

フィルタの基礎設計
 —共振器直結型フィルタの設計—
 Fundamental Design of a Bandpass Filter
 —Design Method of a Direct-coupled Filter—

古神 義則†

Yoshinori KOGAMI†

† 宇都宮大学工学部

Faculty Utsunomiya University

概要

マイクロ波帯域通過フィルタ (BPF) の構成法は数多く知られているが、最も基本的なものの一つとして入出力ポート間に複数の共振器を従属配置し順に結合させる「共振器直結型フィルタ」がある。従来から多くの参考書、文献に示される通り (例えば[1]-[3])、集中定数型低域通過フィルタ回路の設計法をベースにした「古典的設計理論」に従うと、その設計は下記の手順を踏む。

(1) 所望の通過域、阻止域に関する条件を満足するフィルタ伝達関数を決定する。(2) 定めたフィルタ伝達関数に対して、周波数変換により関連付けられる原型低域通過フィルタの設計パラメータ (規格化素子値) を求める。(3) 原型低域通過フィルタに対して、周波数変換および狭帯域近似を用いて関連付けられる「共振器直結型フィルタ」の対応性から、所望のフィルタ伝達関数を実現する、共振器間結合係数、初段及び最終段共振器の外部Q値を求める。(4) 求めた共振器間結合係数、初段及び最終段共振器の外部Q値を実現できる実構造を、計算もしくは実験により見出す。

最終手順の(4)は、使用する共振素子それぞれに対する実現問題であるので種々多様であるが、(1)から(3)までは、「狭帯域近似を用いている」という点に留意する必要があるけれども、汎用性が高く狭帯域フィルタの設計に良く用いられている。本基礎講座では、上記(1)から(3)の設計手順の概要を述べるとともに、「共振器直結型フィルタ」の“共振器間結合係数”および“外部Q”に関する設計公式の出处について解説する。

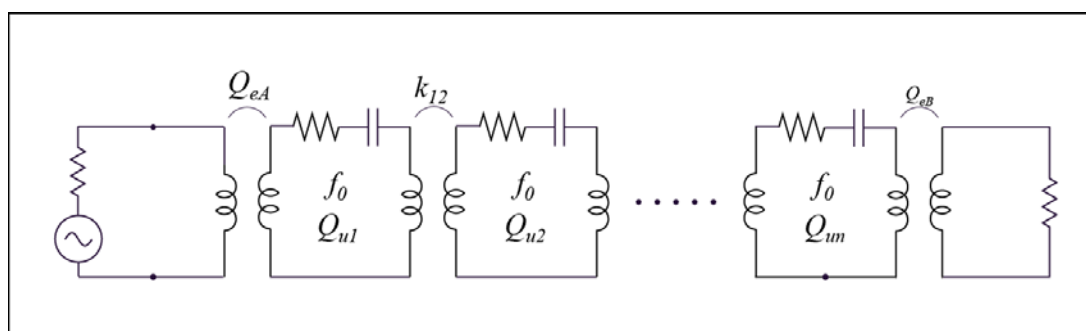


図 共振器直結型 B P F 回路

Abstract

The design technique of the direct-coupled filter, which is well known as a fundamental design method of microwave bandpass filters, is explained. The design formulae to determine the filter parameters, which are external Q values and coupling coefficients, for a desired filter characteristic are shown. The derivation of these formulae from the conventional design theory of the LC lumped element low-pass filter is also shown to take a profound understanding of the basic filter design technique.

1. はじめに

現在、マイクロ波帯域通過フィルタ(BPF)の設計方法としては、様々な手法が用いられているものの、概ね全てに共通しているのは、フィルタ構成のトポロジーを適切に選び、その等価回路を導入して、それが所望のフィルタ特性を呈するように、回路パラメータを決定するという手順である。波長に比して十分小さい回路内に小型インダクタやキャパシタで集中定数共振回路を並べて構成するフィルタを設計する場合は、各集中定数素子の素子値が回路パラメータとなる。このタイプのフィルタは、必然的に超小型となり、その点魅力的ではあるが、小型素子を作りこむという点でコスト高となり、低損失性を併せ持たせることも難しいという課題がある。

一般的にマイクロ波帯で導入しやすいのは、伝送線路共振器や誘電体共振器、空洞共振器などの共振器を複数電磁結合させて構成するフィルタ回路である。これらの共振器の特性を表現する場合には、RLC集中定数共振回路で等価表現し、各回路素子値を用いるより、直接測定できる共振周波数(f_0)と無負荷Q(Q_u)を用いる方が实际的であり、また隣接共振回路との関係は共振器間結合係数(k)、入出力回路との関係は外部Q(Q_e)で表現すると、やはり、 k 、 Q_e ともに直接測定できる量であるので、都合がよい。ここで、「直接測定できる」ものとは、実際の実験によるものも、仮想的な実験(すなわちシミュレーション)によるものも両方含んでいる。

共振器直結型 BPF 回路は、図 1 に示す様に、入力ポートから出力ポートまで共振器を縦続接続し、回路パラメータは、上記の f_0 、 Q_u 、 k 、 Q_e だけで表現されるものである。マイクロ波共振器を扱う上で、 f_0 、 Q_u 、 k 、 Q_e が实际的で便利なパラメータだとすると、図 1 の等価回路もまた、マイクロ波共振器フィルタを設計する上では便利、ということになる。一般に、「共振器直結型 BPF 回路」という場合は、共振器間結合は初段共振器と 2 段目共振器、2 段目と 3 段目、…という順に縦続結合のみで構成される最も基本的なトポロジーを持つものを指す。共振器間飛び越し結合を設けてフィルタ回路内にマルチパスを形成し、それをもって所望の周波数に伝送ゼロ点を設ける応用設計手法も実際にはよく用いられるが、その基本として、「共振器直結型 BPF」の設計理論を押さえておくことは重要である。

本稿は、著者が共著の末端に加わって発行した文献[3]をベースに、その概要をまとめたものである。

2. 共振器直結型 BPF 回路の設計手順[3]

(a) フィルタ伝達関数の決定

まず所望のフィルタ特性からフィルタ伝達関数を決定する。共振器直結型 BPF の場合、通過域内最平坦(ワグナー・バターワース)特性、および通過域内等リプル(チェビシェフ)特性のフィルタ伝達関数が良く用いられる。ワグナーの場合、

$$S_{21}(f) [dB] = -10 \log \left(1 + |\Omega(f)|^{2n} \right) \quad (1)$$

チェビシェフの場合、

$$S_{21}(f) [dB] = -10 \log \left(1 + K^2 C_n^2 \left(\Omega_B |\Omega(f)| \right) \right) \quad (2)$$

ただし、

$$\Omega(f) = \frac{1}{BW} \frac{f^2 - f_0^2}{f} \quad (3)$$

$$BW = f_2 - f_1 \quad (4)$$

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} \quad (5)$$

$$f_1 = \frac{-BW + \sqrt{BW^2 + 4f_0^2}}{2} \quad (6)$$

$$C_n(\Omega(f)) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} \Omega(f)) & |\Omega(f)| \leq 1 \\ \cosh(n \cosh^{-1} \Omega(f)) & |\Omega(f)| > 1 \end{cases} \quad (7)$$

$$K^2 = 10^{\frac{RW}{10}} - 1 \quad (8)$$

$$\Omega_B = \cosh \left(\frac{1}{n} \cosh^{-1} \frac{1}{K} \right) \quad (9)$$

ここで、 n はフィルタ段数(すなわち用いる共振器の個数)、 f は周波数[Hz]、 BW は通過域 3dB 帯域幅[Hz]、 f_1 、 f_2 はその下限および上限周波数[Hz]、 f_0 は通過域中心周波数[Hz]、 RW はチェビシェフの場合の通過域リップル[dB]である。

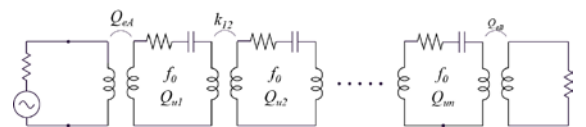


図 1 共振器直結型 BPF 回路

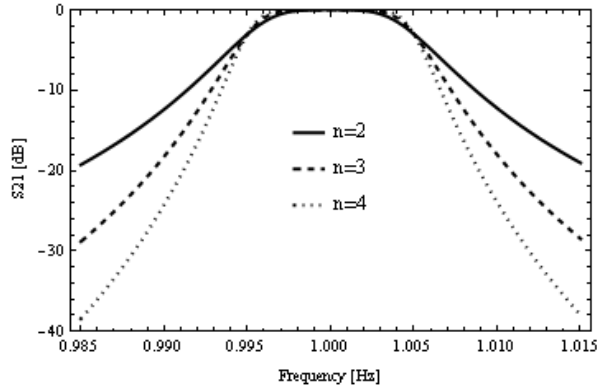


図2 ワグナー型 BPF の伝達特性
($f_0 = 1$ Hz, 3dB 比帯域幅 1%)

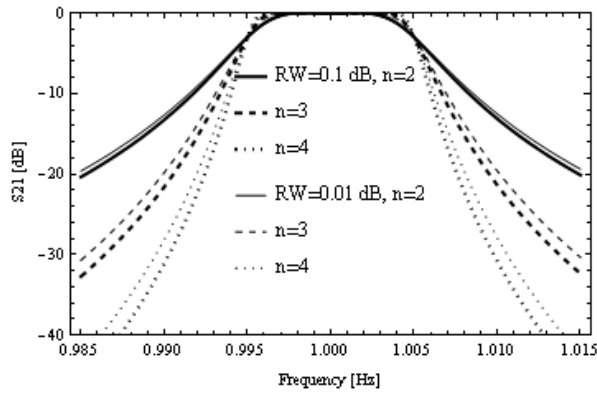


図3 チェビシェフ型 BPF の伝達特性
($f_0 = 1$ Hz, 3dB 比帯域幅 1%)

図2および図3は、それぞれワグナー型 BPF、チェビシェフ型 BPF の伝達特性の計算例を示す。いずれも段数が増えるほど遮断特性が急峻になる。同じ段数で比較するとワグナーよりチェビシェフの方が急峻となり、RW が大きいほどその差は顕著となる。

段数 n を決定するには、ワグナーの場合、要求される中心周波数 f_0 と 3dB 帯域幅 BW を与え、段数 n を順次増やして式(1)から伝達特性を計算し、所望の遮断特性を満足する n を見出せばよい。チェビシェフの場合、 f_0 と BW の他に、通過域リップル RW を許容できる範囲で定め、式(2)を用いて、ワグナーの場合と同様に必要な n を決めればよい。

また、低域側阻止域の上限周波数 f_l [Hz] における減衰量 ATT_l [dB]、さらに高域側阻止域の上限周波数を f_h [Hz] における ATT_h [dB] を与えて n を決定することを考えると、ワグナーの場合は、式(1)より、

$$ATT_k = 10 \log \left(1 + |\Omega(f_k)|^{2n} \right), \quad k = l \text{ or } h \quad (10)$$

より得られる次式より、

$$n_{\min} = \frac{\log \left(10^{\frac{ATT_k}{10}} - 1 \right)}{2 \log |\Omega(f_k)|}, \quad k = l \text{ or } h \quad (11)$$

条件を満たす最小の n_{\min} が計算できる。実際のフィルタ段数としては、 n_{\min} 以上の整数 n を用いればよい。

チェビシェフの場合は、式(2)から条件を満たす最小の n に関する条件を見出すと、次の n_{\min} に関する方程式を得る。

$$n_{\min} = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{\frac{ATT_k}{10}}}{10^{\frac{ATT_k}{10}} - 1} \frac{RW}{RW}}}{\cosh^{-1} \left\{ \cosh \left(\frac{1}{n_{\min}} \cosh^{-1} \frac{1}{K} \right) |\Omega(f_k)| \right\}} \quad (12)$$

これを数値的に解いて n_{\min} をもとめ、それ以上の整数値をフィルタ段数 n とする。

(b) 原型低域通過フィルタ(LPF)回路の決定

共振器直結型 BPF 回路の設計理論は、インダクタ L およびキャパシタ C の集中定数素子で構成されるはしご型 LPF の設計理論に基づいて確立された。したがって、ここで一旦 LPF の観点に立ち戻る。すなわち、図4に示される原型 LPF 回路の規格化素子値 g_i ($i = 0, 1, \dots, n, n+1$) を、前項で定めた伝達関数の種類、フィルタ段数より決定する。

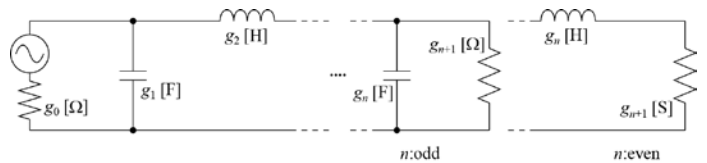


図4 原型 LPF 回路
(初段がキャパシタの場合)

ここで求める規格化素子値は、本稿で取り上げる共振器直結型フィルタだけでなく、1/4波長結合型フィルタの設計にも使用できるし、また、BPF だけではなく高域通過フィルタ

(HF)や帯域阻止フィルタ(BSF)の設計にも使用できる。

ワグナー特性の場合、 g_i は下式より決定される。

$$g_0 = 1 \Omega \quad (13)$$

$$g_i = 2 \sin \frac{2i-1}{2n} \pi \begin{cases} [\text{F}] & i: \text{odd} \\ [\text{H}] & i: \text{even} \end{cases}, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (14)$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 \Omega & n: \text{odd} \\ 1 \text{ S} & n: \text{even} \end{cases} \quad (15)$$

チェビシェフ特性の場合は、下式を用いる。

$$g_0 = 1 \Omega \quad (16)$$

$$g_1 = \frac{2a_1}{\gamma} [\text{F}] \quad (17)$$

$$g_i = \frac{4a_{i-1}a_i}{b_{i-1}g_{i-1}} \begin{cases} [\text{H}] & i: \text{even} \\ [\text{F}] & i: \text{odd} \end{cases}, \quad (i=2,\dots,n) \quad (18)$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 \Omega & n: \text{odd} \\ \coth^2 \frac{\beta}{4} [\text{S}] & n: \text{even} \end{cases} \quad (19)$$

ただし、

$$\gamma = \sinh \frac{\beta}{2n} \quad (20)$$

$$\beta = \ln \left(\coth \frac{RW}{17.37} \right) \quad (21)$$

$$a_i = \sin \frac{2i-1}{2n} \pi, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (22)$$

$$b_i = \gamma^2 + \sin^2 \frac{i}{n}, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (23)$$

ここで、各 g_i 値の単位は原型 LPF の初段がキャパシタなのかインダクタなのかによって、[H]か[F]で反転する。上の式(13)~(19)は全て、初段がキャパシタの場合に対応する。

(c) 共振器間結合係数、外部Qの決定

共振器直結型 BPF の設計パラメータである i 段目と $i+1$ 段目の共振器間結合係数 $k_{i,i+1}$

および 1 段目共振器から見た入力回路側の外部 Q (Q_{eA})、 n 段目共振器から見た負荷回路側の外部 Q (Q_{eB}) は、それぞれワグナーの場合、

$$k_{i,i+1} = \frac{BW}{f_0 \sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (24)$$

$$Q_A = \frac{f_0}{BW} g_0 g_1 \quad (25)$$

$$Q_B = \frac{f_0}{BW} g_n g_{n+1} \quad (26)$$

チェビシェフの場合、

$$k_{i,i+1} = \frac{BW \Omega_B}{f_0 \sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (27)$$

$$Q_A = \frac{f_0}{BW \Omega_B} g_0 g_1 \quad (28)$$

$$Q_B = \frac{f_0}{BW \Omega_B} g_n g_{n+1} \quad (29)$$

で与えられる。

3. 設計公式の導出[3]

前節までに、共振器直結型 BPF の設計手順が一通り示されたが、ここでは、それらの設計公式の導出の流れを解説する。一連の導出の中で、どのような前提条件が使用されているのかを理解することが重要だからである。前述したように、共振器直結型 BPF の設計は、はしご型 LC 回路からなる原型 LPF の設計理論に基づいている。

ここでは、図 4 の回路を最初に考えることにする。この回路の各素子値は前節(b)で与えられる。このとき、それぞれの伝達関数で規定される低域通過フィルタ特性を有するが、ワグナー型の場合は 3dB 遮断角周波数が 1rad/s で、チェビシェフ型の場合はリップル遮断角周波数 (減衰量がリップルを超え始める角周波数) が 1rad/s となる。もし、チェビシェフ型の場合も、1rad/s が 3dB 遮断角周波数となるようにしたい場合は、先ず次の周波数変換を施す必要がある。

$$\Omega' = \frac{\Omega}{\Omega_B} \quad (30)$$

ここで、 Ω はチェビシェフ原型 LPF を考えるときの角周波数、 Ω_B はその 3dB 遮断角周波数で前

述の式(9)で与えられる。 Ω' は 3dB 遮断角周波数を 1rad/s にした際の LPF を考えるときの角周波数である。

次に、入力回路の抵抗（電源側の内部インピーダンス）について考える。図 4 の原型 LPF では、入力回路の抵抗は $g_0 = 1 \Omega$ であるが、実際のフィルタ回路では 50Ω であることが多いであろう。この値を \bar{R}_0 とおくと、その場合の各素子値は、下式で与えられる。

$$R_A = g_0 \bar{R}_0 \quad [\Omega] \quad (31)$$

$$C_i = \frac{g_i}{\bar{R}_0} \quad [F] \quad i = 1, 3, \dots, \leq n \quad (32)$$

$$L_i = \bar{R}_0 g_i \quad [H] \quad i = 2, 4, \dots, \leq n \quad (33)$$

$$\begin{cases} R_B = \bar{R}_0 g_{n+1} \quad [\Omega] & n : \text{odd} \\ G_B = \frac{g_{n+1}}{\bar{R}_0} \quad [S] & n : \text{even} \end{cases} \quad (34)$$

以上により、図 5 に示す、入力回路に実際の抵抗を持つ LPF の回路が決定された。

次に、インピーダンスインバータを用いて、図 5 の LPF 回路のキャパシタをインダクタに変換し、図 6 のような、インダクタがインピーダンスインバータを介して縦属接続された LPF 回路を得ることができるかと仮定する。図 5 の LPF 回路に対しては図中に示す様に、各素子値の前後から負荷側を覗いたインピーダンスおよびアドミタンスを、 Z_1, Y_2, Z_3, \dots と規定する。図 6 の回路に対しては、各インバータの手前から負荷側を覗いたインピーダンスを、 $Z_{0,1}, Z_{0,2}, Z_{0,3}, \dots$ と規定する。これらのパラメータを用いて、図 5 と図 6 の LPF 回路が等価となる条件を求める。

まず、図 5 において、一番目のキャパシタ素子の手前から負荷側を覗いたインピーダンス Z_1 は、

$$Z_1 = \frac{1}{j\Omega' C_1 + Y_2}$$

図 6 において、一番目のインピーダンスインバータ $K_{0,1}$ の手前から負荷側を覗いたインピーダンス $Z_{0,1}$ は、

$$Z_{0,1} = \frac{K_{0,1}^2}{j\Omega' L_{a1} + Z_{1,2}} = \frac{1}{j\frac{\Omega' L_{a1}}{K_{0,1}^2} + \frac{Z_{1,2}}{K_{0,1}^2}}$$

$Z_1 = Z_{0,1}$ となるためには、

$$j\Omega' C_1 + Y_2 = j\frac{\Omega' L_{a1}}{K_{0,1}^2} + \frac{Z_{1,2}}{K_{0,1}^2}$$

となればよく、従って次の関係を得る。

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{L_{a1}}{C_1}} \quad (35)$$

$$Z_{1,2} = \frac{L_{a1}}{C_1} Y_2 \quad (36)$$

次に、図 5 の回路の二番目のインダクタ素子の手前から負荷側を覗いたアドミタンス Y_2 は、

$$Y_2 = \frac{1}{j\Omega' L_2 + Z_3}$$

図 6 の二番目のインピーダンスインバータ $K_{1,2}$ の手前から負荷側を覗いたインピーダンス $Z_{1,2}$ は、

$$Z_{1,2} = \frac{K_{1,2}^2}{j\Omega' L_{a2} + Z_{2,3}}$$

をとり、この両者が等しいという条件より、

$$K_{1,2} = \sqrt{\frac{L_{a1} L_{a2}}{C_1 L_2}} \quad (37)$$

$$Z_{2,3} = \frac{L_{a2}}{L_2} Z_3 \quad (38)$$

を得る。

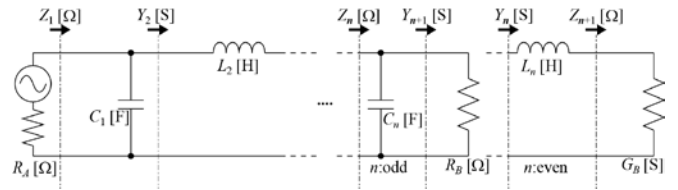


図 5 入力回路に実際の抵抗を持つ LPF 回路

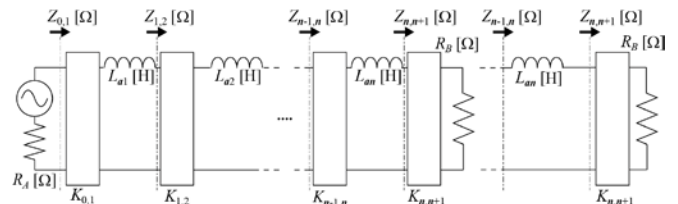


図 6 インバータとインダクタから成る LPF

この比較を以下順に繰り返していくと、
 $i=1\sim n$ の $K_{i,i+1}$ については、

$$K_{i,i+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{ai}L_{ai+1}}{C_iL_{i+1}}} & i : \text{odd} \\ \sqrt{\frac{L_{ai}L_{ai+1}}{L_iC_{i+1}}} & i : \text{even} \end{cases} \quad (39)$$

最終段の $K_{n,n+1}$ については、

$$K_{n,n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{an}}{C_n}} & n : \text{odd} \\ \sqrt{\frac{L_{an}R_B}{L_nG_B}} & n : \text{even} \end{cases} \quad (40)$$

の関係を得る。

次に、前述の式(3)から、図6のLPFからBPF回路への変換を施す。まず、図6のインダクタ L_{a1}, L_{a2}, \dots については、そのリアクタンス値に対して式(3)を適用する。

$$\begin{aligned} \Omega' L_{ai} &= \frac{1}{BW} \frac{f^2 - f_0^2}{f} L_{ai} \\ &= \frac{1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} L_{ai} \\ &= \omega \frac{L_{ai}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} - \frac{1}{\omega \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0^2 L_{ai}}} \\ &= \omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}} \end{aligned}$$

ここで、

$$L_{ri} = \frac{L_{ai}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \quad (41)$$

$$C_{ri} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0^2 L_{ai}} = \frac{1}{\omega_{c1} \omega_{c2} L_{ri}} \quad (42)$$

とおいた。上記の結果は、式(3)の周波数変換によって、図6の回路中のインダクタ L_{ai} が、 L_{ri} と C_{ri} の直列共振回路に変換されることを意味し、すなわち図6の回路が図7に示すBPF回路に変換されたことになる。ただし、図7におけるインピーダンスインバータは、式(37)、(39)、(40)に、式(41)を代入して、それぞれ以下のように与えられる。

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) L_{r1}}{C_1}} \quad (43)$$

$$K_{i,i+1} = \begin{cases} (\omega_{c2} - \omega_{c1}) \sqrt{\frac{L_{ri} L_{ri+1}}{C_i L_{i+1}}} & i : \text{odd} \\ (\omega_{c2} - \omega_{c1}) \sqrt{\frac{L_{ri} L_{ri+1}}{L_i C_{i+1}}} & i : \text{even} \end{cases} \quad (44)$$

$$K_{n,n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) L_{rn}}{C_n}} & n : \text{odd} \\ \sqrt{\frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) L_{rn} R_B}{L_n G_B}} & n : \text{even} \end{cases} \quad (45)$$

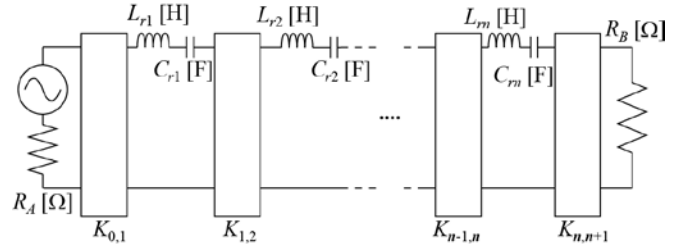
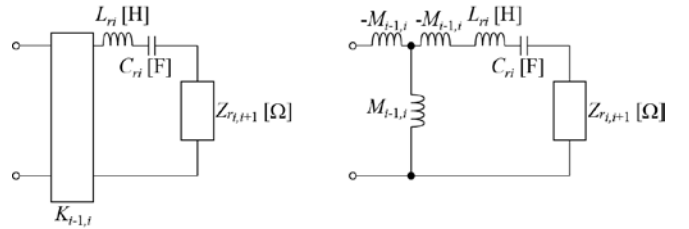


図7 インバータと直列共振回路から成る BPF



(a) 前段にインバータ (b)前段に相互誘導回路
 図8 インバータ、相互誘導回路からみた共振器

次に、インピーダンスインバータを相互誘導結合回路に置き換える。図8は、 i 段目の共振回路とそれに続く回路を、

$$j \left(\omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}} \right) + Z_{r,i+1}$$

というインピーダンスで表し、それをインバータを介してみた場合と、相互誘導結合回路を介してみた場合の比較を示す。インバータの左側から見た入力インピーダンスは、

$$\frac{K_{i-1,i}^2}{j\left(\omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}}\right) + Z_{r_{i,i+1}}}$$

であり、相互誘導回路を介してみた場合は、

$$\begin{aligned} & -j\omega M_{i-1,i} + \frac{j\omega M_{i-1,i} \left(-j\omega M_{i-1,i} + j\left(\omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}}\right) + Z_{r_{i,i+1}} \right)}{j\omega M_{i-1,i} - j\omega M_{i-1,i} + j\left(\omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}}\right) + Z_{r_{i,i+1}}} \\ & = \frac{\omega^2 M_{i-1,i}^2}{j\left(\omega L_{ri} - \frac{1}{\omega C_{ri}}\right) + Z_{r_{i,i+1}}} \end{aligned}$$

と計算できる。すなわち、

$$K_{i-1,i}^2 = \omega^2 M_{i-1,i}^2 \quad (46)$$

のとき、両者は等価である。

ここで、フィルタの通過帯域が十分狭く、(46)で考える角周波数を通過域中心角周波数の近傍のみに限定して考えてよいと仮定すると、

$$K_{i-1,i} \approx \omega_0 M_{i-1,i} \quad (47)$$

とすることができる。

従って式(47)を満たすとき、インバータ $K_{i-1,i}$ は、 $i-1$ 番目と i 番目の共振器の間に挿入される相互誘導結合回路と等価になり、その際の結合係数 $k_{i-1,i}$ は、

$$k_{i-1,i} = \frac{M_{i-1,i}}{\sqrt{L_{ri-1}L_{ri}}} = \frac{K_{i-1,i}}{\omega_0 \sqrt{L_{ri-1}L_{ri}}} \quad (48)$$

で与えられることが分かる。これに、式(44)、式(31)、式(32)、式(33)の関係を $i \rightarrow i-1$ に置き換えて用いると、

$$k_{i-1,i} = \begin{cases} \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) \sqrt{\frac{L_{ri-1}L_{ri}}{C_{i-1}L_i}}}{\omega_0 \sqrt{L_{ri-1}L_{ri}}} & i-1: \text{odd} \\ \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) \sqrt{\frac{L_{ri-1}L_{ri}}{L_{i-1}C_i}}}{\omega_0 \sqrt{L_{ri-1}L_{ri}}} & i-1: \text{even} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0 \sqrt{C_{i-1}L_i}} & i-1: \text{odd} \\ \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0 \sqrt{L_{i-1}C_i}} & i-1: \text{even} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0 \sqrt{\frac{g_0 g_{i-1} R_A g_i}{R_A g_0}}} & i-1: \text{odd} \\ \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0 \sqrt{\frac{R_A g_{i-1} g_0 g_i}{g_0 R_A}}} & i-1: \text{even} \end{cases}$$

$$= \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0 \sqrt{g_{i-1}g_i}} = \frac{BW}{f_0 \sqrt{g_{i-1}g_i}}$$

となり、共振器間結合係数に関する設計公式(式(24))に一致する。チェビシェフ特性の場合は、3dB 帯域幅はリップル帯域幅の Ω_B 倍となるので、

$$k_{i-1,i} = \frac{BW \Omega_B}{f_0 \sqrt{g_{i-1}g_i}}$$

とすればよく、こちらは式(27)と一致する。

最後に、初段および終段の共振回路がインピーダンスインバータを介して、外部回路と結合する場合の外部Qを考える。

初段共振器から、インピータを介して外部負荷 R_A をみると、そのインピーダンス Z_A は、

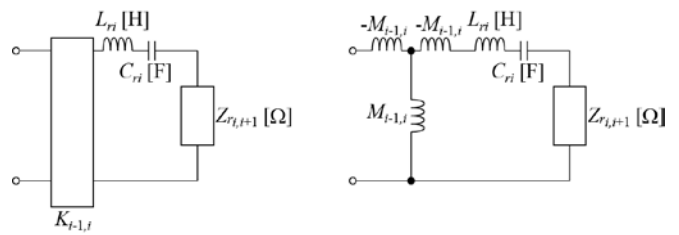
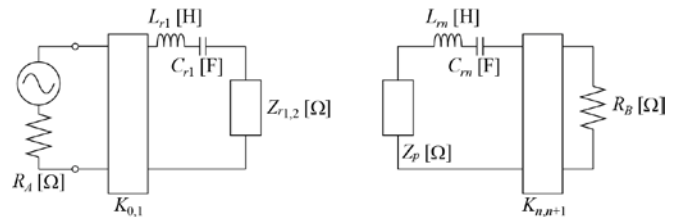


図9 インバータと相互誘導結合回路の変換



(a) 初段共振器

(b) 終段共振器

図10 インバータを介して外部回路と結合する共振器

$$Z_A = \frac{K_{0,1}^2}{R_A}$$

となる。外部Qは注目する共振器に蓄えられるエネルギーと外部回路で消費される電力の時間平均値の比で与えられるので、

$$Q_A = \frac{\omega_0 L_{r1}}{\frac{K_{0,1}^2}{R_A}} = \frac{\omega_0 L_{r1}}{K_{0,1}^2} R_A$$

これに、式(43)を代入すると、

$$Q_A = \frac{\omega_0 L_{r1} C_1 R_A}{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) L_{r1}} = \frac{\omega_0 C_1 R_A}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$$

さらに、式(31)、(32)の関係を用いると、

$$Q_A = \frac{\omega_0 g_0 g_1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} = \frac{f_0}{BW} g_0 g_1$$

となり、式(25)と同じものを得る。チェビシェフ特性の場合は、結合係数の際と同様、3dB 帯域幅とリップル帯域幅の比を用いて、

$$Q_A = \frac{f_0}{BW \Omega_B} g_0 g_1$$

を得る。終段共振器についても、まったく同様に考えると、出力側外部 Q(QB)の設計公式(26)、(29)を導出できる。

以上により、2節で与えた共振器直結型 BPF の共振器間結合係数および外部 Q に関する設計公式が、古典的回路合成理論の賜物である原型 LPF の設計公式から導出されることが示された。ただし、そこでは式(47)で導入した近似の存在に留意する必要がある。この近似は「狭帯域近似」と呼ばれる。

4. おわりに

本稿では、最も基本的なフィルタ構成の一つである共振器直結型 BPF 回路の設計公式について示し、その導出について解説した。近年の通信用フィルタにはこれまで以上に厳しい仕様が要求され、本稿で紹介したものだけでは不足である。より進化したフィルタ設計技術の修得が要求されるが、その足掛かりとして本講座を役立てていただければ幸いである。

文献

- [1] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, "Microwave Filters, Impedance-matching Networks, and Coupling Structures," McGraw-Hill 1964, Artech House 1980.
- [2] J. Hong and M. Lancaster, "Microstrip Filters for RF/Microwave Applications," John Wiley & Sons, inc., 2001.
- [3] 小林禎夫, 鈴木康夫, 古神義則, "マイクロ波誘電体フィルタ," 電子情報通信学会 2007.

著者紹介

古神義則

宇都宮大学工学部, 教授,
kogami@cc.utsunomiya-u.ac.jp