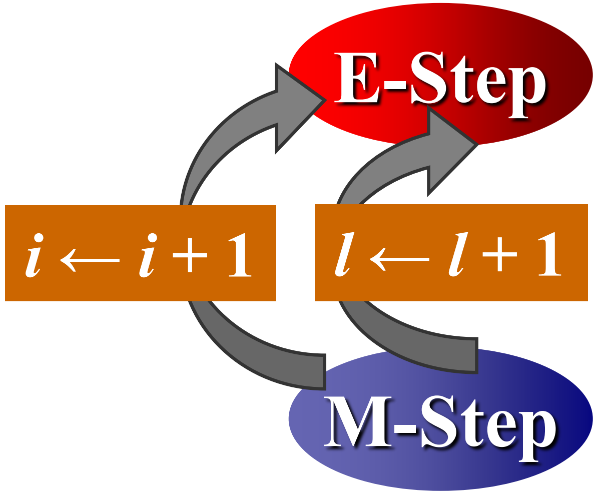
その他の推定法：最尤推定法（EM/SAGE）

最初に到来角度推定値の初期値を設定

i：反復回数

初期値より各波源の1波受信信号$\boldsymbol{x}_l^{(i)}(t)$を求める

各到来波$l = 1, 2, \cdots, L$に対して以下の**E-Step**と**M-Step**を繰り返し実行



（第i反復，第l到来波時）

推定値より1波受信信号$\boldsymbol{x}_l^{(i)}(t)$を構成

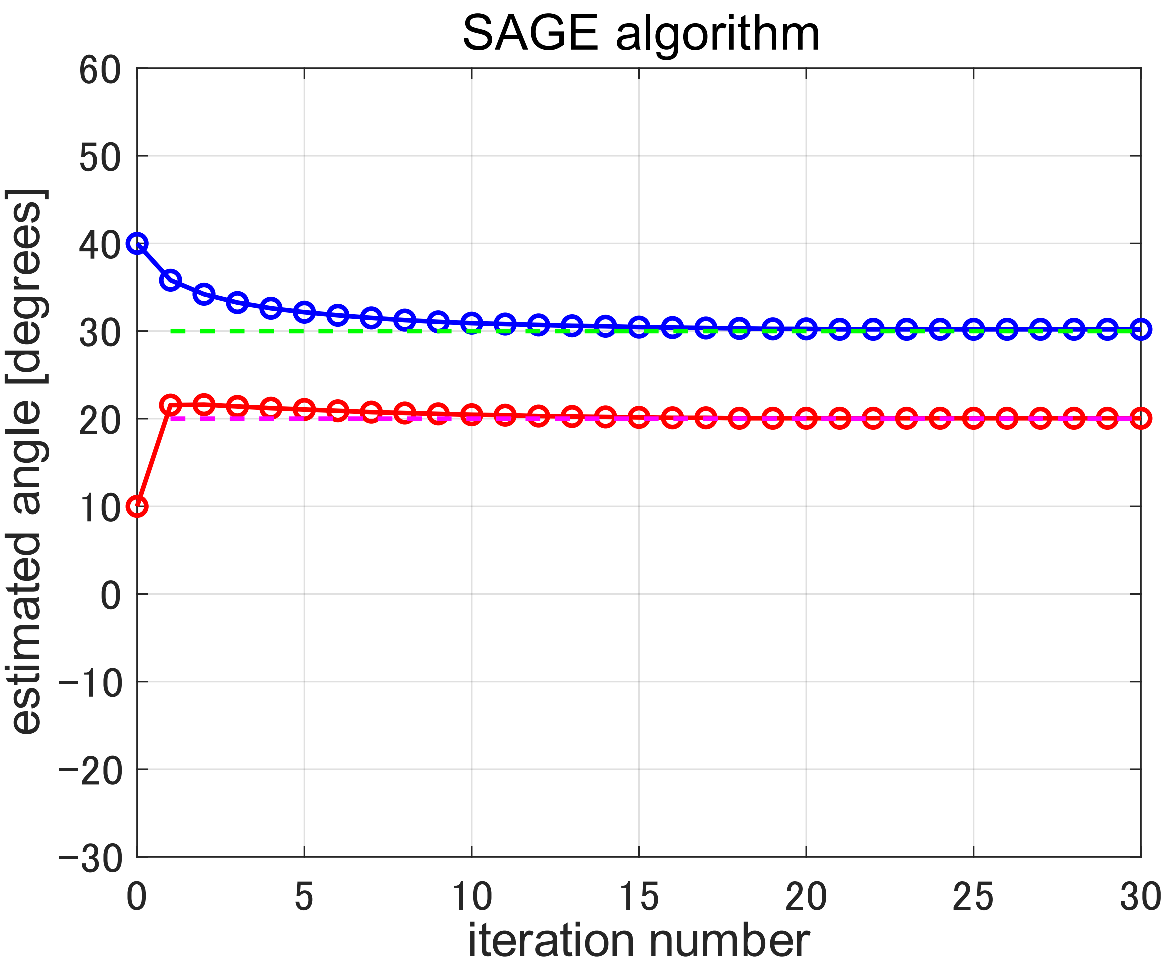
E-Stepで求めた1波受信信号$\boldsymbol{x}_l^{(i)}(t)$を用いて
角度推定を行い，角度と信号波形の推定値を更新

通常はBeamformer法を使用

※EM：Expectation and Maximization
SAGE: Space-Alternating Generalized Expectation-maximization

その他の推定法：最尤推定法（EM/SAGE）

素子数(K)：7（等方性素子）
素子間隔(d)： 半波長$(\lambda/2)$
到来波数(L)：2（等電力）
到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°
入力SNR$\left(10\log_{10}\frac{E\left[|s_1(\mathrm{t})|^2\right]}{\sigma^2}\right)$：20dB
スナップショット数：100



SAGEアルゴリズムによる推定例（収束特性）

3.2 圧縮センシングを用いた到来方向推定

- ISTA
- FISTA
- FOCUSS

- 2次統計量を用いない推定法
- シングルスナップショットでも推定可能

受信ベクトルのスパースモデリング

スパース性 ･･･ 非ゼロ要素がまばら(スパース)に存在

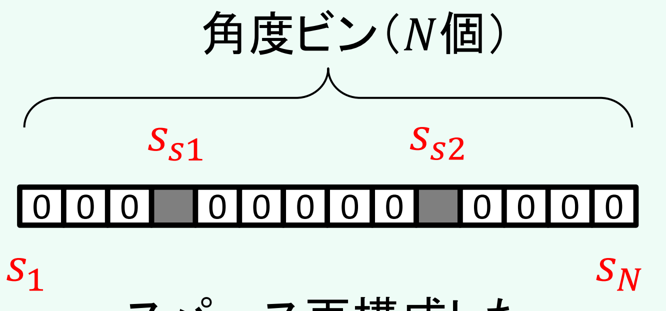
$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_s \boldsymbol{s}_s + \boldsymbol{n} \in \mathbb{C}^{K\times 1}$$

受信ベクトルの
1スナップショット

$\boldsymbol{A}_s = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_L)] \in \mathbb{C}^{K\times L}$ （モード行列）

$\boldsymbol{a}(\theta_l) \in \mathbb{C}^{K\times 1}$ （モードベクトル）

$\boldsymbol{s}_s = [s_{s1}, \cdots, s_{sL}]^T \in \mathbb{C}^{L\times 1}$ （信号ベクトル）



スパース再構成した$\boldsymbol{s}$
$(L = 2)$

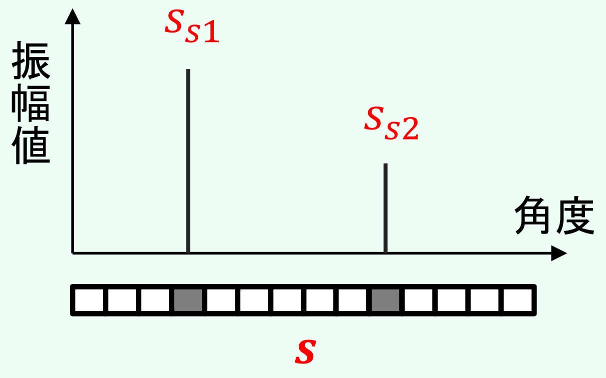
スパースモデリング

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{s} + \boldsymbol{n} \in \mathbb{C}^{K\times 1}$$

$N(\gg L)$個の角度ビン$\theta_1, \cdots, \theta_N$
に対応したモード行列$\boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_N)] \in \mathbb{C}^{K\times N}$ （既知）

$\boldsymbol{s} = [s_1, \cdots, s_N]^T \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ （未知のスパースベクトル）



角度スペクトラム例
$(L = 2)$

圧縮センシングの原理

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{s} + \boldsymbol{n}$$

$\boldsymbol{x} \in \mathbb{C}^{K\times 1}$

$\boldsymbol{s} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$

$\boldsymbol{x}$の次元K 方程式の数 < $\boldsymbol{s}$の次元N 未知数の数

劣決定問題となり，解が不定

スパース性による条件を付加

ベクトル$\boldsymbol{s}$のl_pノルム

$$\|\boldsymbol{s}\|_p = \left(\sum_{i=1}^{N} |s_i|^p\right)^{1/p}$$

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{\boldsymbol{s}} \underbrace{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{s} - \boldsymbol{x}\|_2^2}_{\text{推定誤差項}} \quad \text{subject to} \quad \underbrace{\|\boldsymbol{s}\|_p \le \gamma_0}_{\text{スパース性条件}}$$

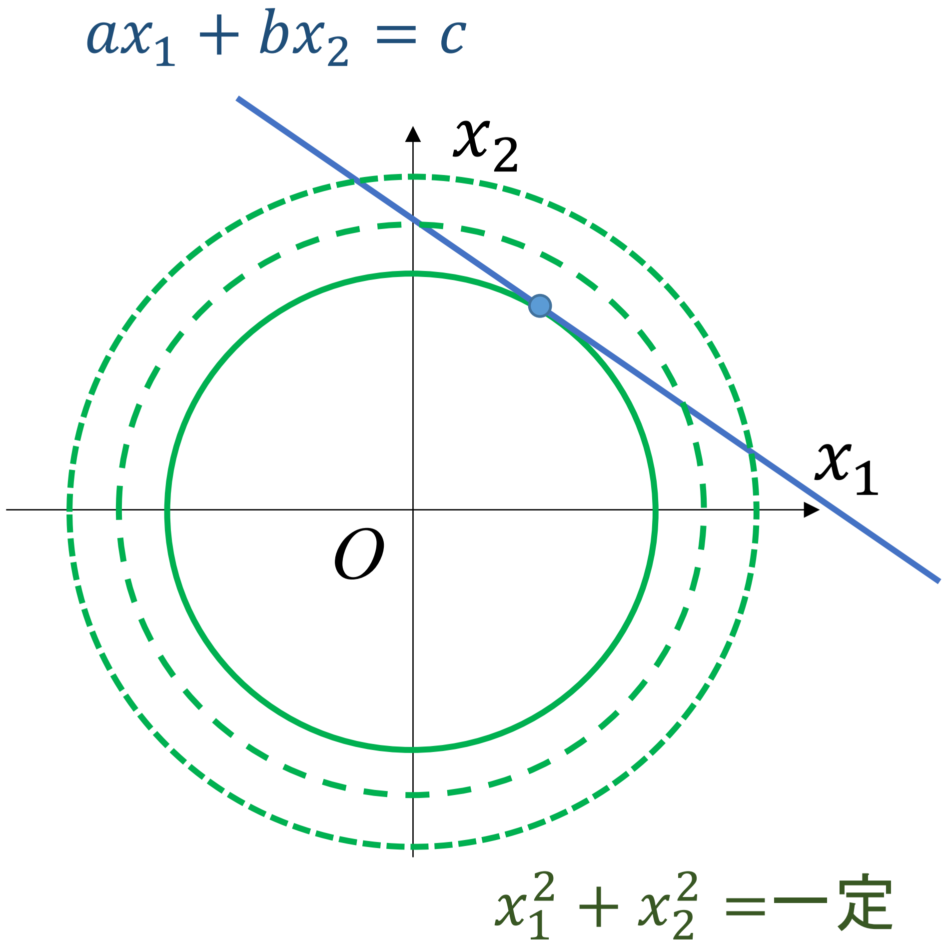
γ_0：定数

例えば

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{\boldsymbol{s}} \left(\frac{1}{2}\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{s} - \boldsymbol{x}\|_2^2 + \alpha\|\boldsymbol{s}\|_p^p\right)$$

α：未定乗数

l_pノルムの選び方



2次元ベクトル

$$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2]^T \in \mathbb{R}^2$$

に対して $ax_1 + bx_2 = c$ の条件下で

$$\min_{\boldsymbol{x}} \|\boldsymbol{x}\|_2 \quad (p = 2)$$

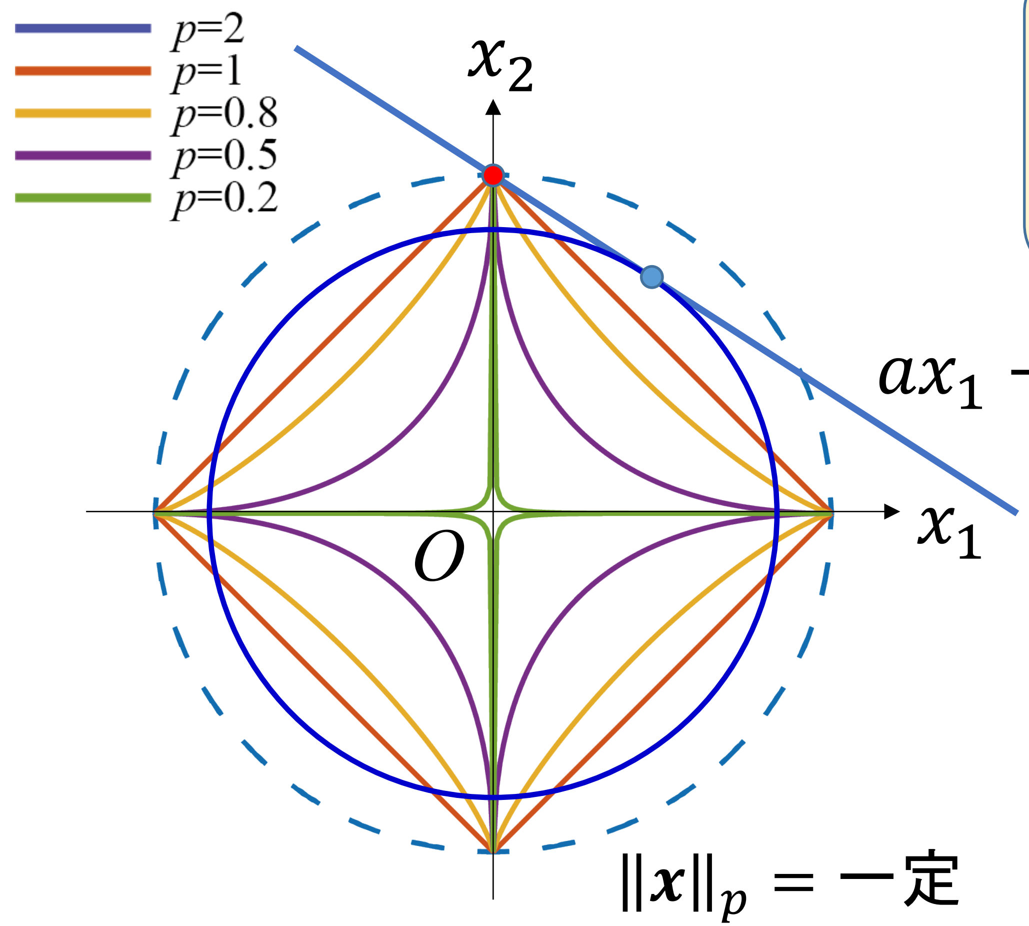
を考える

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{ac}{a^2 + b^2} \\ x_2 = \dfrac{bc}{a^2 + b^2} \end{cases}$$ が解

スパースな解
ではない

l_pノルムの選び方(続き)

$ax_1 + bx_2 = c$の条件下で$\|\boldsymbol{x}\|_p$ $(p \leq 2)$ を最小化する問題を考える



l_pノルムの p の値を小さくすると

x_1かx_2のどちらかを選択する可能性が高くなる($x_1 = 0, x_2 = c/b$)

スパース問題においては
$p \leq 1$の選択は有用

$p < 1$のl_pノルムは
準ノルムと呼ばれる

ISTA (Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm)

ISTAの評価関数 $\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{\boldsymbol{s}} \left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{s} - \boldsymbol{x}\|_2^2 + \alpha \|\boldsymbol{s}\|_1 \right)$

l_1ノルムを使用
（α：定数）

最急降下法(SG) $\alpha = 0$ の場合

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{m+1} = \hat{\boldsymbol{s}}_m + \gamma \boldsymbol{g}_m \quad (m：反復回数)$$

$\boldsymbol{g}_m$: 探索方向ベクトル
γ: $\hat{\boldsymbol{s}}_m$の更新係数（ステップサイズ）

推定誤差項の勾配方向（下降）に探索

$$\boldsymbol{g}_m = -\nabla \frac{1}{2} \|\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{s}}_m - \boldsymbol{x}\|_2^2 = -\boldsymbol{A}^H (\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{s}}_m - \boldsymbol{x})$$

軟判定閾値関数

$$S_c(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{|x| - c}{|x|} \right) x & |x| \geq c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

⇒ **スパース性の実現**

$\alpha > 0$
の場合

ISTA

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{m+1} = S_{\alpha/P} \left(\hat{\boldsymbol{s}}_m - \frac{1}{P} \boldsymbol{A}^H (\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{s}}_m - \boldsymbol{x}) \right)$$

定ステップサイズ (γ=1/P) で少しずつ $\hat{\boldsymbol{s}}_m$ を更新

P : リプシッツ定数

FISTA (Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm)

ISTA

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{m+1} = S_{\alpha/P}\left(\hat{\boldsymbol{s}}_m - \frac{1}{P}\boldsymbol{A}^H(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{s}}_m - \boldsymbol{x})\right)$$

一般的に**収束が遅い**

FISTA

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{m+1} = S_{\alpha/P}\left(\hat{\boldsymbol{v}}_m - \frac{1}{P}\boldsymbol{A}^H(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{v}}_m - \boldsymbol{x})\right)$$

$$\boldsymbol{v}_m = \boldsymbol{s}_m + \underbrace{\left(\frac{t_{m-1} - 1}{t_m}\right)(\boldsymbol{s}_m - \boldsymbol{s}_{m-1})}_{\text{慣性項}}$$

$$t_m = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_{m-1}^2}}{2}$$

最適解の近くで収束を加速させる

ISTA：
m回反復すると$1/m$のオーダで推定値と真値の差が減少

FISTA：
m回反復すると$1/m^2$のオーダで推定値と真値の差が減少

FOCUSS (Focal Undetermined System Solver)

FOCUSSの原理

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{\boldsymbol{s}} \|\boldsymbol{s}\|_p^p \quad \text{subject to } \boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}$$

推定値

l_pノルムのp乗 $(0 \leq p \leq 1)$

Lagrangeの未定乗数法で解く

FOCUSSのアルゴリズム

mを反復回数とした不動点反復法

反復

ウエイト行列

Step1 : $\boldsymbol{W}_m = \mathrm{diag}\left(\left|s_{m-1,1}\right|^{1-\frac{p}{2}}, \cdots, \left|s_{m-1,N}\right|^{1-\frac{p}{2}}\right)$

$\boldsymbol{s}_{m-1}$の成分

$\boldsymbol{A}_m$の一般逆行列

Step2 : $\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{A}_m^H\left(\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{A}_m^H + \delta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{x}$

with $\boldsymbol{A}_m = \boldsymbol{A}\boldsymbol{W}_m$

Step3 : $\boldsymbol{s}_m = \boldsymbol{W}_m\boldsymbol{Q}_m$

初期値: $\boldsymbol{W}_0 = \boldsymbol{I}$

$\mathrm{diag}(\cdot)$: 対角行列

δ : 正則化パラメータ（正の微小量）

圧縮センシングによる方向推定例（諸元）

アレー形状：7素子半波長等間隔リニアアレー（等方性素子）

ULA: Uniform Linear Array

到来波：2波

到来波1：$\theta_1 = 20°$, $P_1 = 1.0$

到来波2：$\theta_2 = 30°$, $P_2 = 1.0$

内部雑音：$\sigma^2 = 0.01$ （SNR=20dB）

収束条件：$\frac{\|\boldsymbol{s}_m - \boldsymbol{s}_{m-1}\|_2}{\|\boldsymbol{s}_m\|_2} < 10^{-4}$

ISTA, FISTA：$\alpha = 1.0$ $(p = 1)$

FOCUSS：$p = 0.0, \delta = 10^{-3}$

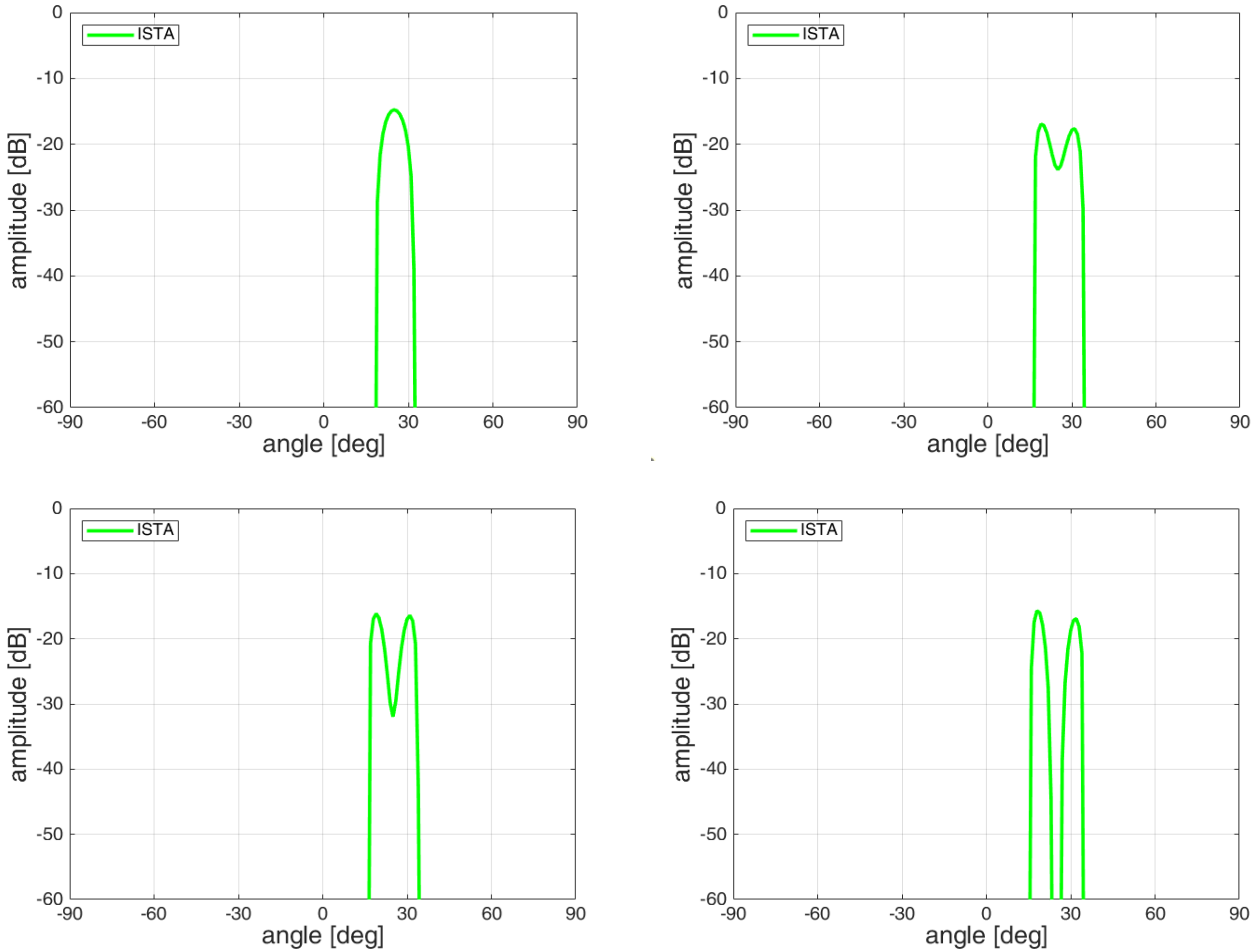
圧縮センシングによる方向推定例(結果1)

4回の独立試行

ISTA

$(20°, 30°)$

7素子ULA



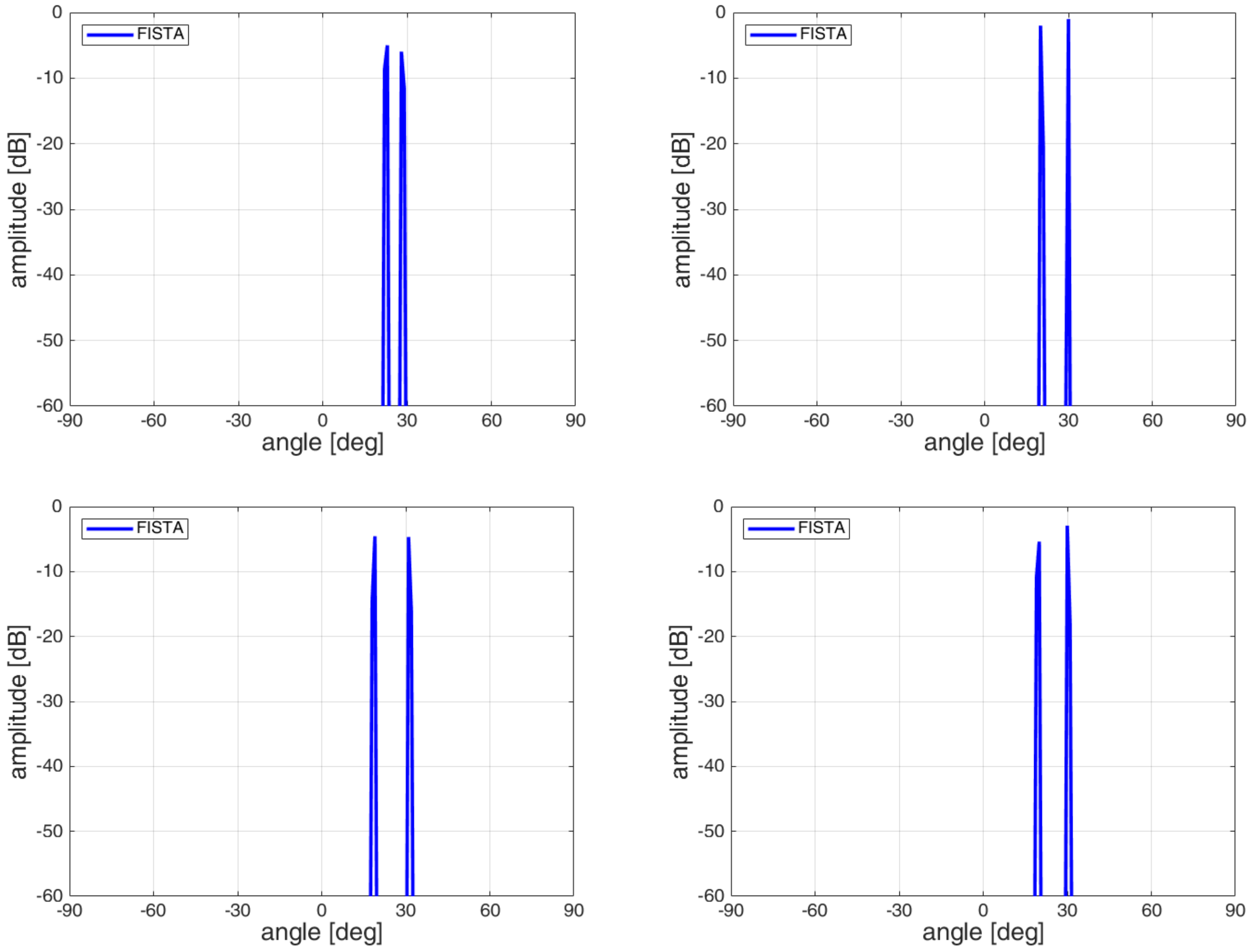
圧縮センシングによる方向推定例（結果2）

4回の独立試行

FISTA

$(20°, 30°)$

7素子ULA



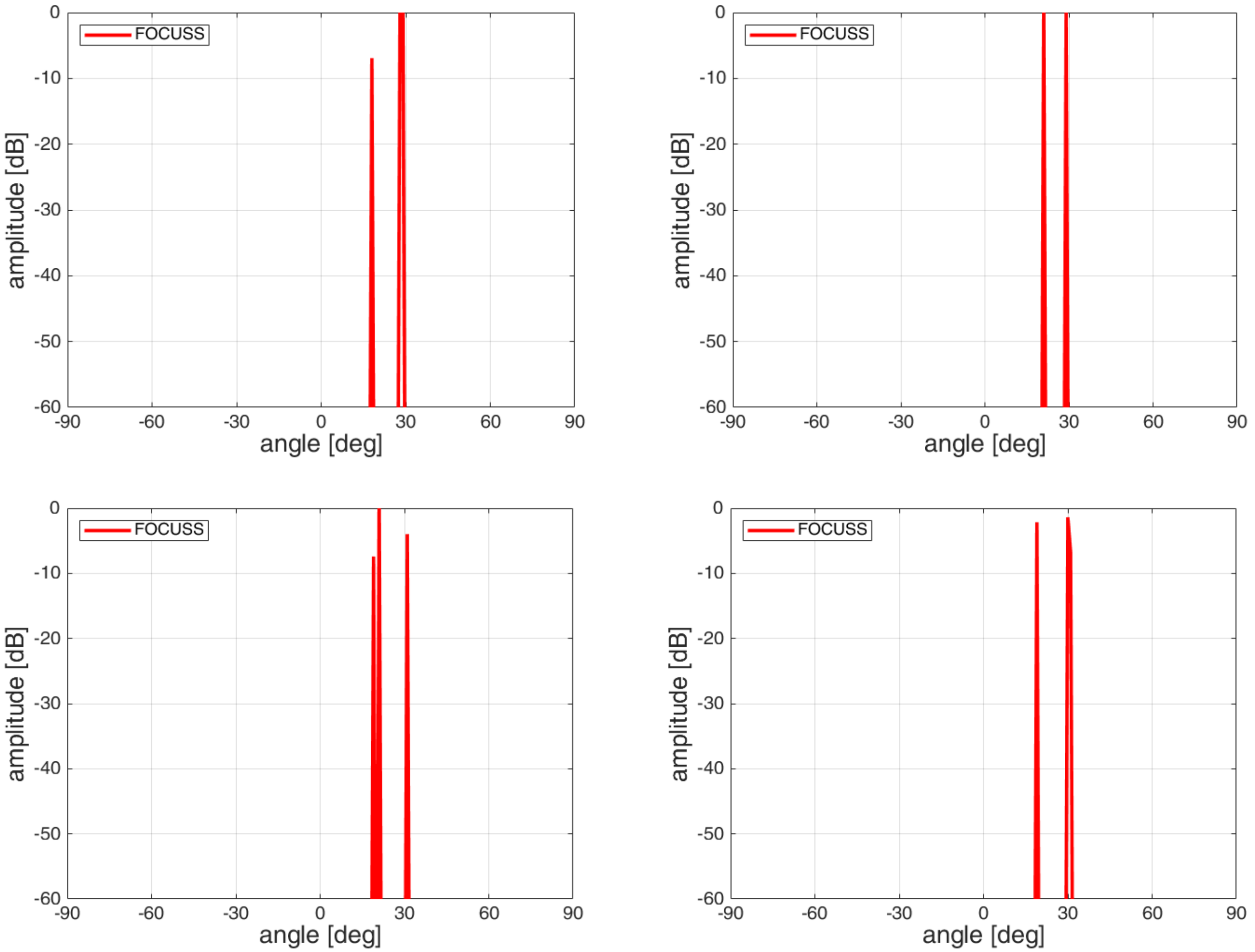
圧縮センシングによる方向推定例(結果3)

4回の独立試行

FOCUSS

$(20°, 30°)$

7素子ULA



複数スナップショットを利用するFOCUSS

N_s個のスナップショットを用いた受信データ行列$\boldsymbol{X}$

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}(1), \cdots \boldsymbol{x}(N_s)] \in \mathbb{C}^{K \times N_s}$$

スパース表現

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{S} + \boldsymbol{N}$$

$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_N)] \in \mathbb{C}^{K \times N}$（角度ビンのモード行列）

$$\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}(1), \cdots \boldsymbol{s}(N_s)] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}[1] \\ \vdots \\ \boldsymbol{s}[N] \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times N_s}$$

$$\bar{\boldsymbol{s}} = [\|\boldsymbol{s}[1]\|_2, \cdots, \|\boldsymbol{s}[N]\|_2]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

（行平均ベクトル）

$\boldsymbol{N} = [\boldsymbol{n}(1), \cdots \boldsymbol{n}(N_s)]$

$\boldsymbol{s}(n)$は$\boldsymbol{S}$の第n列ベクトル，$\boldsymbol{s}[n]$は$\boldsymbol{S}$の第n行ベクトル

Multiple-measurement-FOCUSS (M-FOCUSS)の原理

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \underset{\boldsymbol{S}}{\arg\min} \underbrace{\|\bar{\boldsymbol{s}}\|_p^p}_{l_p\text{ノルムの}p\text{乗}} \quad \text{subject to } \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{S}$$

推定値

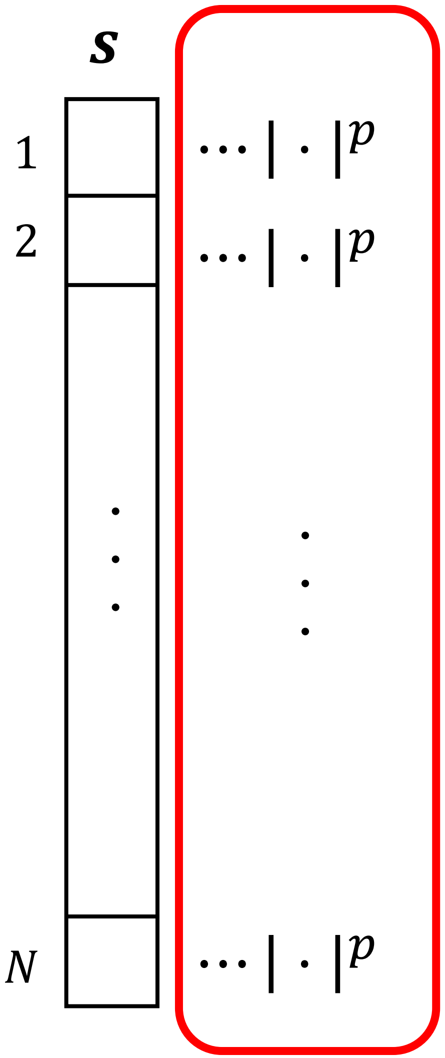
l_pノルムのp乗 $(0 \leq p \leq 1)$

Lagrangeの未定乗数法で解く

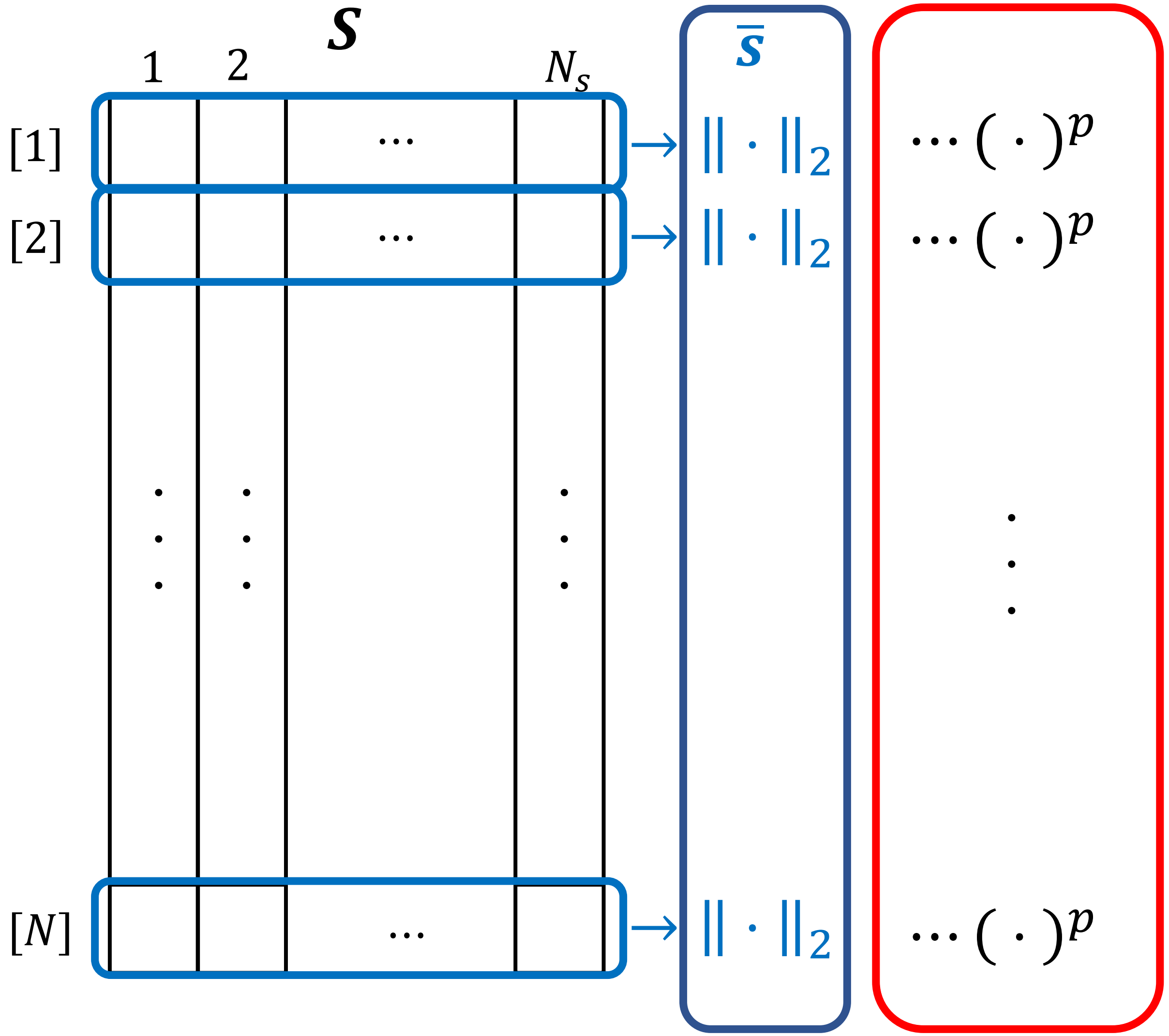
M-FOCUSSにおけるl_pノルム

行単位の結合スパース
行列を求める

FOCUSS($N_s = 1$)



M-FOCUSS($N_s > 1$)



M-FOCUSSアルゴリズム

mを反復回数とした不動点反復法

第m反復時の$\boldsymbol{S}_m$

$$\boldsymbol{S}_m = [\boldsymbol{s}_m(1), \cdots \boldsymbol{s}_m(N_s)] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_m[1] \\ \vdots \\ \boldsymbol{s}_m[N] \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times N_s}$$

$$\bar{\boldsymbol{s}}_m = [\|\boldsymbol{s}_m[1]\|_2, \cdots, \|\boldsymbol{s}_m[N]\|_2]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

反復

Step1 : $\boldsymbol{W}_m = \mathrm{diag}\left(\|\boldsymbol{s}_{m-1}[1]\|_2^{1-\frac{p}{2}}, \cdots, \|\boldsymbol{s}_{m-1}[N]\|_2^{1-\frac{p}{2}}\right)$

$= \mathrm{diag}\left(|\bar{s}_{m-1,1}|^{1-\frac{p}{2}}, \cdots, |\bar{s}_{m-1,N}|^{1-\frac{p}{2}}\right)$

Step2 : $\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{A}_m^H(\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{A}_m^H + \delta\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{X}$
with $\boldsymbol{A}_m = \boldsymbol{A}\boldsymbol{W}_m$

Step3 : $\boldsymbol{S}_m = \boldsymbol{W}_m\boldsymbol{Q}_m$

初期値 : $\boldsymbol{W}_0 = \boldsymbol{I}$

$\mathrm{diag}(\cdot)$: 対角行列

δ : 正則化パラメータ（正の微小量）

シミュレーションによる比較（諸元）

アレー形状：7素子半波長等間隔リニアアレー

到来波：2波

到来波1：$\theta_1 = 20°$, $P_1 = 1.0$

到来波2：$\theta_2 = 30°$, $P_2 = 1.0$

内部雑音：$\sigma^2 = 0.01$ （SNR=20dB）

収束条件：$\frac{\|\boldsymbol{s}_m - \boldsymbol{s}_{m-1}\|_2}{\|\boldsymbol{s}_m\|_2} < 10^{-4}$

ISTA, FISTA：$\alpha = 1.0$ $(p = 1)$

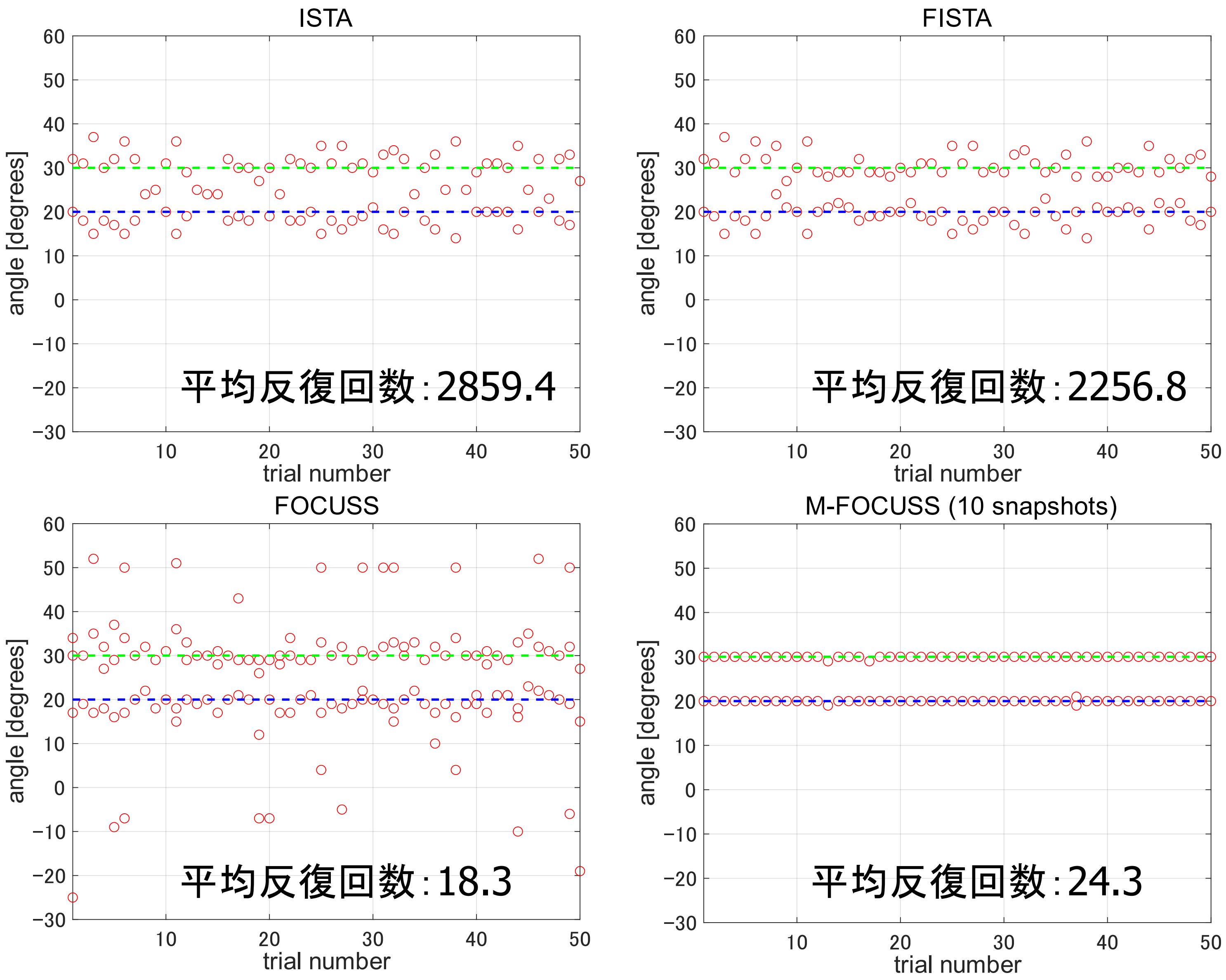
FOCUSS, M-FOCUSS：$p = 0.0, \delta = 10^{-3}$

M-FOCUSSのスナップショット数：$N_s = 10$

シミュレーションによる比較（結果）

50回の試行における推定値

$(20°, 30°)$



4　MIMO技術を用いた到来方向推定への拡張

【ポイント】

MIMOの中で，どのように方向推定アルゴリズムが使われるか

MIMO: Multiple Input and Multiple Output

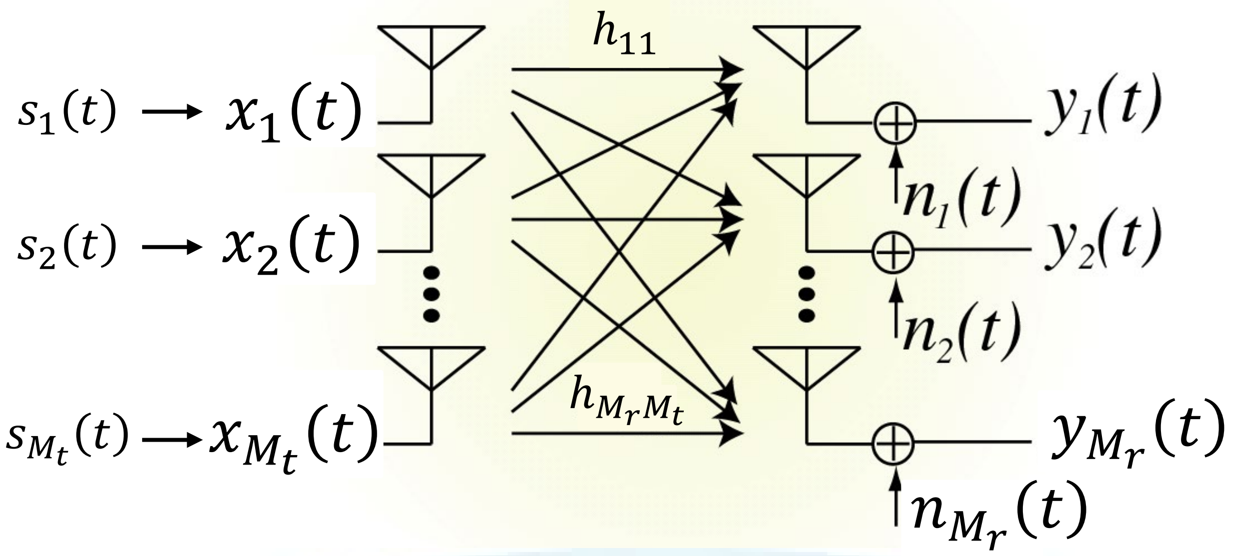
4.1　MIMOの基礎

MIMOシステム

チャネル応答行列

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r1} & \cdots & h_{M_rM_t} \end{bmatrix}$$

h_{ij}: 送信第j素子から受信第i素子への伝達応答値



図：一般的なMIMOシステム
（送信：M_t素子，受信：M_r素子）

受信信号ベクトル

$$\boxed{\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{n}(t)}$$

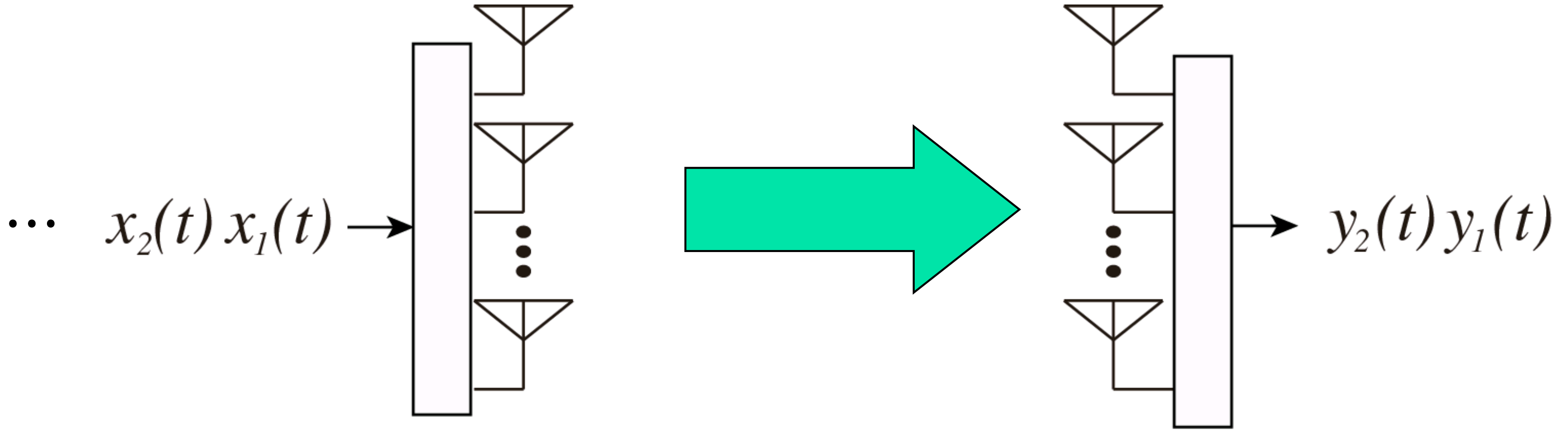
$\boldsymbol{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \cdots, y_{M_r}(t)]^T$ ：受信信号ベクトル

$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_{M_t}(t)]^T$ ：送信信号ベクトル ($= \boldsymbol{s}(t)$)

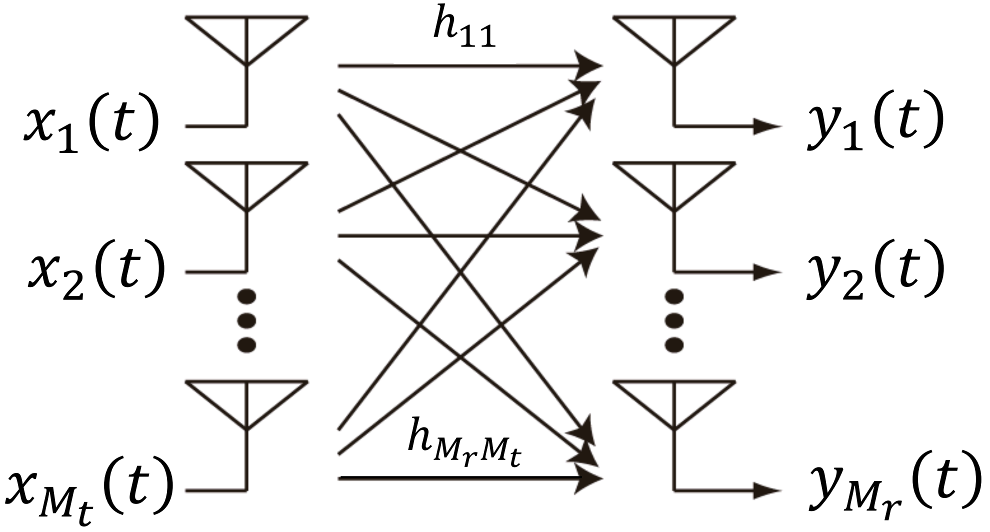
$\boldsymbol{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \cdots, n_{M_r}(t)]^T$ ：内部雑音ベクトル

送受信アレーアンテナとMIMO

送受信アレーアンテナ（フェーズドアレー）



MIMO



MIMO：通信における二つの性質

1. 切れないリンクを実現する技術
（高信頼性技術）**ダイバーシチ**

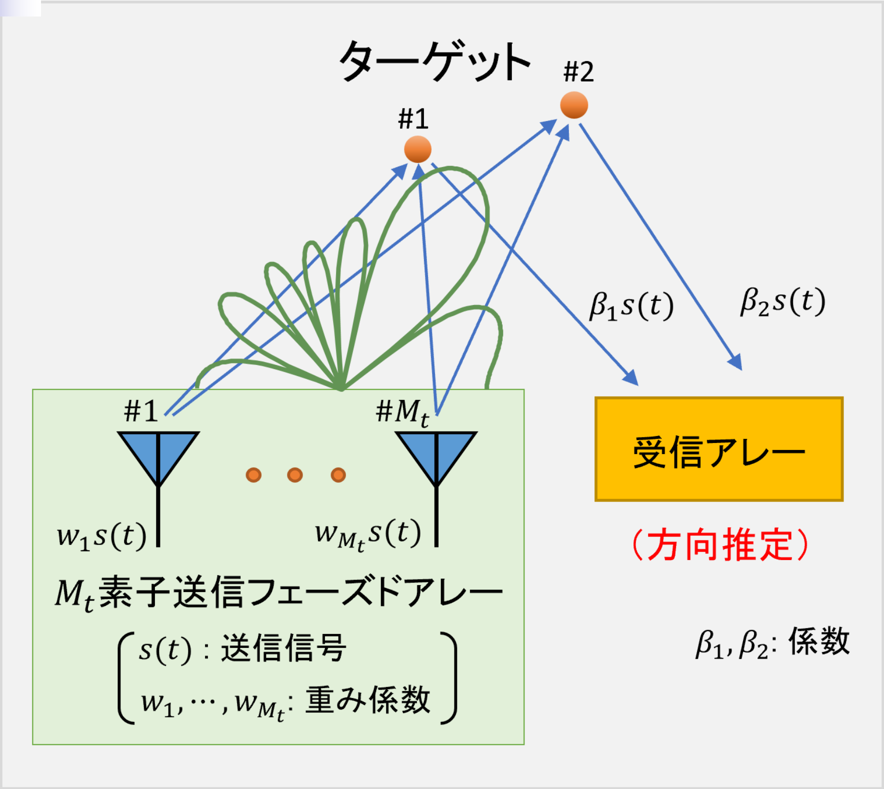
まったく異なる技術

2. たくさんの情報を伝送する技術
（高スループット技術，高速伝送技術）
空間多重伝送

MIMOレーダにおいても二つの性質がある

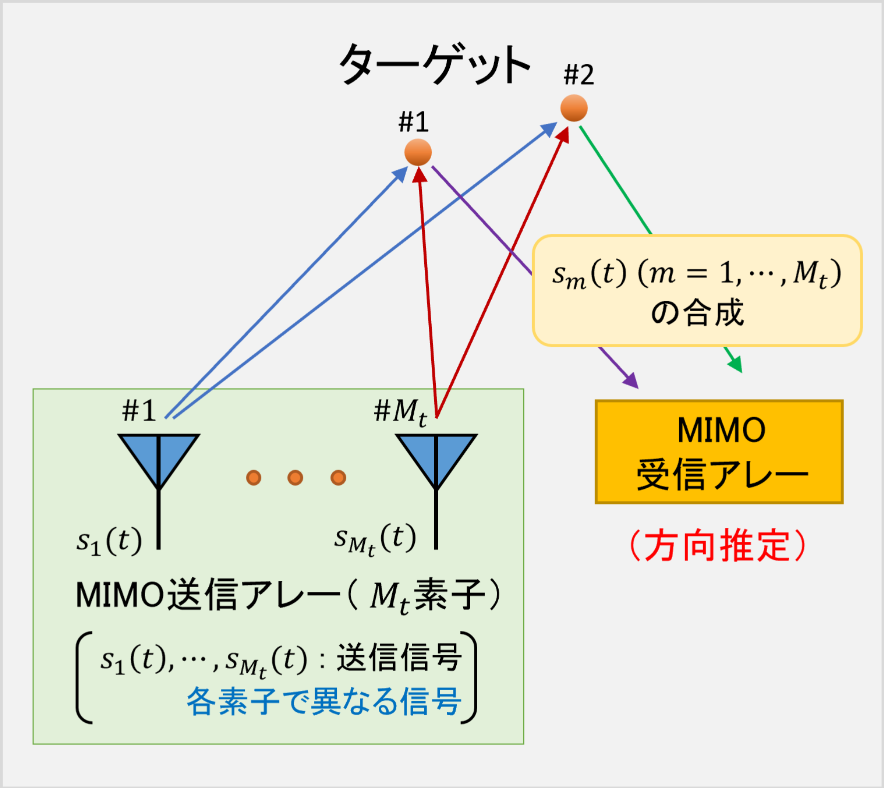
4.2 推定アルゴリズムの MIMOシステムへの適用

レーダの基本構成　SIMOとMIMO



SIMOレーダ
(Single Input Multiple Output)

$s(t)$に重み付けをして送信する
フェーズドアレー
＝ビームフォーミング方式

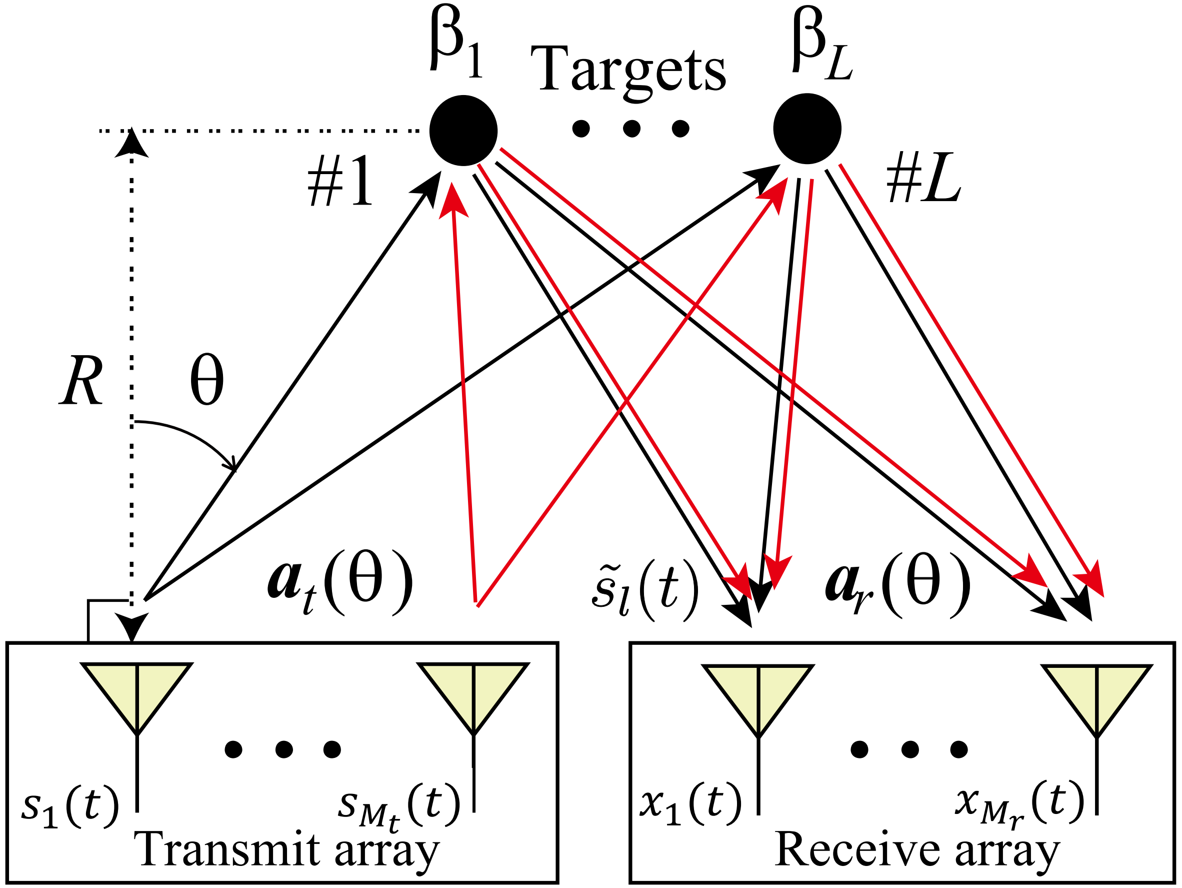


MIMOレーダ
(Multiple Input Multiple Output)

$s_1(t), \cdots, s_{M_t}(t)$は異なる信号（直交信号）

受信側で相関演算に
より分離可能

MIMOレーダ　システム構成



送信素子数 : M_t

素子間隔 : d_t

受信素子数 : M_r

素子間隔 : d_r

$\boldsymbol{a}_t(\theta)$: 送信モードベクトル

$\boldsymbol{a}_r(\theta)$: 受信モードベクトル

$\tilde{s}_l(t)$: 受信アレーの第1素子の受信信号

β_l: ターゲット反射係数

$(l = 1, \cdots, L)$

送受併置 (colocated)

MIMOレーダの送受信信号モデル

第1素子受信信号 $\tilde{s}_l(t)$

受信ベクトル：

$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t),\ x_2(t),\ \cdots,\ x_{M_r}(t)]^T = \sum_{l=1}^{L} \boldsymbol{a}_r(\theta_l)\underline{\{\beta_l \boldsymbol{a}_t^T(\theta_l)\boldsymbol{s}(t)\}}$$

$$= [\boldsymbol{a}_r(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}_r(\theta_L)]\ \mathrm{diag}\{\beta_1, \cdots, \beta_L\} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_t^T(\theta_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_t^T(\theta_L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_{M_t}(t) \end{bmatrix}$$

$$= \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{B} \boldsymbol{A}_t^T \boldsymbol{s}(t)$$

$\boldsymbol{A}_t = [\boldsymbol{a}_t(\theta_1),\ \cdots,\ \boldsymbol{a}_t(\theta_L)]$ 送信モード行列

$\boldsymbol{A}_r = [\boldsymbol{a}_r(\theta_1),\ \cdots,\ \boldsymbol{a}_r(\theta_L)]$ 受信モード行列

$\boldsymbol{B} = \mathrm{diag}\{\beta_1, \cdots, \beta_L\}$ 反射係数行列（対角行列）

$\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t),\ \cdots,\ s_{M_t}(t)]^T$ 送信ベクトル

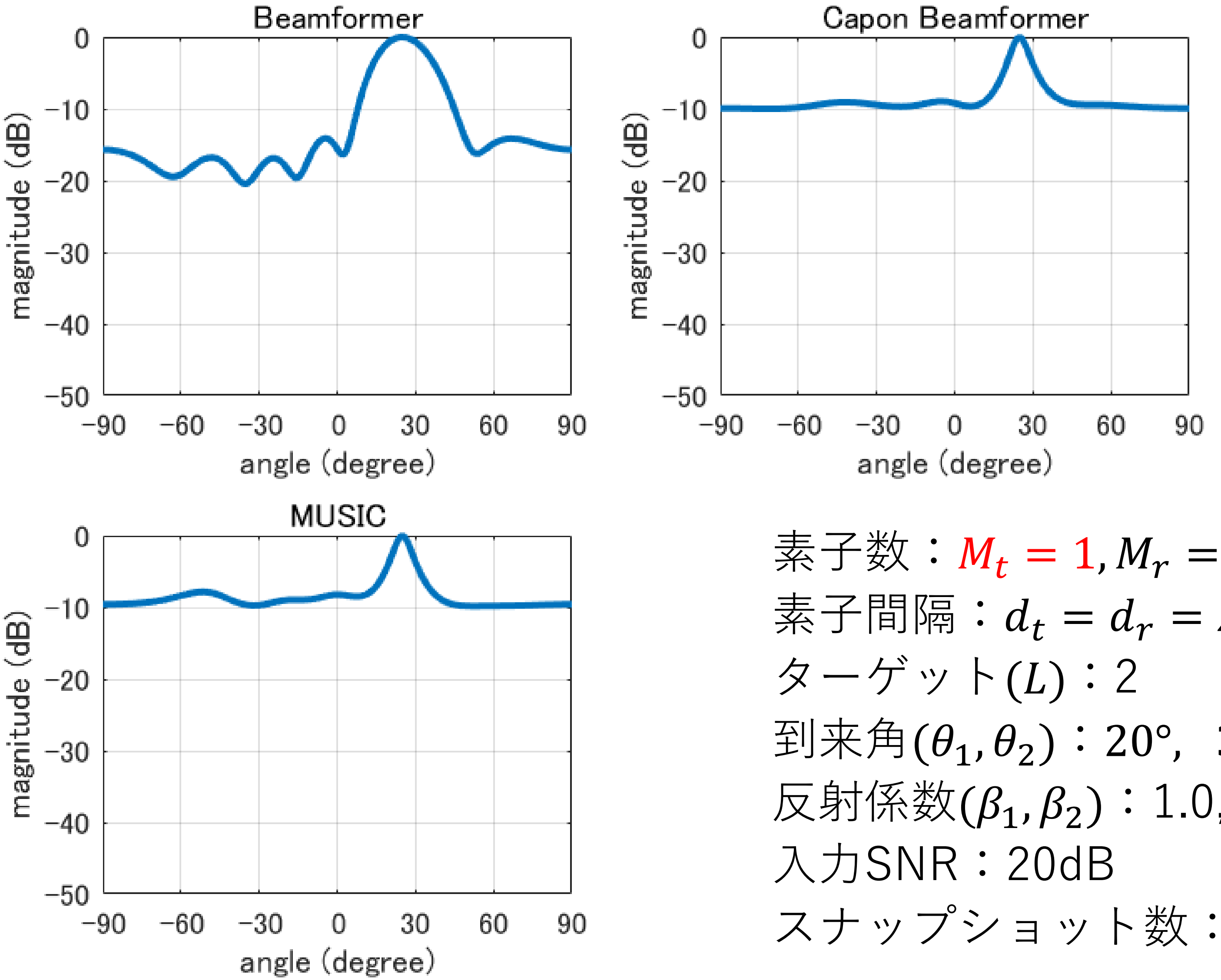
（直交信号）

MIMOチャネル行列 $\boldsymbol{H}$

内部雑音が存在する場合は

$$\boxed{\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{B} \boldsymbol{A}_t^T \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t)}$$

MIMOレーダによるターゲット方向推定の例(1)



到来波2波が有相関波であるためSIMOでは分離できない

素子数：$M_t = 1, M_r = 6$ (**SIMO**)

素子間隔：$d_t = d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

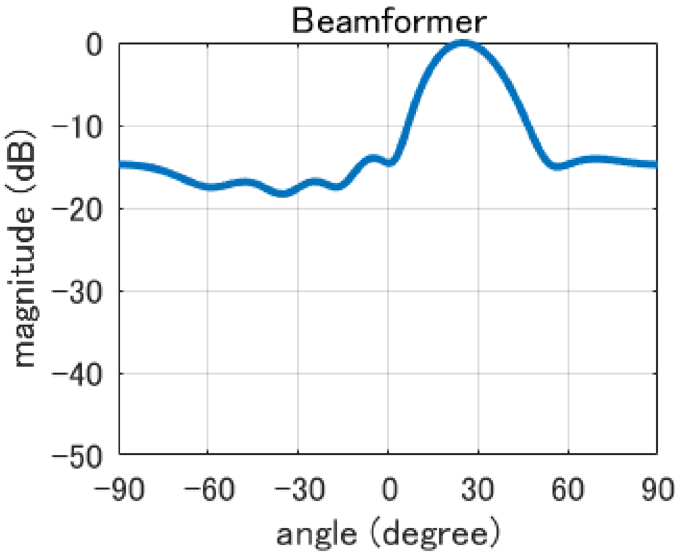
到来角(θ_1, θ_2)：20°，30°

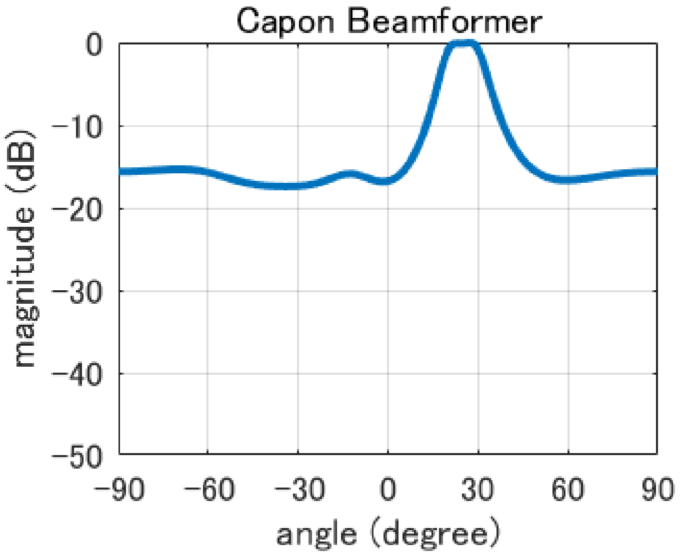
反射係数(β_1, β_2)：1.0，1.0（位相一定）

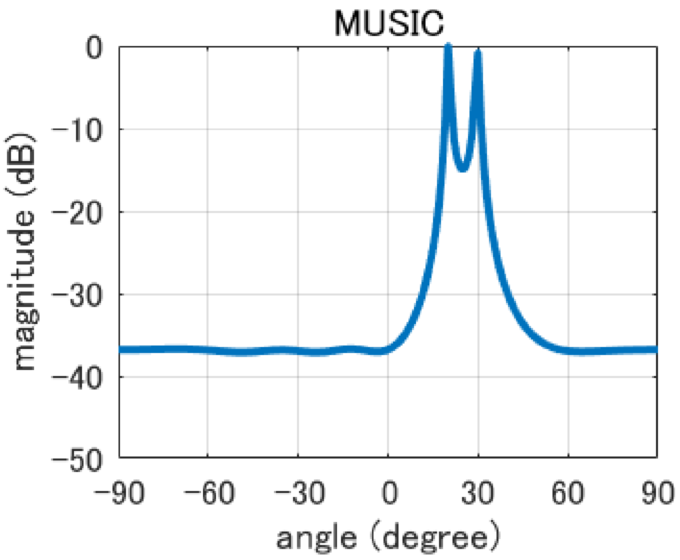
入力SNR：20dB

スナップショット数：100（期待値演算）

MIMOレーダによるターゲット方向推定の例(2)







MIMOでは有相関波の分離ができる

素子数：$M_t = 2, M_r = 6$

素子間隔：$d_t = d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

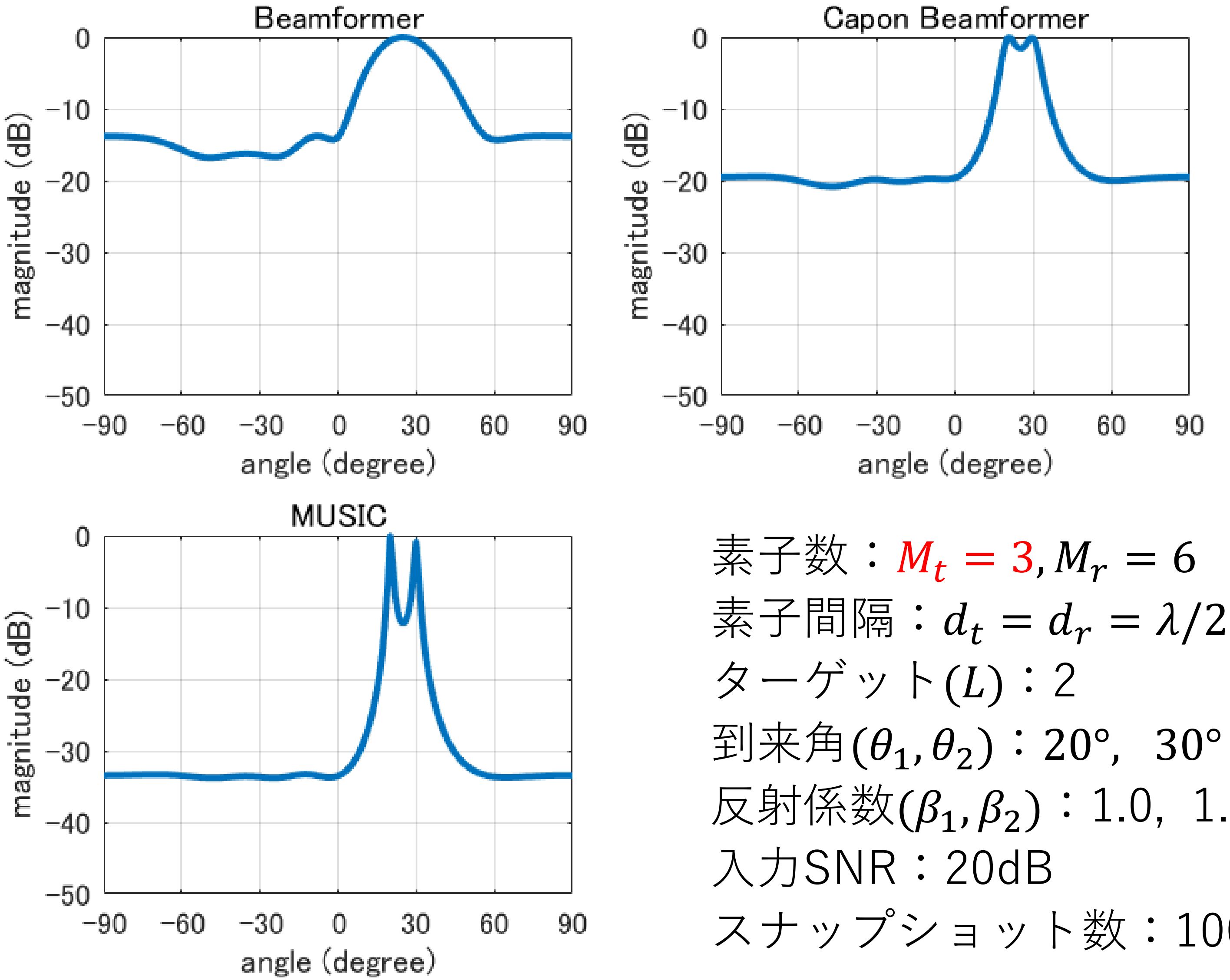
到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°

反射係数(β_1, β_2)：1.0, 1.0（位相一定）

入力SNR：20dB

スナップショット数：100（期待値演算）

MIMOレーダによるターゲット方向推定の例(3)



MIMOでは有相関波の分離ができ，送信素子数が増えると分離性能が向上する

素子数：$M_t = 3, M_r = 6$

素子間隔：$d_t = d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

到来角(θ_1, θ_2)：20°，30°

反射係数(β_1, β_2)：1.0，1.0（位相一定）

入力SNR：20dB

スナップショット数：100（期待値演算）

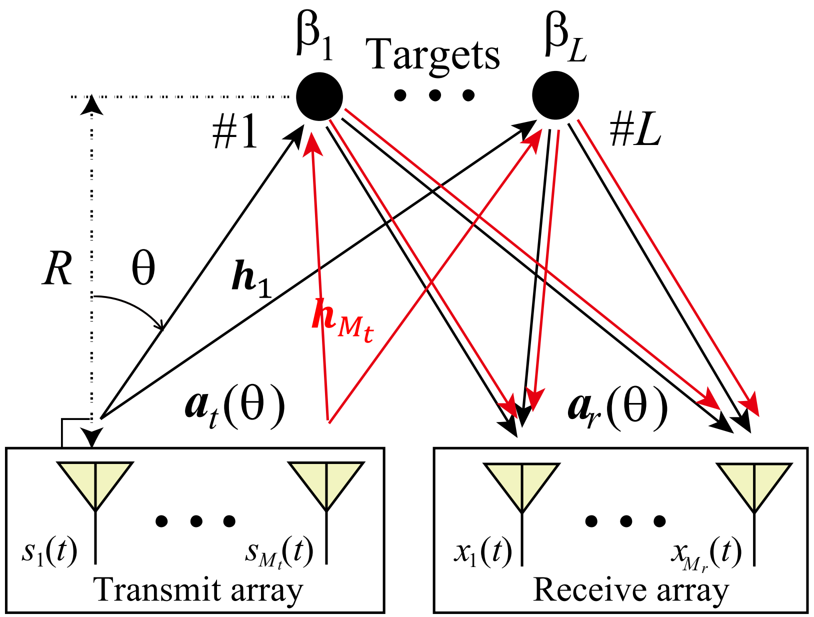
MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均効果

受信ベクトル：

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}(t) &= [x_1(t), \cdots, x_{M_r}(t)]^T \\
&= \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{B} \boldsymbol{A}_t^T \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \\
&= \boldsymbol{H} \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \\
&= \sum_{i=1}^{M_t} s_i(t) \boldsymbol{h}_i + \boldsymbol{n}(t)
\end{aligned}
$$

$$
\boldsymbol{H} = \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{B} \boldsymbol{A}_t^T = \underline{[\boldsymbol{h}_1, \cdots, \boldsymbol{h}_{M_t}]}
$$

$\boldsymbol{H}$はMIMOチャネル行列で，$\boldsymbol{h}_i$は送信第i素子からのSIMOチャネルベクトル



$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{A}_t &= [\boldsymbol{a}_t(\theta_1), \ \cdots, \ \boldsymbol{a}_t(\theta_L)] \\
\boldsymbol{A}_r &= [\boldsymbol{a}_r(\theta_1), \ \cdots, \ \boldsymbol{a}_r(\theta_L)] \\
\boldsymbol{B} &= \mathrm{diag}\{\beta_1, \cdots, \beta_L\} \\
\boldsymbol{s}(t) &= [s_1(t), \ \cdots, \ s_{M_t}(t)]^T
\end{aligned}
$$

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均効果(続き)

受信信号の相関行列$\boldsymbol{R}_{xx}$:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{R}_{xx} &= E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)] \\
&= \boldsymbol{H}\ E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(t)]\ \boldsymbol{H}^H + \sigma^2\boldsymbol{I} \\
&= \boldsymbol{H}\ \mathrm{diag}\{P_{s1}, \cdots, P_{s2}\}\ \boldsymbol{H}^H + \sigma^2\boldsymbol{I} \\
&= \sum_{i=1}^{M_t} P_{si}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^H + \sigma^2\boldsymbol{I} \quad (P_{si} = E[|s_i(t)|^2]) \quad (i = 1, \cdots, M_t)
\end{aligned}
$$

送信信号は直交しているため

$$E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(t)] = \mathrm{diag}\{P_{s1}, \cdots, P_{s2}\}$$

$P_{si}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^H$は第$i$素子から送信したSIMO受信相関行列

MIMOレーダの受信相関行列は各送信素子からのSIMOレーダの受信相関行列の平均(SSPと同じ効果)

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均効果

※SSP: Spatial Smoothing Processing

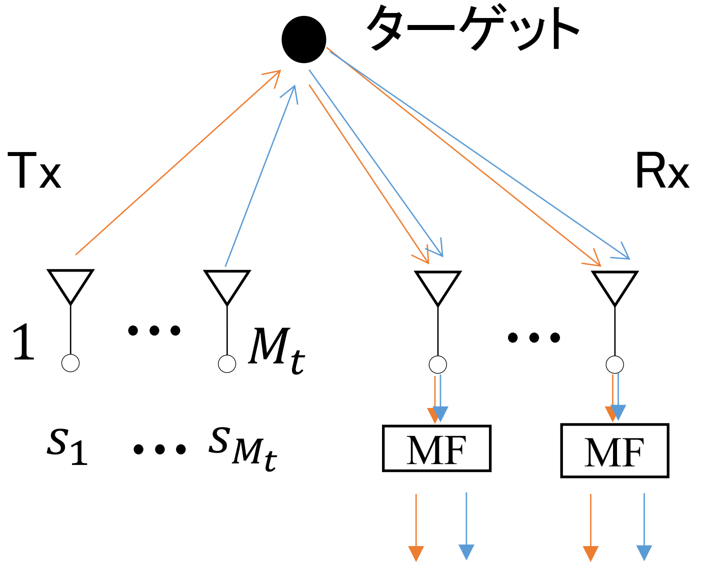
MIMOレーダの大きな特徴

受信側の**整合フィルタ(相関検波)**あるいは**送信信号切替**により，**送信信号ごと**に受信側で**分離受信可能**

- 各送信信号に対する受信ベクトルを連結することにより仮想アレー (VA)を構成できる.
  ・**アレー開口長の拡大とアレー自由度の増大**
- 各送信信号に対する受信ベクトルを独立スナップショットとして扱う.
  ・送信ダイバーシチ(マルチSIMO)による**空間平均効果の更なる向上** **(仮想アレー内の空間平均)**

MIMOレーダの送信信号分離方式

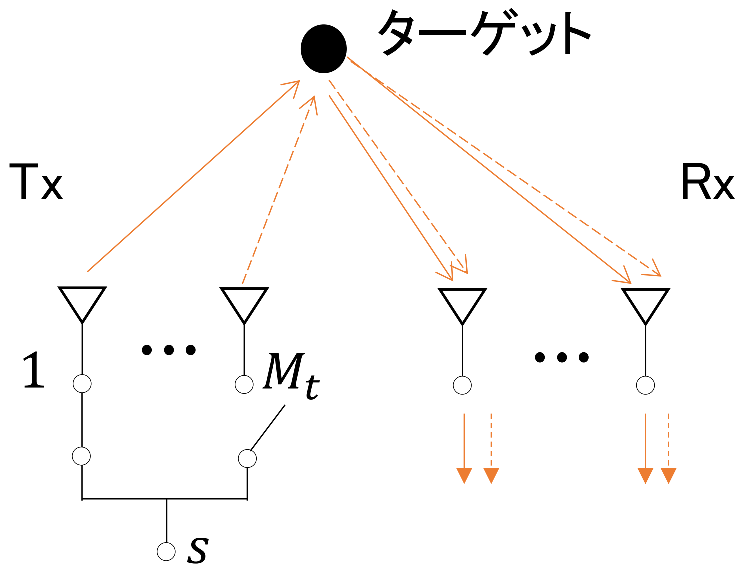
同時送信+MF



- 全送信素子から同時に信号を送信する
- 受信部では複数の信号が合成されて受信される
- マッチトフィルタ(MF)が**必要**

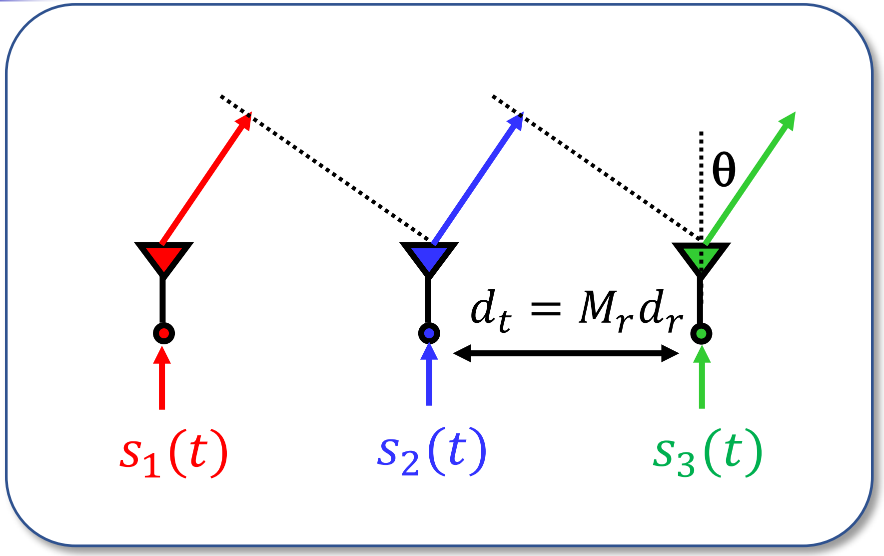
※MF: Matched Filter

同一信号送信切替(TDM)



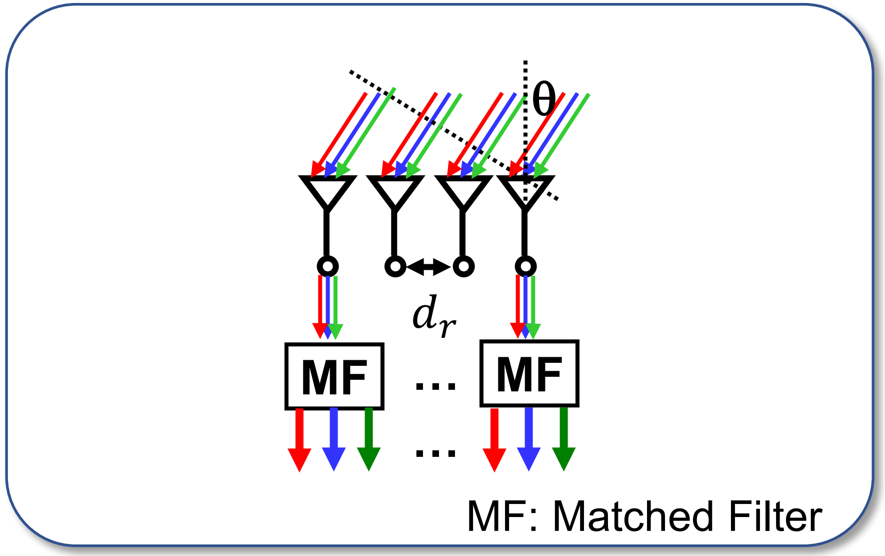
- 時間的に送信素子を切り替えて送信する
- マッチトフィルタ**不要**
- 送信信号に**振幅・位相誤差**が発生する

MIMOレーダの仮想アレー(VA)



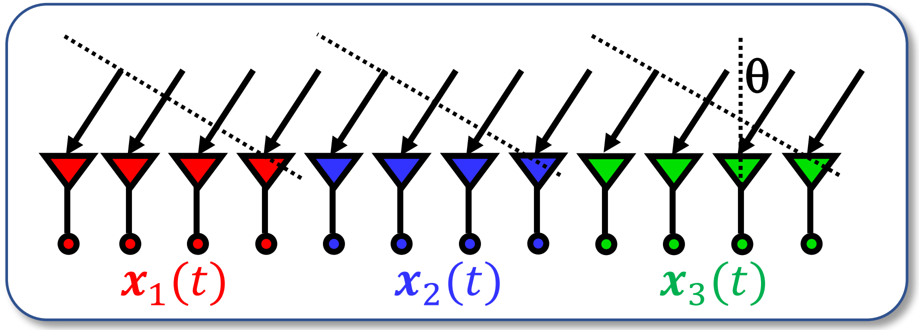
送信:M_t素子

+



受信:M_r素子

$M_t M_r$素子
アレーの角度
分解能をもつ



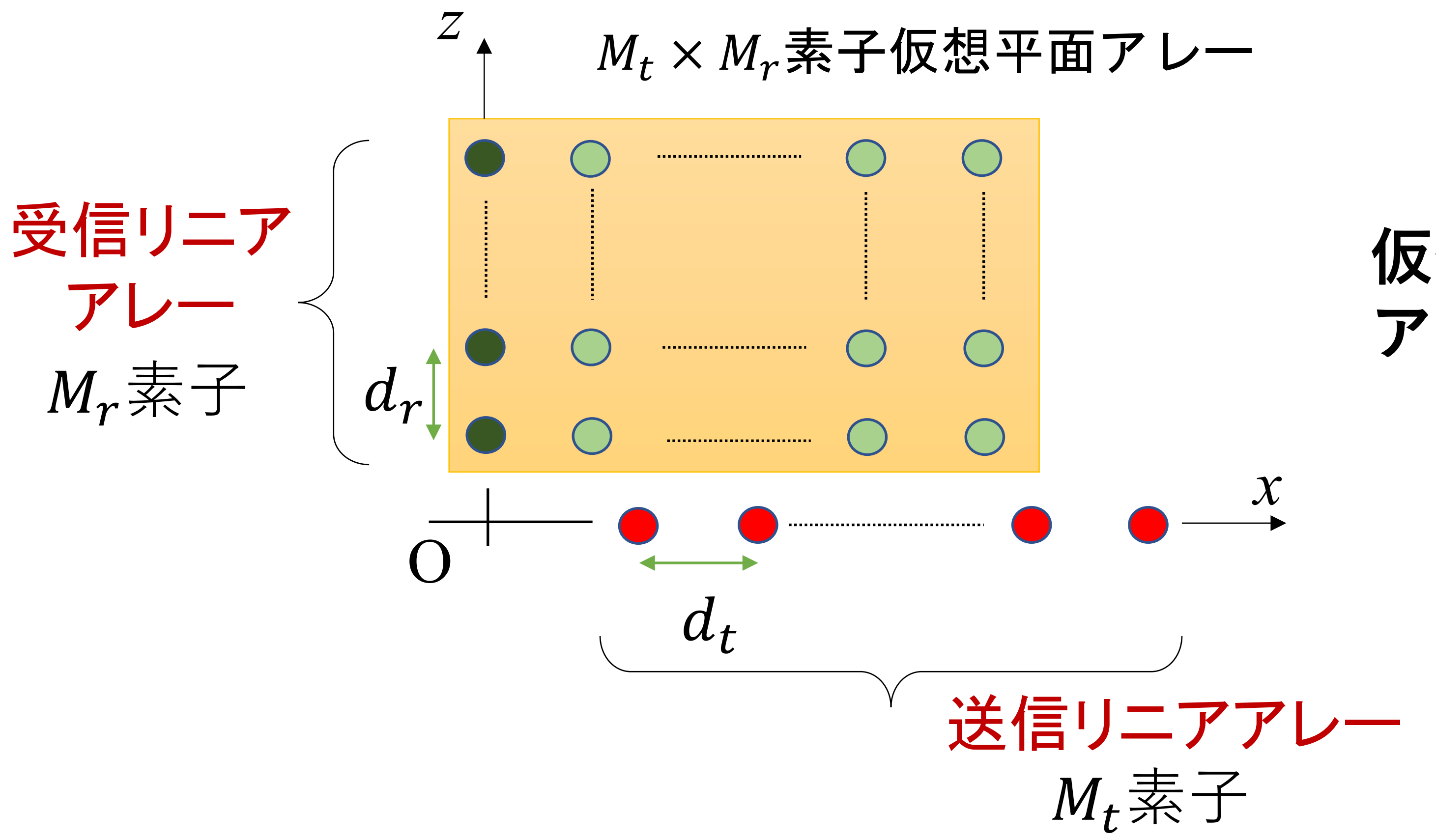
$M_t M_r$の自由度
($M_t M_r - 1$のヌル)を
もつ

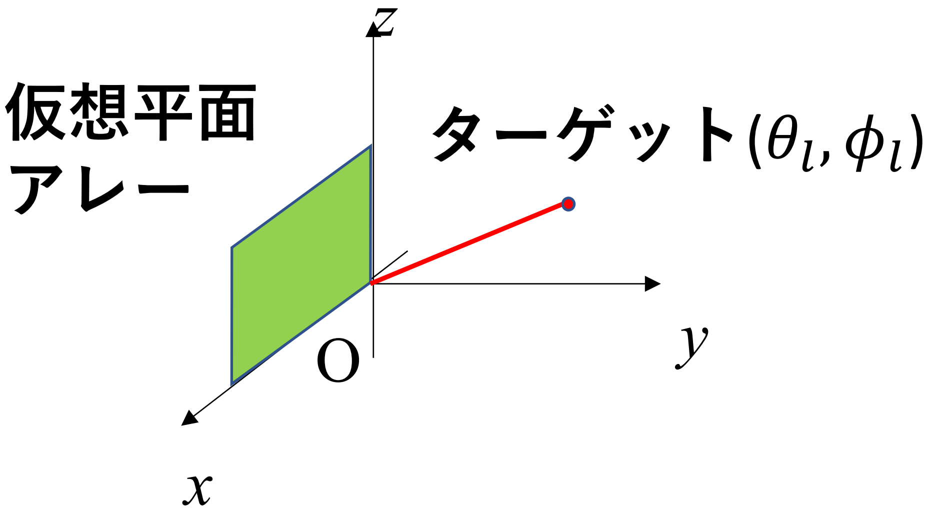
仮想アレー:$M_t \times M_r$素子
Virtual Array (VA)

$$\boldsymbol{R}_{xx} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)]$$

$$\boldsymbol{x}(t) = \left[\boldsymbol{x}_1^T(t)\ \ \boldsymbol{x}_2^T(t)\ \ \boldsymbol{x}_3^T(t)\right]^T$$

MIMOレーダの仮想アレー(VA):2次元化

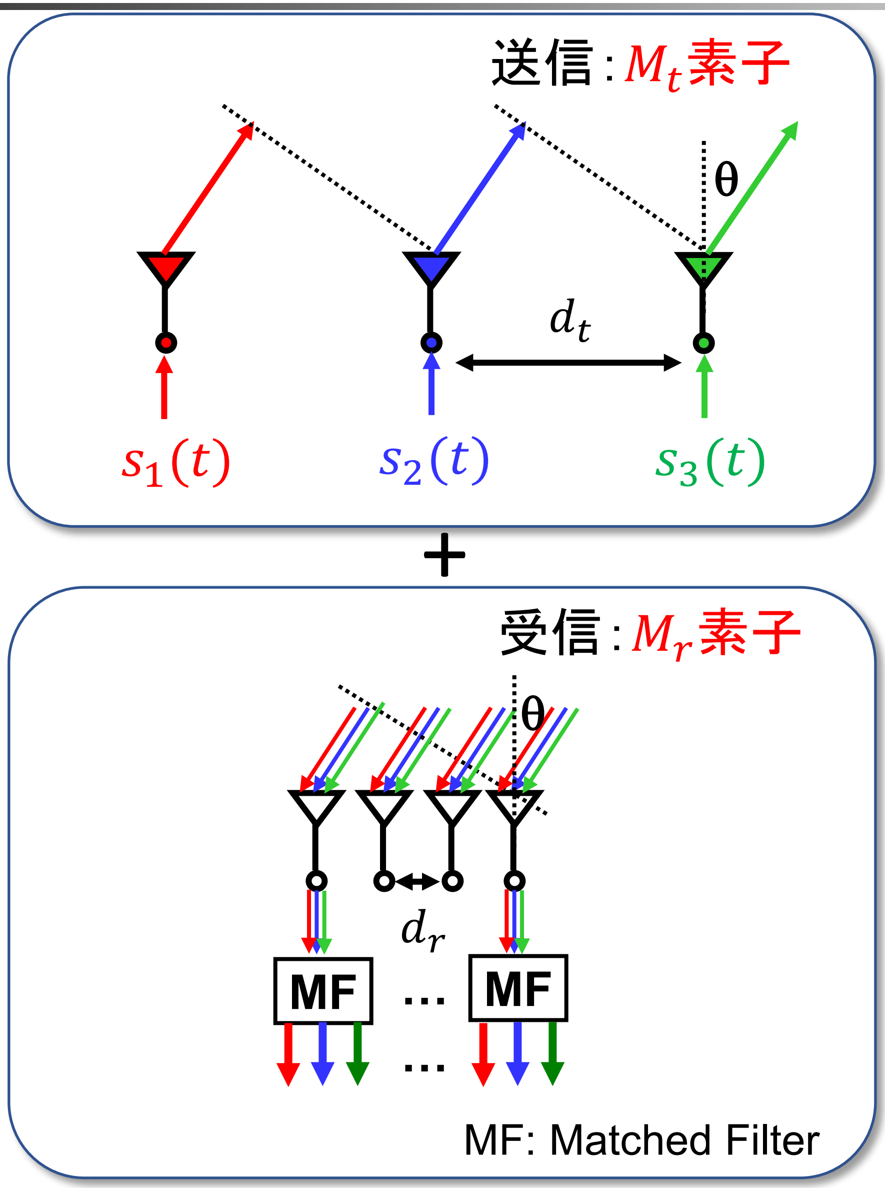


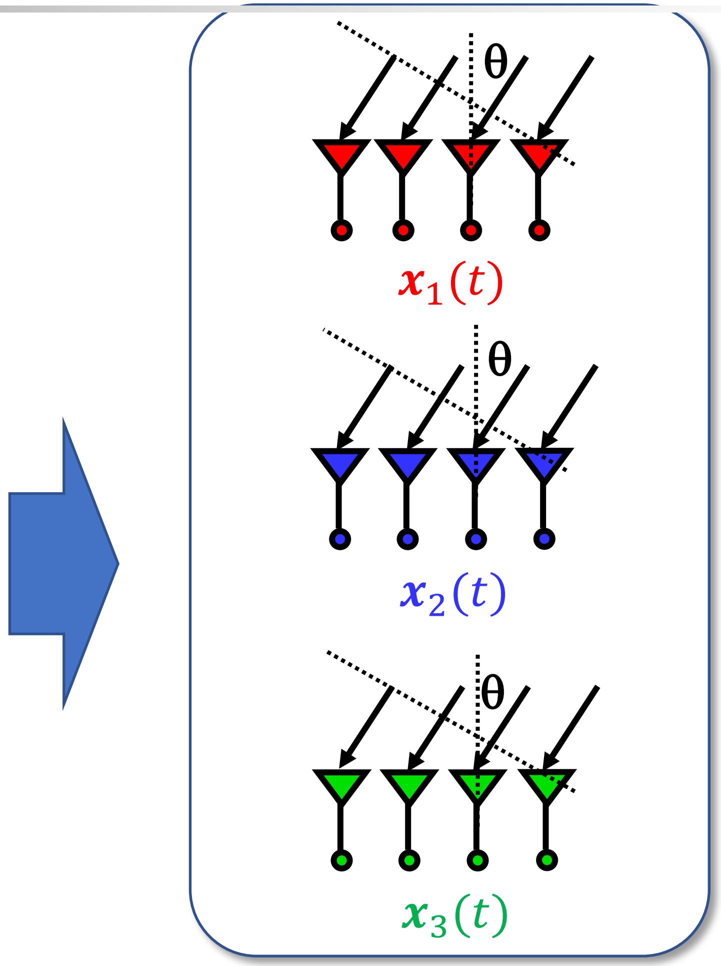


ターゲットの(θ_l, ϕ_l)を推定可能

MIMOレーダの受送信アレーと
仮想平面アレーの例(長方形配列)

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均

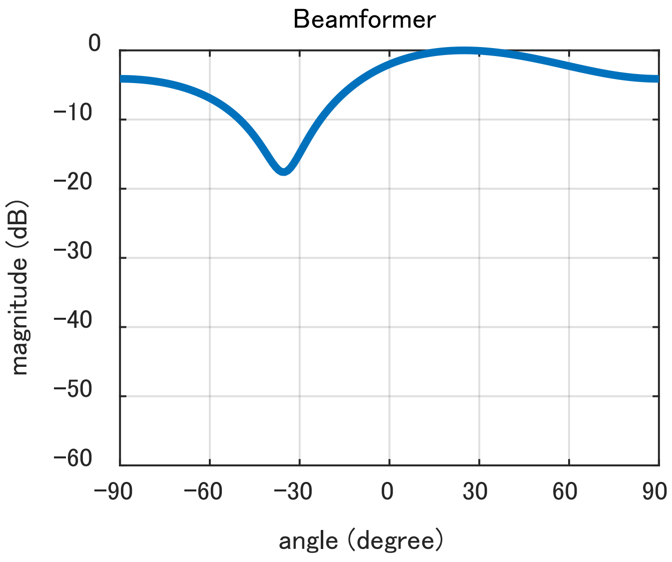


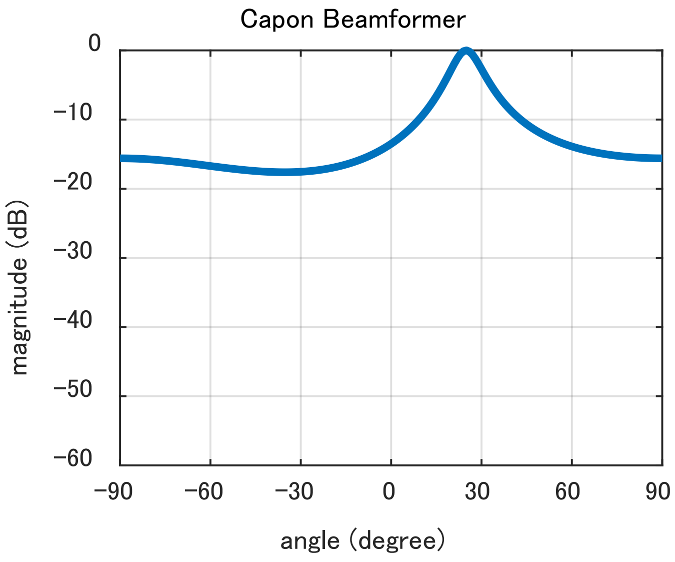


空間平均効果（送信ダイバーシチ）

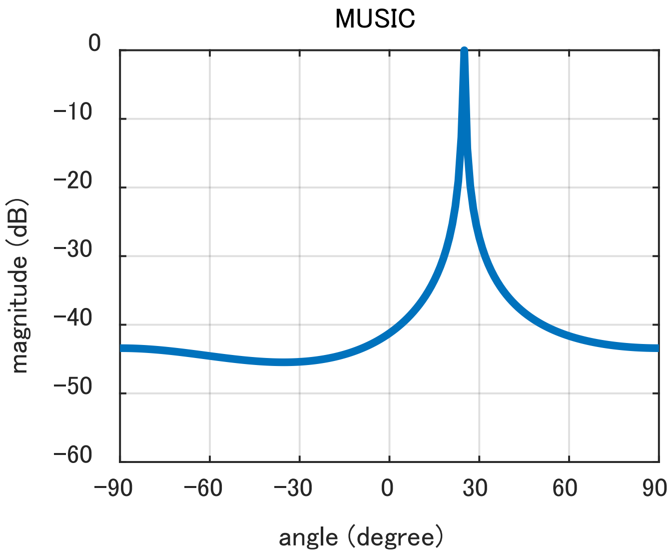
$$\boldsymbol{R}_{xx} = E\left[\boldsymbol{x}_1(t)\boldsymbol{x}_1^H(t)\right] + E\left[\boldsymbol{x}_2(t)\boldsymbol{x}_2^H(t)\right] + E\left[\boldsymbol{x}_3(t)\boldsymbol{x}_3^H(t)\right]$$

MIMOレーダの仮想アレーの効果(1)





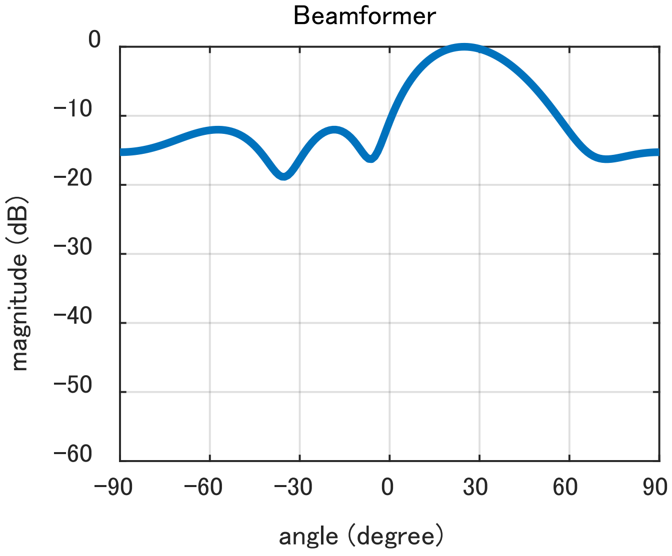
2波の分離が
できない

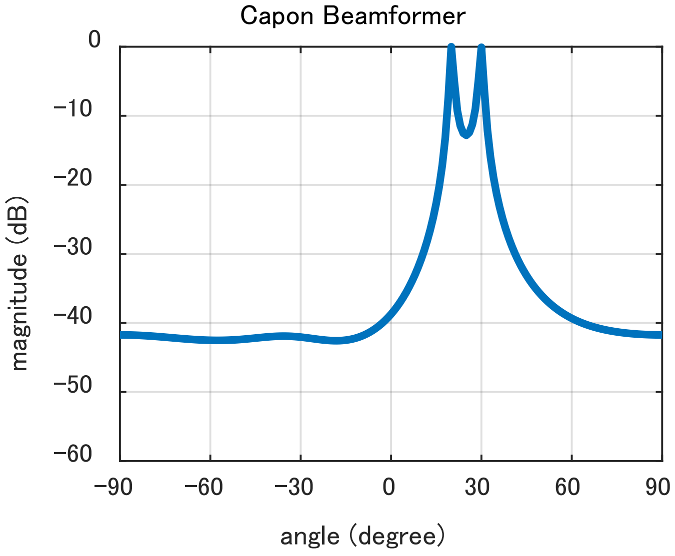


素子数：$M_t = 1, M_r = 2$（**SIMO**）
素子間隔： $d_t = \lambda, d_r = \lambda/2$
ターゲット(L)：2
到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°
反射係数(β_1, β_2)：1.0, 1.0（位相ランダム）
入力SNR：20dB
スナップショット数：100（期待値演算）

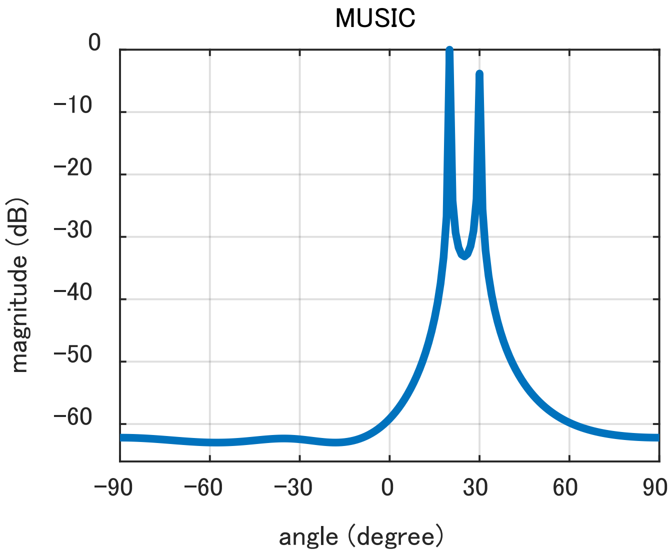
到来波2波は
無相関

MIMOレーダの仮想アレーの効果(2)





分解能が向上



素子数：$M_t = 2, M_r = 2$

4素子VA

素子間隔： $d_t = \lambda, d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

到来角(θ_1, θ_2)：20°，30°

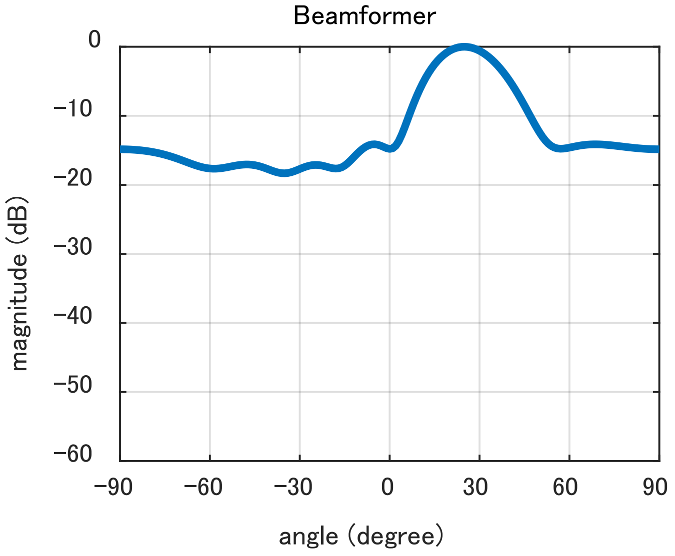
到来波2波は無相関

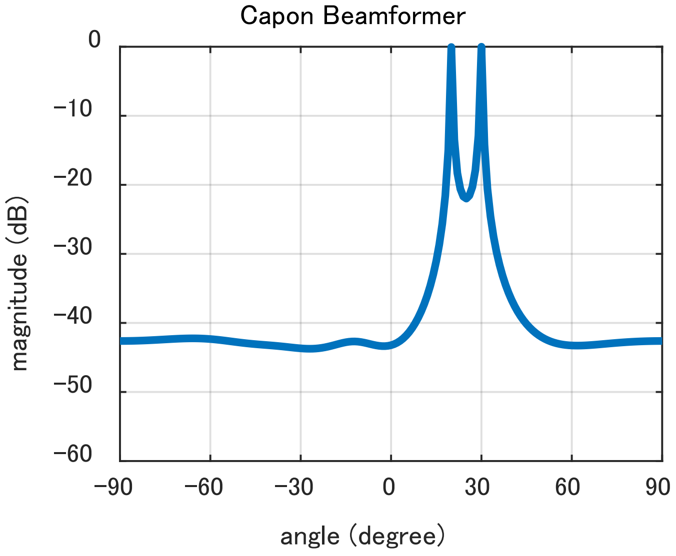
反射係数(β_1, β_2)：1.0，1.0（位相ランダム）

入力SNR：20dB

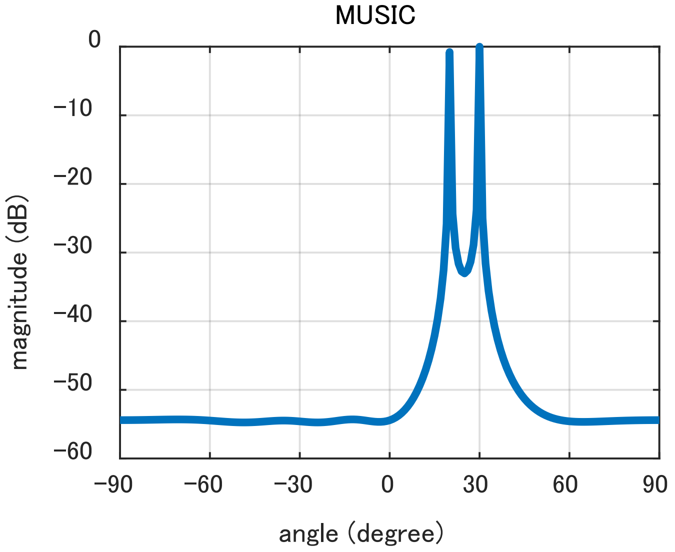
スナップショット数：100（期待値演算）

MIMOレーダの仮想アレーの効果(3)





分解能が
更に向上



素子数：$M_t = 3, M_r = 2$ 　6素子VA

素子間隔： $d_t = \lambda, d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

到来角(θ_1, θ_2)：20°，30°

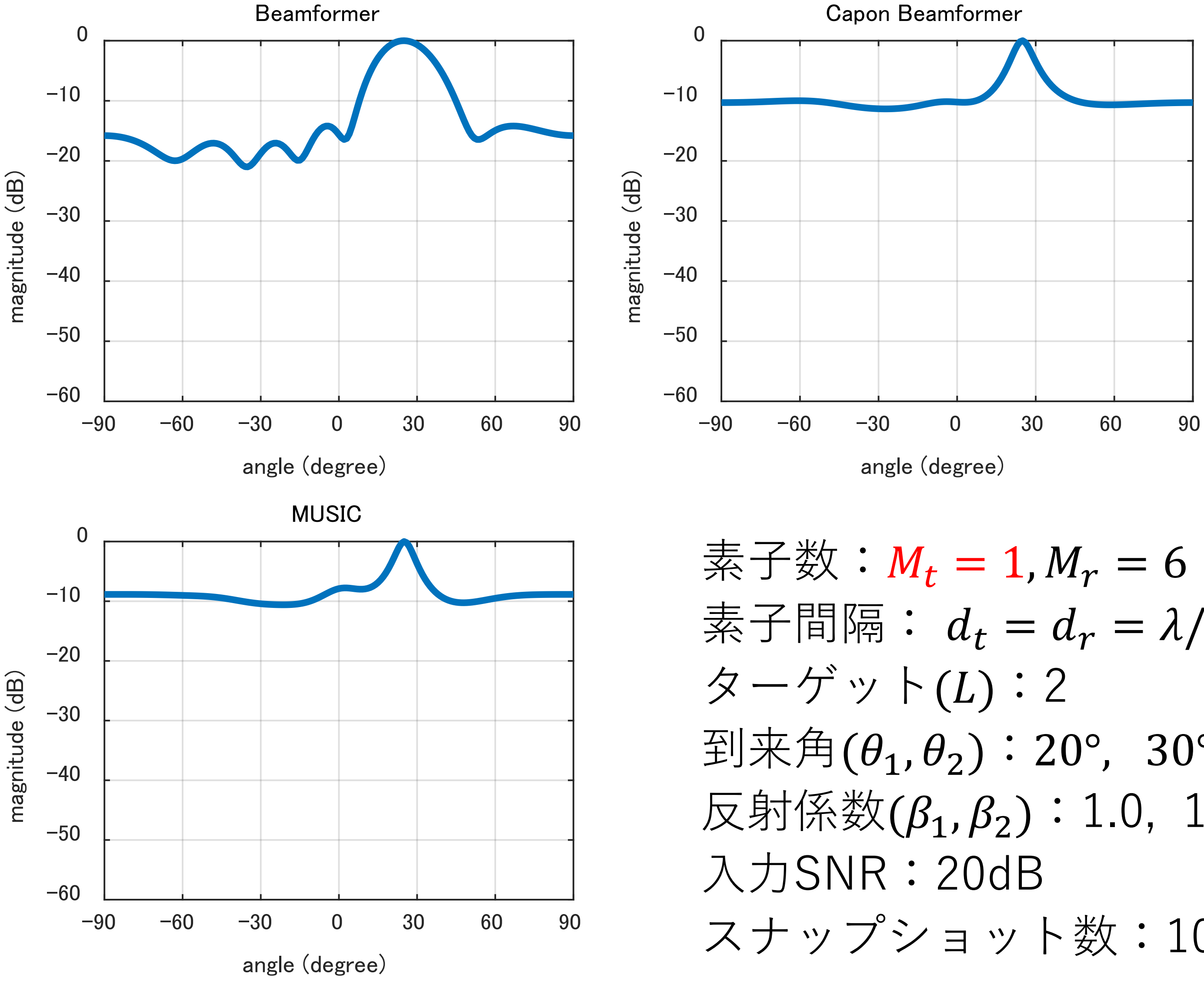
反射係数(β_1, β_2)：1.0，1.0（位相ランダム）

入力SNR：20dB

スナップショット数：100（期待値演算）

到来波2波は
無相関

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均の効果(1)



2波の分離ができない

素子数：$M_t = 1, M_r = 6$ (**SIMO**)

素子間隔： $d_t = d_r = \lambda/2$

ターゲット(L)：2

到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°

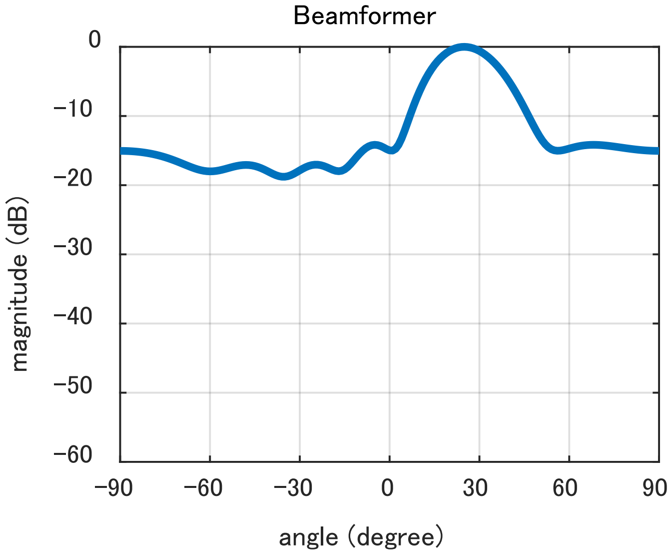
反射係数(β_1, β_2)：1.0, 1.0（位相一定）

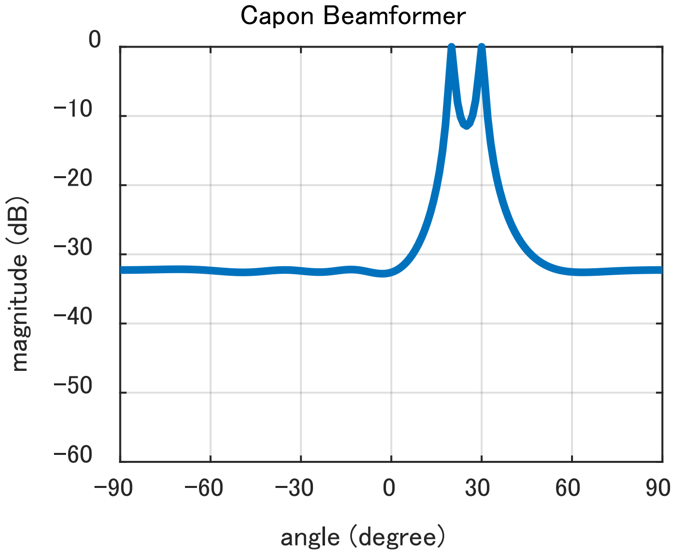
入力SNR：20dB

スナップショット数：100（期待値演算）

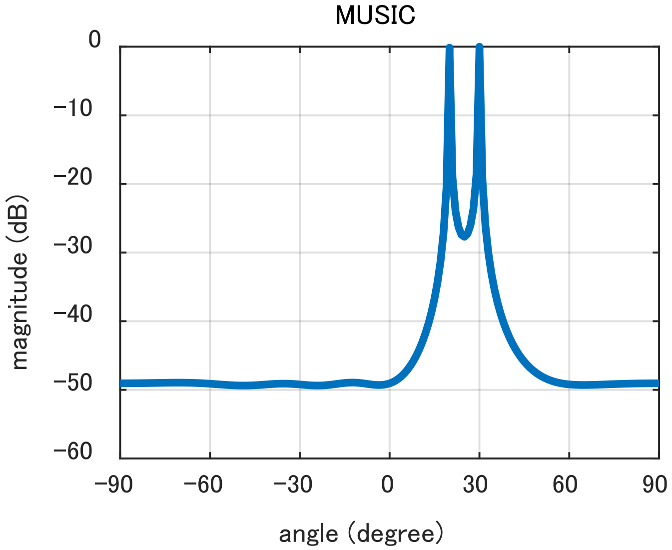
到来波2波は有相関

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均の効果(2)





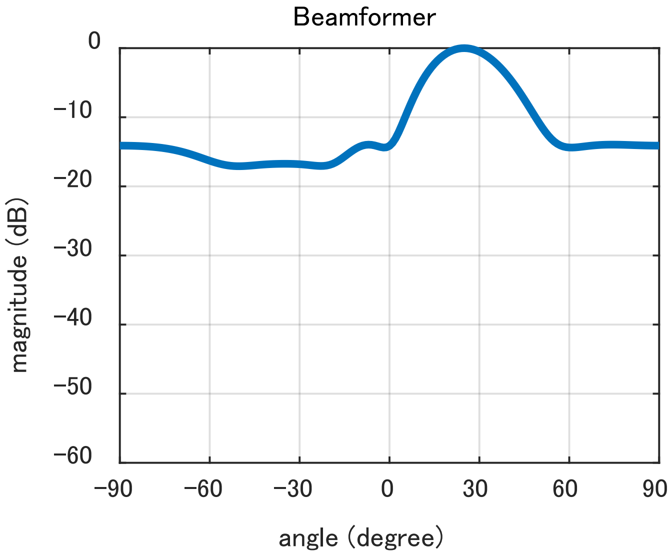
分解能が
向上

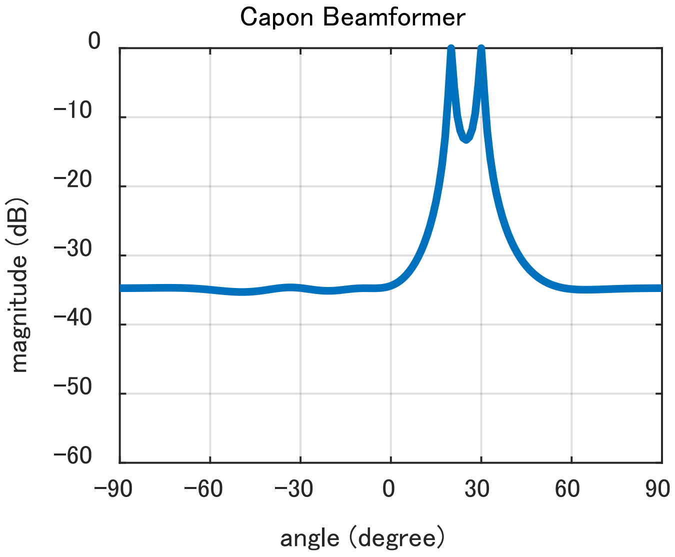


素子数：$M_t = 2, M_r = 6$
素子間隔： $d_t = d_r = \lambda/2$
ターゲット(L)：2
到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°
反射係数(β_1, β_2)：1.0, 1.0（位相一定）
入力SNR：20dB
スナップショット数：100（期待値演算）

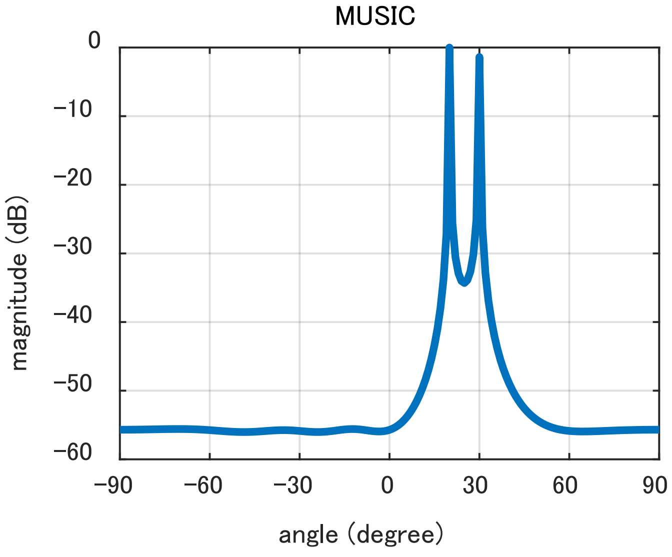
到来波2波は
有相関

MIMOレーダの送信ダイバーシチ平均の効果(3)





分解能が
更に向上



素子数：$M_t = 3, M_r = 6$
素子間隔： $d_t = d_r = \lambda/2$
ターゲット(L)：2
到来角(θ_1, θ_2)：20°, 30°
反射係数(β_1, β_2)：1.0, 1.0（位相一定）
入力SNR：20dB
スナップショット数：100（期待値演算）

到来波2波は
有相関

推定アルゴリズムの適用

MIMOレーダの仮想アレー受信信号に対してBeamformer法，Capon法，MUSIC法を適用してきたが，ESPRIT法，最尤推定法，圧縮センシングも適用可能である．

例えば

[23] W.Feng and Y.Zhang, “MMV-JSR based STAP method using MIMO radar,” IEICE Communications Express, Vol.5, No.6, pp.163-168 (June 2016).

M-FOCUSSを利用した例

5 まとめと今後の展望

まとめと今後の展望

- はじめに，SIMOレーダシステムにおいて，方向推定の基本推定アルゴリズムであるBeamformer法, Capon法, MUSIC法，ESPRIT法，最尤推定法，圧縮センシングについて解説した．
- MIMOレーダの特徴を述べ，SIMOレーダに対する性能面の優位性，魅力を示した．その後， MIMOレーダにBeamformer法, Capon法, MUSIC法を適用した例を示した．
- FMCWやパルス圧縮などの周波数・時間領域処理を併用した時空間適応信号処理により，更なる性能拡張が期待される．

<u>今後</u>

アンテナ素子の相互結合や個々のアンテナ素子（チャネル）特性のバラツキなどのアレー誤差が推定精度を大きく劣化させる．必要精度に応じてシステムのキャリブレーションを行ったり，アレー誤差の影響を低減するアルゴリズム（例えば，TLS-FOCUSS, SD-MFOCUSS [26]-[28]など）を使用する必要がある．

また高周波数化に合わせ，推定アルゴリズムの改良・改善を行っていく必要がある．

参考文献

アレー信号処理全般

[1] 菊間信良, アレーアンテナによる適応信号処理, 科学技術出版社 (1998).

[2] 菊間信良, アダプティブアンテナ技術, オーム社 (2003).

[3] O.L.Frost,III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," Proc. IEEE, vol.60, No.8, pp.926-935 (Aug. 1972).

[4] K.Takao, M.Fujita, and T.Nishi, "An Adaptive Antenna Array under Directional Constraint," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol.AP-24, No.5, pp.662-669 (Sept. 1976).

[5] R.T.Compton, Jr., "The Power Inversion Adaptive Array: Concept and Performance," IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol.AES-15, No.6, pp.803-814 (Nov. 1979).

[6] S.U.Pillai, Array Signal Processing, Springer-Verlag New York Inc. (1989).

[7] H.Krim and M.Viberg, "Two Decades of Array Signal Processing Research - The Parametric Approach -," IEEE Signal Processing Magazine, vol.13, No.4, pp.67-94 (July 1996).

到来方向推定

[8] Y.Ogawa and N.Kikuma, "High-Resolution Techniques in Signal Processing Antennas," IEICE Trans. Commun., vol.E78-B, No.11, pp.1435-1442 (Nov. 1995).

[9] J.Capon, "High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis," Proc. IEEE, Vo.57, No.8, pp.1408-1418 (Aug. 1969).

[10] V.F.Pisarenko, "The Retrieval of Harmonics from Covariance Functions," Geophys., J. Roy. Astron. Soc., vol.33, pp.347-366 (1973).

[11] R.O.Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol.AP-34, No.3, pp.276-280 (Mar. 1986).

参考文献

[12] B.D.Rao and K.V.S.Hari, “Performance Analysis of Root-MUSIC,” IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Signal Processing, vol.ASSP-37, No.12, pp.1939-1949 (Dec. 1989).

[13] R.Roy and T.Kailath, “ESPRIT - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques,” IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Signal Processing, vol.ASSP-37, pp.984-995 (July 1989).

[14] B.Ottersten, M.Viberg, and T.Kailath, “Performance Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm,” IEEE Trans. on Signal Processing, vol.SP-39, No.5, pp.1122-1135 (May 1991).

MIMO技術

[15] 大鐘武雄，小川恭孝，わかりやすいMIMOシステム技術, オーム社 (2009).

[16] 小川恭孝，“MIMO技術の基本と応用,” MEW2019, WE6B-1 (Nov. 2019).

MIMOレーダ

[17] E.Fishler, A.Haimovich, R.Blum, et al, “MIMO radar: an idea whose time has come,” Proc. IEEE Radar Conference, Philadelphia, pp.71-78 (Apr. 2004).

[18] E.Fishler, A.Haimovich, R.S.Blum, et al, “Spatial Diversity in Radars - Models and Detection Performance,” IEEE Trans. on Signal Processing, vol.54, No.3, pp.823-838 (Mar. 2006).

[19] N.H.Lehmann, E.Fishler, A.M.Haimovich, et al, “Evaluation of Transmit Diversity in MIMO-Radar Direction Finding,” IEEE Trans. on Signal Processing, vol.55, No.5, pp.2215-2225 (May 2007).

[20] J.Li and P.Stoica, MIMO radar signal processing, Wiley-IEEE Press (2009).

[21] J.Li and P.Stoica, “MIMO Radar with Colocated Antennas,” IEEE Signal Processing Magazine, Vol.24, No.5, pp.106-114 (Sept. 2007).

参考文献

MIMOレーダ時空間処理

[22] Chun-Yang Chen and P.P.Vaidyanathan, "MIMO Radar Space–Time Adaptive Processing Using Prolate Spheroidal Wave Functions," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol.56, No.2, pp.623-635 (Feb. 2008).

[23] W.Feng and Y.Zhang, "MMV-JSR based STAP method using MIMO radar," IEICE Communications Express, Vol.5, No.6, pp.163-168 (June 2016).

[24] B.Chen, Y.Huang, X.Chen, and J.Guan, "Space-Time-Range Adaptive Processing for MIMO Radar Imaging," Proc. IEEE International Conference on Radar (Aug. 2018).

アレー誤差の影響の低減

[25] 山田寛喜, "高分解能到来方向推定のためのアレーキャリブレーション手法," 信学論B, vol.J92-B, No.9, pp.1308-131 (Sept. 2009).

[26] X.Han, H.Zhang, and H.Meng, "TLS-FOCUSS for sparse recovery with perturbed dictionary," 2011 IEEE ICASSP, Prague, Czech Republic, pp.3952-3955 (2011).

[27] X.Han, H.Zhang, and G.Li, "Fast Algorithms for Sparse Recovery with Perturbed Dictionary," arXiv:1111.6237v3 (May 2012).

[28] 菊間, 中野, 榊原, 杉本, "圧縮センシングによる到来方向推定におけるアレー誤差の影響の低減に関する一検討," 信学技報, vol.124, no.76, AP2024-20, pp.18-23 (June 2024).

著者紹介

菊間 信良　名古屋工業大学　教授

kikuma@nitech.ac.jp