

マイクロ波フィルタの基礎と設計

Fundamentals and Design of Microwave Filters

粟井郁雄

Ikuo Awai

龍谷大学理工学部 520-2194 大津市瀬田大江町 1-5

School of Science and Technology, Ryukoku University

1-5 Yokotani, Seta-oecho, Otsu 520-2194 Japan

e-mail: awai@rins.ryukoku.ac.jp

Abstract:

The insertion loss method is briefly explained for microwave filter design. The circuit transformation based on inverters is key concept for applying the method to versatile filters. The most important band pass filter design is focused in the discussion, giving the background for design of directly coupled distributed-circuit band pass filters

1. まえがき

フィルタの設計理論は、L,C,R で表わされる回路に対して作られたが、周知のように高周波においては L,C,R で表わされる集中回路素子は色々な問題のため使いづらくなる。その第 1 は寄生成分の発生であり例えば低周波では純粋に容量として働いた素子に現れる直列や並列インダクタンスが無視できなくなるため複雑な共振を起こし、フィルタ設計が困難となる。第 2 には各素子中でのエネルギー散逸が増大し、フィルタを作製した時の挿入損失が大きくなって特性劣化を引き起こすためである。

このような理由のためにマイクロ波帯では一般に分布定数素子によってフィルタが作製されるが、集中定数素子が数学的には 0 次元であって設計理論の中に寸法が入ってこないのに対して、分布定数素子は本質的に 1~3 次元であって大きな自由度が生ずる事になる。この自由度をどのように特性改善につなげるかがマイクロ波フィルタ設計の醍醐味であって多様な形状、形式、材料のフィルタが研究・開発されてきた。

従って単時間でマイクロ波フィルタ全般について解説するのは不可能であり、当基礎講座においても従来多くの方がそれぞれに的を絞った講義をされて来たので、今回もテーマを限定したいと思う。そこで今回は電磁界シミュレータが容易に入手できるという現代の環境をふまえ、かつ応用範囲が広いという特徴にも鑑み共振周波数、結合係数を、外部 Q の 3 量によって行う

共振器直結型 BPF 設計法だけに話を限りたい。

第 2 節で単刀直入にまず設計の手順について述べ、具体的な設計例を示してその有効性を確認する。最近この設計法は一見あまり関係のなさそうなワイヤレス電力伝送システムの解析に有効であることが分かったのでそれについてここで紹介しておきたい。このシステムは大きく分けて誘導型、共鳴型、アンテナ送電型の 3 つに分類されるが、共鳴型は送受電体が 1 メートル程度離れていても高効率な伝送が可能であることから注目を浴びている。この方式は 2 つの共振器を相対させて両者のエバネセント界の結合によって電力を伝送するものであり、2 段の BPF に他ならない。しかしこの分野の研究者は BPF の設計には縁が薄いようであり、単に 2 つの共振器の結合問題ととらえていて不適切な議論が多く見られる。この混乱を正し、共鳴型システムを正しく発展させるためにも BPF の設計理論の理解が必要である。

そのため第 3 節以下では、この方法の根拠について解説する。内容はかなり難解なので手早く設計法を習得されたい方は省略されても良いと思うが、大学人としては根拠のない知識は発展性がないと感じるが故に御紹介する内容である。時間不足、説明拙劣のため御理解いただけない場合は今回の種本である著作 3 部[1]—[3]とりわけ[3]を参照されたい。

2. 共振周波数、総合係数、外部 Q による BPF

設計法

BPF の特性は中心周波数、通過帯域幅、帯域内損失、帯域外減衰量、選択度（肩特性）、群遅延量など多くの設計項目によって記述されるが、最も基本となるものは最初の3項目である。

中心周波数は使用する各共振器の共振周波数によってほぼ決まる。通過帯域幅は共振器間の結合係数、帯域内損失の一部は外部 Q (Q_e) が支配する。これらを図 1 に示す[4]。

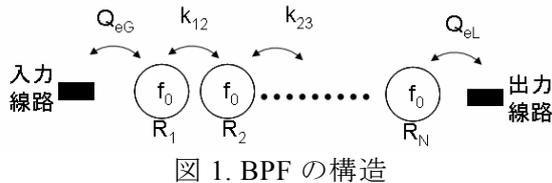
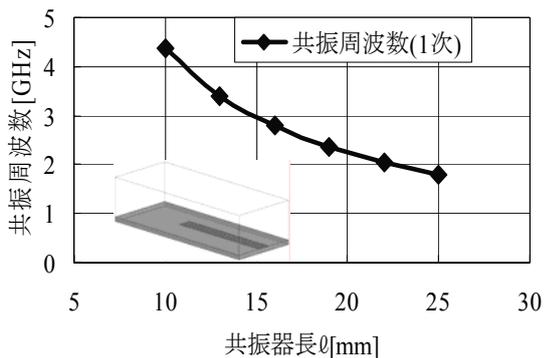


図 1. BPF の構造

設計の手順を具体例によって説明する。

(1) 必要な肩特性、群遅延量からフィルタのタイプ（最大平坦かチェビシェフかなど）と使用する共振器の個数 N を決める。ここではチェビシェフタイプ 3 段の BPF（リップル 0.1dB）を設計する事にし、 $N=3$ と決める。 g 値は $g_0=g_4=1.0$ 、 $g_1=g_3=1.0315$ 、 $g_2=1.1474$ である。共振器はマイクロストリップインターデジタル型とする。

(2) 通過帯域の中心周波数は $f_0=2\text{GHz}$ と決め、手元にある基板の比誘電率 $\epsilon_r=3.27$ 、基板厚さ 0.7mm であったとする。共振器幅 2mm と適当に決めると図 2 から共振器長さは 22.3mm と与えられる。



(共振器幅: 2mm 、導体厚: $18[\mu\text{m}]$)

誘電体基板: $25 \times 10 \times 0.7[\text{mm}^3]$)

図 2. 共振器長に対する共振周波数の変化

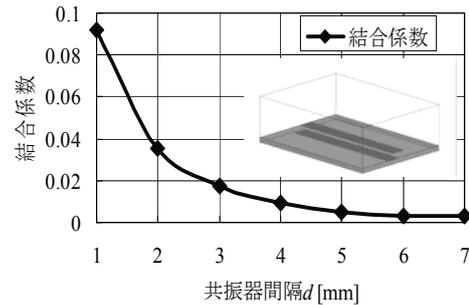
(3) 図 3 挿入図のように 2 つの共振器をインターデジタル配置とし、その間隔の関数として結合係数を電磁界シミュレータで計算すれば図 3 を得る。

(4) 帯域幅を 100MHz と決めれば以下の式により、共振器間結合係数 k_{12} 、 k_{23} が算出される。

$$w = \frac{f_2 - f_1}{f_0} = \frac{1 \times 10^8}{2 \times 10^9} = 0.05$$

$$k_{12} = \frac{w}{\sqrt{g_1 g_2}} = 0.0460, \quad k_{23} = \frac{w}{\sqrt{g_2 g_3}} = 0.0460$$

この値を用いて図 3 から共振器間隔は $d_{12} = d_{23} = 1.8\text{mm}$ と決まる。

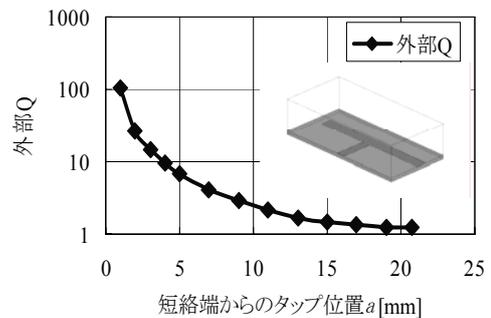


(共振器: $2 \times 22.3 \times 0.018\text{mm}$ 、

誘電体基板: $24.3 \times 15 \times 0.7[\text{mm}^3]$)

図 3. 共振器間隔に対する結合係数の変化

(5) 図 4 挿入図のように特性インピーダンス 50Ω の外部線路を各共振器にタップ結合するものとしてタップ位置の関数として外部 Q を計算すると図 4 のようになった。



(共振器: $2 \times 22.3 \times 0.018[\text{mm}^3]$ 、外部線路: $1.6 \times 6 \times 0.018[\text{mm}^3]$ 、

誘電体基板: $24.3 \times 12 \times 0.7[\text{mm}^3]$)

図 4. 短絡端からのタップ位置に対する外部 Q の変化

(6) 設計公式によって整合に必要な外部 Q は次のように算出される。

$$Q_{e1} = \frac{g_0 g_1}{w} = \frac{1 \times 1.0315}{0.05} = 20.6$$

$$Q_{e2} = \frac{g_3 g_4}{w} = 20.6$$

この値を用いて図 4 からタップ位置を決める

と $a=2.4$ mm となった。

(7)以上で得られた寸法を用いて全 BPF の回路パターンを描くと図 5 のようになる。この回路の周波数特性を電磁界シミュレータで計算すると図 6 の結果が得られた。

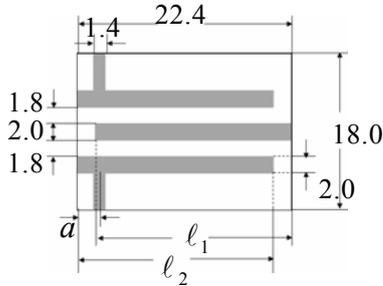
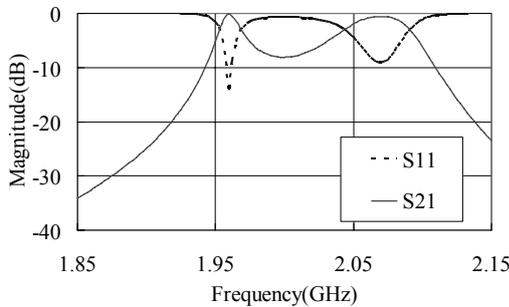


図 5. BPF 構造



($l_1 = l_2 = 22.3$ [mm]、 $a = 2.4$ [mm])

図 6. 調整前の BPF 通過帯域

(8)このままでは特性が良くないので調整を行う必要がある。共振器の長さやタップ位置を少し変更した結果図 7 のレスポンスが得られた。これで設計した通りの良好な特性が得られている。

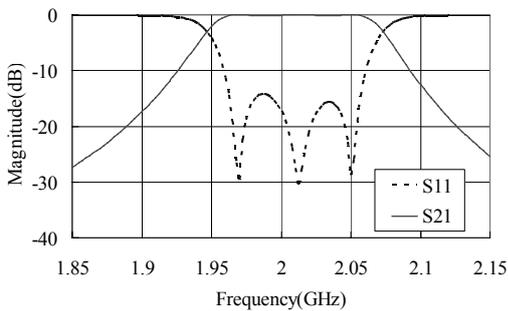


図 7. 調整後の BPF 通過帯域

($l_1 = 22.1$ [mm]、 $l_2 = 23.0$ [mm]、 $a = 3.2$ [mm])

3. 電力透過係数に基づく入力インピーダンスの導出

図 8 のような回路における電力透過係数 $|T|^2$ は電源 V_s の有能電力に対して負荷 R_2 で消費され

る電力の比を取ったものである。

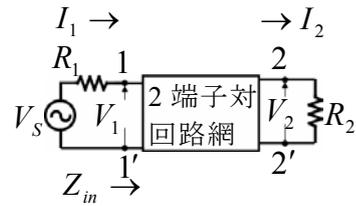


図 8. 電力透過係数を求める回路

$$|T|^2 = \frac{|V_2|^2}{R_2} \bigg/ \frac{|V_s|^2}{4R_1} = \frac{4R_1}{R_2} \left| \frac{V_2}{V_s} \right|^2 \quad (1)$$

回路に損失がない場合、端子 1-1' から負荷側に流入する電力は負荷 R_2 で消費される電力に等しいので

$$R_m |I|^2 = \frac{|V_2|^2}{R_2} \quad (2)$$

が成り立つ。但し R_{in} は端子 1-1' より負荷側を見たインピーダンス Z_{in} の抵抗成分である。ところで図 8 において V_s と I_1 の間には

$$V_s = I_1 (R_1 + Z_{in}) \quad (3)$$

という関係が成り立っているので式(2)、(3)を(1)に代入すると

$$|T|^2 = \frac{4R_1 R_{in}}{|R_1 + Z_{in}|^2} \quad (4)$$

が得られる。電力反射係数 $|\Gamma|^2$ は損失のない事を考えて(4)を用いれば

$$|\Gamma|^2 = 1 - |T|^2 = \frac{|R_1 - Z_{in}|^2}{|R_1 + Z_{in}|^2} \quad (5)$$

となる。これから

$$\Gamma = \pm \frac{R_1 - Z_{in}}{R_1 + Z_{in}} \quad (6)$$

と 2 つの解が得られるのでそれらに対応して

$$Z_{in}^{(1)} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (7.a)$$

$$Z_{in}^{(2)} = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} \quad (7.b)$$

という 2 つの回路が存在する。但しここで入力インピーダンスは \bar{R}_1 (R_1 の大きさを持ち無次元の量)で規格化した。これは即ち電源インピーダンスを 1Ω とした事に等価である。実際に回路を決定するには $|T|^2$ を規格化周波数 Ω の関数と

して与えなければならない。この時電力反射係数も Ω の関数として

$$|\Gamma(j\Omega)|^2 = \Gamma(j\Omega)\Gamma(-j\Omega) = 1 - |T(j\Omega)|^2 \quad (8)$$

と書かれる。電気回路において Ω は常に $j\Omega$ の形で存在するので $\Gamma(j\Omega)^* = \Gamma(j\Omega)$ である事を用いている。

ここで Ω を複素周波数 s に置き換えると式(8)は

$$1 - |T(s)|^2 = \Gamma(s)\Gamma(-s)$$

と書ける。従って式(5)、(6)から $\Gamma(s)$ 又は $\Gamma(-s)$ のどちらでも式(7)の Γ として用いて良い事になるが、実際の電気回路の反射係数は s についてフルヴィッツの多項式になっていなければならないので、その条件を満たすものだけを選ぶ。

4. 連分数展開と g 値

$|T|^2$ を Ω の関数として与える事によって回路を決定するに際し、 $|T|^2$ の与え方は最平坦型、チェビシェフ型などの選択が可能である。ここでは最も単純な最平坦型(ワグナー型)の3段LPFを例に取り上げよう。そのとき

$$|T(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^6} \quad (9)$$

となるので電力反射係数 $|\Gamma(j\Omega)|^2$ は

$$|\Gamma(j\Omega)|^2 = \Gamma(j\Omega)\Gamma(-j\Omega) = 1 - |T(j\Omega)|^2 = \frac{\Omega^6}{1 + \Omega^6} \quad (10)$$

となる。ここで Ω を $-js$ で置き換えると式(10)は

$$\Gamma(s)\Gamma(-s) = \frac{-s^6}{1 - s^6} = \frac{s^3}{(1+s)(1+s+s^2)} \frac{-s^3}{(1-s)(1-s+s^2)} \quad (11)$$

と変形される。このうちフルヴィッツの多項式になっているのは

$$\Gamma(s) = \frac{s^3}{(1+s)(1+s+s^2)} \quad (12)$$

であるから、これを採用する事にして式(7.a)に代入すると

$$Z_{in}^{(1)} = \frac{1 + \Gamma(s)}{1 - \Gamma(s)} = \frac{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{2s^2 + 2s + 1} \quad (13)$$

が得られる。そこで各項が s の一次の項のみから成る連分数に展開する。

$$Z_{in}^{(1)} = s + \frac{1}{2s + \frac{1}{s+1}} = sg_1 + \frac{1}{sg_2 + \frac{1}{sg_3 + \frac{1}{g_4}}} \quad (14)$$

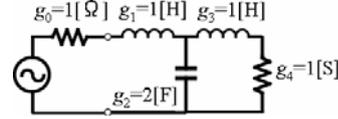


図 9. 最平坦3段LPFの原型回路1

ここで s は周波数の次元を持っているのに対し $Z_{in}^{(1)}$ はオームの次元であるから sg_1 項の g_1 はヘンリー、 sg_2 項の g_2 はファラッド、 sg_3 項の g_3 は再びヘンリー、 g_4 はジーメンスとならねばならない。又、透過係数が(9)で表され、 $\Omega=0$ において1になるという事は、図9のフィルタが電源回路と整合している事を意味する。

連分数展開した式(14)を回路に書けば図9のような梯子型回路となる事は明らかである。一方式(7.b)に(12)を代入すると

$$\begin{aligned} Z_{in}^{(2)} &= \frac{2s^2 + 2s + 1}{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1} = \frac{1}{s + \frac{1}{2s + \frac{1}{s + \frac{1}{1}}}} \\ &= \frac{1}{sg_1 + \frac{1}{sg_2 + \frac{1}{sg_3 + \frac{1}{g_4}}} \end{aligned} \quad (15)$$

この表現は回路1の逆数になっているので図10のようにまず並列の容量から始まる回路となるのは明らかである。

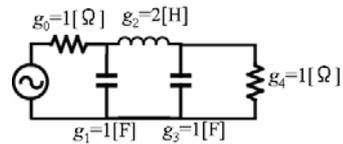


図 10. 最平坦3段LPFの原型回路2

以上の回路は原型ローパスフィルタと呼ばれ、これを出発点として種々のフィルタを構成して行く。段数の異なる場合やチェビシェフ型・楕円関数型など他のタイプの場合も基本的に同じ考え方に基いて原型ローパスフィルタを求める事ができる。図9,10に示された素子の値は g 値と呼ばれる。

5. 原型ローパスフィルタの規格化素子値

回路を構成する R、L、C のインピーダンスはそれぞれ

$$R, j\omega L, \frac{1}{j\omega C}$$

である。これらを電源のインピーダンスに相当する無次元量 \bar{R}_1 で規格化すると

$$\frac{R}{\bar{R}_1}, j\omega \frac{L}{\bar{R}_1}, \frac{1}{j\omega C \bar{R}_1}$$

となる。次に角周波数 ω を $\bar{\omega}_c$ (遮断角周波数に相当する無次元量) で規格化するとこれらは

$$\frac{R}{\bar{R}_1}, j\bar{\omega}_c \frac{L}{\bar{R}_1}, \frac{1}{j\bar{\omega}_c C \bar{R}_1}$$

となり、ここに

$$\Omega = \frac{\omega}{\bar{\omega}_c} \quad [\text{Hz}] \quad (16)$$

である。次に

$$r = \frac{R}{\bar{R}_1} [\Omega], g_L = \frac{\bar{\omega}_c}{\bar{R}_1} L [\text{H}], g_C = \bar{\omega}_c \bar{R}_1 C [\text{F}] \quad (17)$$

なる量を定義するとこれらの素子を持つインピーダンスはそれぞれ

$$r, j\Omega g_L, \frac{1}{j\Omega g_C}$$

となり前節で示されたようにすべて Ω の次元を持つ。もし電源インピーダンスが $R_1(\Omega)$ なら、回路の R、L、C は式(17)から求める事ができる。

6. 周波数変換

以上の原型ローパスフィルタを出発点として一般の LPF、HPF、BPF、BEF を設計する事ができる。そのための第一歩は周波数変換である。

(1) LPF

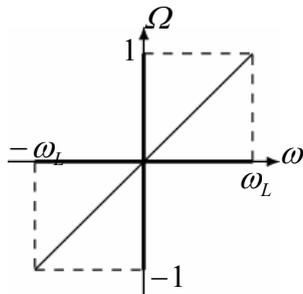


図 11. 一般の LPF への周波数変換

$$\Omega = A\omega \quad (18)$$

なる変換を行う。 Ω と ω の関係は図 12 に示す通りである。図のようにカットオフ周波数 $\Omega =$

1rad/sec を ω_L rad/sec に変換するためこの関係を(18)に代入すると

$$A = \frac{\Omega_c}{\omega_L} \quad (19)$$

を得る。ここに $\Omega_c = 1$ rad/sec である。そこで(19)を用いれば(18)は

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{\omega_L} \omega \quad (20)$$

となる。この値を原型ローパスフィルタの直列リアクタンス、並列サセプタンス値に代入して

$$j\Omega g_L = j\omega \frac{\Omega_c}{\omega_L} g_L = j\omega L \quad (21)$$

$$j\Omega g_C = j\omega \frac{\Omega_c}{\omega_L} g_C = j\omega C$$

とおけば変換されたローパスフィルタの LC 値として

$$L = \frac{\Omega_c}{\omega_L} g_L, C = \frac{\Omega_c}{\omega_L} g_C \quad (22)$$

が得られる。

(2) HPF

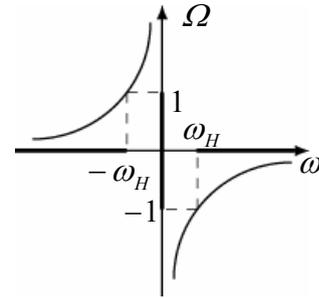


図 12. HPF への周波数変換

$$\Omega = -\frac{A}{\omega} \quad (23)$$

なる変換を用いる。 Ω と ω の関係は図 13 に示してあり、カットオフ周波数 $\Omega = 1$ rad/sec と $\omega = -\omega_H$ rad/sec が対応している。従って

$$A = \Omega_c \omega_H \quad (24)$$

となり、これを(23)に代入すれば

$$\Omega = -\frac{\Omega_c \omega_H}{\omega} \quad (25)$$

を得る。上と同様に原型ローパスフィルタの g_L, g_C はそれぞれ逆に C, L に変換され

$$j\Omega g_L = -j \frac{\Omega_c \omega_H}{\omega} g_L, C = \frac{1}{\Omega_c \omega_H g_L} \quad (26)$$

$$j\Omega g_C = -j \frac{\Omega_c \omega_H}{\omega} g_C, L = \frac{1}{\Omega_c \omega_H g_C}$$

となる。

(3) BPF

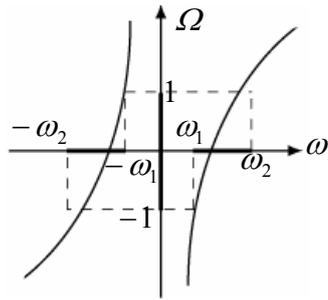


図 13. BPF への周波数変換

$$\Omega = A \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega} \quad (27)$$

と置きかえる。図 13 より $\Omega = 1$ rad/sec は $-\omega_1$ 、 ω_2 に対応する。(27)に $\Omega_c = 1$ を代入して ω について解くと

$$\omega = \frac{\left(\frac{\Omega_c}{A}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega_c}{A}\right)^2 + 4\omega_o^2}}{2} \quad (28)$$

となるので

$$-\omega_1 = \frac{\Omega_c}{2A} \left[1 - \sqrt{1 + \left(\frac{2A\omega_o}{\Omega_c}\right)^2} \right] \quad (29)$$

$$\omega_2 = \frac{\Omega_c}{2A} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A\omega_o}{\Omega_c}\right)^2} \right]$$

を得る。これらから

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_o^2 \rightarrow \omega_o = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (30)$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\Omega_c}{A} \rightarrow A = \frac{\Omega_c}{\omega_2 - \omega_1} \quad (31)$$

(31)を(27)に代入すれば

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{\omega_2 - \omega_1} \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega} = \frac{\Omega_c}{w\omega_o} \left(\omega - \frac{\omega_o^2}{\omega} \right) \quad (32)$$

を得るので(w は比帯域)これを用いて原型ローパスフィルタの g_L は直列 LC 共振回路に、 g_C は並列 LC 共振回路に変換される。

$$\begin{aligned} j\Omega g_L &= j \frac{\Omega_c}{w\omega_o} \left(\omega - \frac{\omega_o^2}{\omega} \right) g_L = j \left(\omega L_S - \frac{1}{\omega C_S} \right) \\ \rightarrow L_S &= \frac{\Omega_c}{w\omega_o} g_L, C_S = \frac{w}{\Omega_c \omega_o g_L} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} j\Omega g_C &= j \frac{\Omega_c}{w\omega_o} \left(\omega - \frac{\omega_o^2}{\omega} \right) g_C = j \left(\omega C_P - \frac{1}{\omega L_P} \right) \\ \rightarrow C_P &= \frac{\Omega_c}{w\omega_o} g_C, L_P = \frac{w}{\Omega_c \omega_o g_C} \end{aligned}$$

BRF についても

$$\Omega = A \frac{\omega}{\omega_o^2 - \omega^2} \quad (34)$$

とする事によって上と同様に周波数変換が可能であるが紙幅の関係で割愛する。

7. インバータ

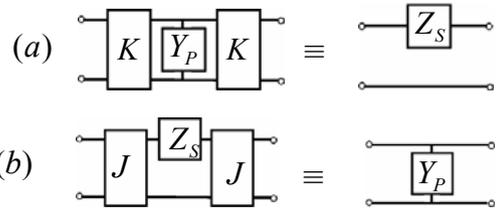


図 14. インバータによる
シリーズ/シャント変換

インバータという回路素子は一種の変換器であり、通常インピーダンス及びアドミタンスインバータの 2 種類に分けられる。その機能を F 行列で書けば

$$F_K = \begin{pmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} \quad F_J = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & 0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

と表されて入出力の電圧及び電流を入れ替える働きを持つ。この式からわかるように両者の機能はまったく同じであり K と J の次元が夫々インピーダンス、及びアドミタンスである点のみ異なる。そして $K = 1/J$ という関係がある。

図 14 のようにシャント素子及びシリーズ素子の両側にインバータを設けるとそれぞれが逆にシリーズ及びシャント素子に入れ替われる。図 14(b)について計算結果を示すと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Z_S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & JZ_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ J^2 Z_S & 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

重要な点はまだ 1 つあり、式(36)に示されているようにあるインピーダンス関数 Z_S がそのまま J^2 倍されアドミタンス関数 $L^2 Z_S$ になる事である。例えば

$$Z_S = j\omega L \quad (37)$$

のように Z_S がインダクタンスであれば

$$Y_P = J^2 Z_S = j\omega J^2 L = j\omega C' \quad (38)$$

のように並列容量となる。

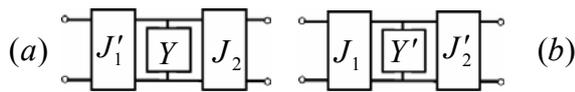


図 15. インバータではさんだ
2つの回路の相等性

次に回路素子の値を図 15 のように例えば Y から Y' に変えたい場合 (a)、(b) が等価になるための条件を求める。(a) の F 行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J_1} \\ J_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J_2} \\ J_2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{J_2}{J_1} & \frac{Y}{J_1 J_2} \\ 0 & \frac{J_1}{J_2} \end{pmatrix} \quad (39)$$

であるから、(b) も同様に求める事ができて

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{J_2'}{J_1'}, \quad \frac{Y}{J_1 J_2} = \frac{Y'}{J_1' J_2'} \quad (40)$$

が成り立てば相等性が保証される。これを解くと

$$J_1' = J_1 \sqrt{\frac{Y'}{Y}}, \quad J_2' = J_2 \sqrt{\frac{Y'}{Y}} \quad (41)$$

が得られる。

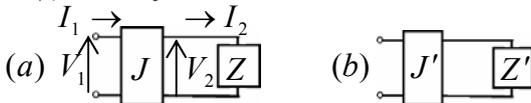


図 16. 端部にある素子の変換

一方端部にある回路素子については図 16 の (a)、(b) の相等性から条件を定める事ができる。入力側の電圧/電流の関係と (35.b) から

$$V_1 = \frac{1}{J} I_2, \quad I_1 = J V_2 \quad (42)$$

であり終端の Z の両端には

$$V_2 = I_2 Z \quad (43)$$

なる関係が成り立つので入力インピーダンスとして

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{J^2} \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{J^2 Z} \quad (44)$$

が得られる。従って (a)、(b) の回路が等しくなる条件は

$$J' = J \sqrt{\frac{Z}{Z'}} \quad (45)$$

である。

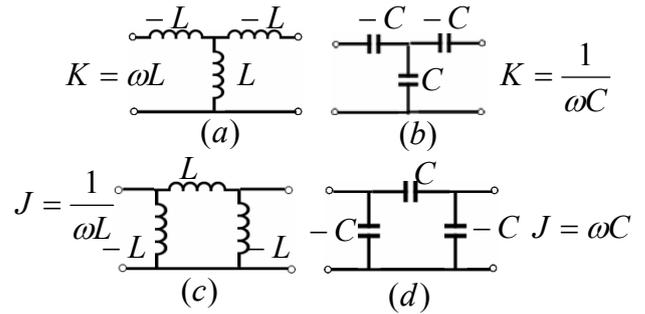


図 17. 集中定数インバータ

インバータは実際にはどのようにして実現されるのであろうか。図 17 に集中定数素子によって実現した例を示す。例えば (a) の回路について F 行列を計算すると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{j\omega L} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (46)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -j\omega L \\ \frac{1}{j\omega L} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -j\omega L \\ \frac{1}{j\omega L} & 0 \end{pmatrix}$$

これは式 (35) の形をしており確かにインピーダンスインバータとなっていることがわかる。しかしその特性インピーダンスは周波数の関数であるためインピーダンスレベルの変換比は周波数によって異なるという問題点がある。

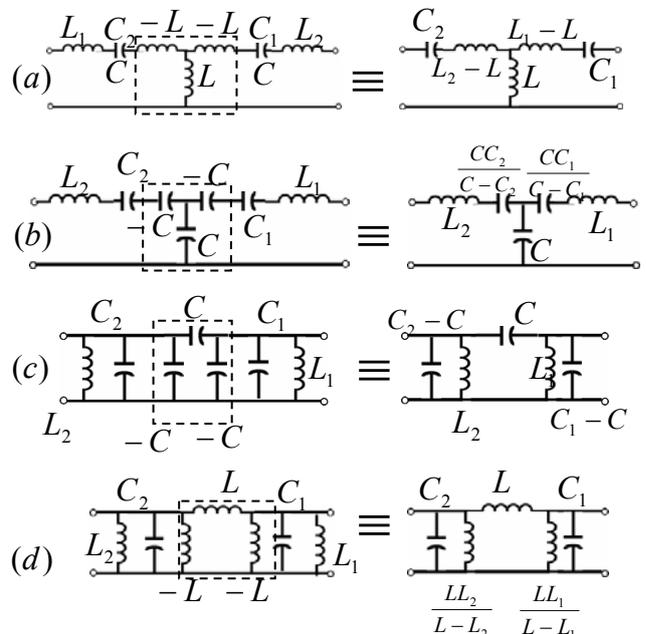


図 18. 集中定数インバータの負定数素子が周辺の共振器素子に吸収される様子

図 17 の 4 種類共必ず負の定数を持った素子を含んでおりその実現可能性に疑問が生ずる。しかし BPF 回路は必ず直列又は並列共振器を含

んでおり、図 18 のようにインバータの負定数分はうまく吸収されるので問題はない。しかし BEF の場合は L、C の接続が BPF と逆になっておりインバータの負定数分を吸収することができない。

インバータとして広く用いられる回路素子は他に $\lambda/4$ 線路がある。 $\lambda/4$ 線路は良く知られているように先端に接続したインダクタンスを反転させる性質を持っている。分布定数線路につながれた負荷インピーダンスは

$$Z_m = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad (47)$$

となる事を用いて $\beta l = \pi/2$ ($\lambda/4$ 線路) と置くと

$$Z_m = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (48)$$

となり、特性インピーダンス Z_0 を持ったインピーダンスインバータとして働く事が容易にわかる。式(47)の代わりに入力アドミタンスに関する式を用いれば $\lambda/4$ 線路がアドミタンスインバータとして働く事も明らかである。

8. インバータを用いた回路変換

まず原型ローパスフィルタから出発しよう。バターワース、チェビシェフなどのタイプと何段のフィルタとするかで N を定めると、図 19(a) に示された g 値はすべて決定される。ここでは N を奇数としている。次に電源のアドミタンスを G_0 と定める事によって式(17)を用いれば図 19(b)が得られ各素子の値は

$$L_n = \frac{g_n}{\omega_c \bar{G}_0}, C_{n+1} = \frac{\bar{G}_0}{\omega_c} g_{n+1}, G_{N+1} = g_{N+1} \bar{G}_0 \quad (49)$$

となる。

第 3 段階として直列の L をすべて並列 C に置きかえるため特性アドミタンスが 1 である J インバータ (J_0) を用いると(c)図が得られる。ここで

$$C_1 = J_0^2 L_1, C_3 = J_0^2 L_3 \cdots C_N = J_0^2 L_N \quad (50)$$

である。これは(36)から得られる。

第 4 段階は得られた奇数番目の容量を都合の良い値に変換するプロセスであり、式(41)に依る。この変換のために図(d)の如く

$$J'_{01} = J'_{12} = J_0 \sqrt{\frac{C_{01}}{C_1}}, J'_{23} = J'_{34} = J_0 \sqrt{\frac{C_{03}}{C_3}} \\ \cdots J'_{N,N+1} = \sqrt{\frac{C_{on}}{C_N}} \quad (51)$$

のようなインバータが必要となる。更に今度は偶数番目の容量に対しても図(e)のように同じ事をする

$$J_{12} = J'_{12} \sqrt{\frac{C_{02}}{C_2}}, J_{23} = J'_{23} \sqrt{\frac{C_{02}}{C_2}}, J_{34} = J'_{34} \sqrt{\frac{C_{04}}{C_4}} \\ \cdots J_{N-1,N} = J'_{N-1,N} \sqrt{\frac{C_{0N-1}}{C_{N-1}}} \quad (52)$$

が得られる。

第 5 段階として電源、及び負荷抵抗を任意の値 ($1/G_A, 1/G_B$) に設定するため(45)を用いると

$$J_{01} = J'_{01} \sqrt{\frac{G_A}{G_0}}, J_{N,N+1} = J'_{N,N+1} \sqrt{\frac{G_B}{G_{N+1}}} \quad (53)$$

なる関係を得る。これらに(51)及び(49)、(50)を代入すれば

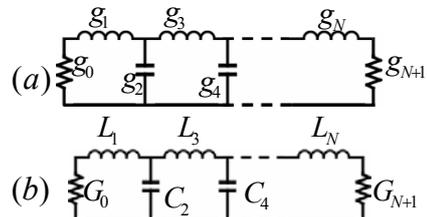
$$J_{01} = J_0 \sqrt{\frac{G_A C_{01}}{G_0 C_1}} = \sqrt{\frac{G_A C_{01}}{G_0 L_1}} = \sqrt{\frac{G_A \bar{\omega}_c G_0 C_{01}}{G_0 g_1}} \\ = \sqrt{\frac{\bar{\omega}_c G_A C_{01}}{g_0 g_1}} \quad (54) \\ J_{N,N+1} = J_0 \sqrt{\frac{G_B G_B}{G_{N+1} C_N}} = \sqrt{\frac{\bar{\omega}_c G_A C_{0N}}{g_N g_{N+1}}}$$

が必要となる。なお $g_0 = 1$ であるので対称性を保つため(54.a) に g_0 をつけ加えた。

中間のインバータ $J_{n,n+1}$ は(52)、(51)、(50)、(49)から

$$J_{n,n+1} = J'_{n,n+1} \sqrt{\frac{C_{on}}{C_n}} = J_0 \sqrt{\frac{C_{on} C_{on+1}}{C_n C_{n+1}}} \\ = \sqrt{\frac{C_{on} C_{on+1}}{L_n C_{n+1}}} = \bar{\omega}_c \sqrt{\frac{C_{on} C_{on+1}}{g_n g_{n+1}}} \quad (55)$$

となる。



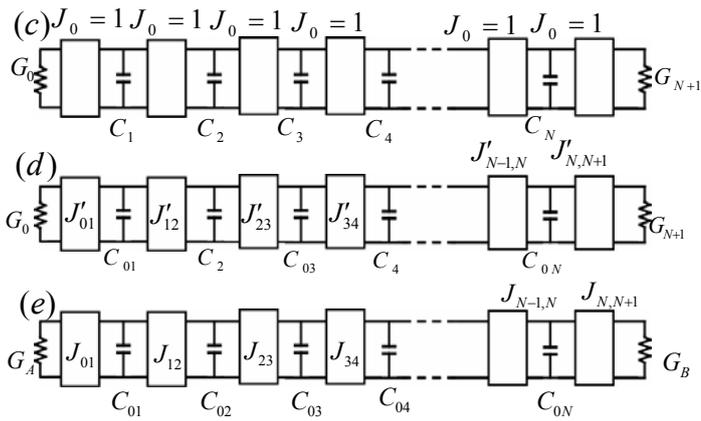


図 19. 原型ローパスフィルタからインバータ結合型 LPF への変換

9. BPF への周波数変換と分布定数共振器を用いた BPF

図 19(e)に示された LPF は周波数変換によって図 20(b)のように BPF へ変換することができる。

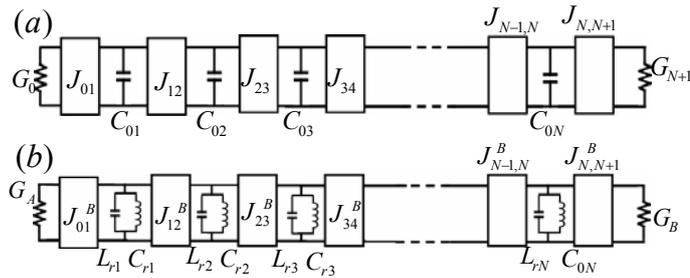


図 20. LPF から BPF への変換

この変換には式(33b)を用いれば良い。

$$C_m = \frac{\Omega_c}{w\omega_o} C_{om} = \frac{1}{w\omega_o} C_{on} \quad (56)$$

$$L_m = \frac{1}{C_m \omega_o^2}$$

これらを式(54)、(55)に代入して

$$\begin{aligned} J^B_{01} &= \sqrt{\frac{\bar{\omega}_c G_A C_{01}}{g_0 g_1}} = \sqrt{\frac{\omega_o \bar{\omega}_c G_A C_{r1}}{g_0 g_1}} \\ J^B_{n,n+1} &= \omega_c \sqrt{\frac{C_{on} C_{on+1}}{g_n g_{n+1}}} = \omega_o w \sqrt{\frac{C_{rn} C_{r,n+1}}{g_n g_{n+1}}} \\ J^B_{N,N+1} &= \sqrt{\frac{\omega_c G_B C_{0N}}{g_N g_{N+1}}} = \sqrt{\frac{w \bar{\omega}_c G_B C_{rN}}{g_N g_{N+1}}} \end{aligned} \quad (57)$$

ここで $\Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega_o} = 1 \text{ rad}$, $\bar{\omega}_c = 1$ を用いた

分布定数回路共振器は共振周波数近傍では LC 直列又は並列共振器で表わされるから分布定数 BPF は図 20 又はそれと双対な表現である LC 直

列共振器を K インバータで接続した回路で表現できる。そこで図 20 の J インバータに着目してそれが分布定数 BPF では何によって実現されるか考える。

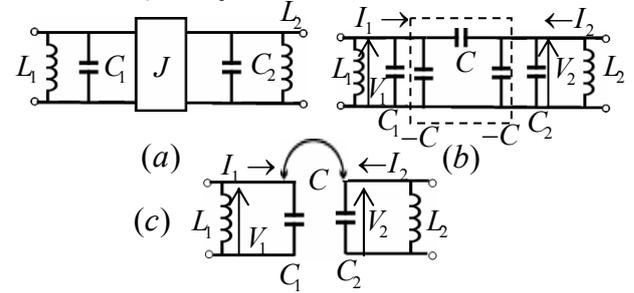


図 21. インバータの実現法

図 21(a)にインバータ及びその前後の LC 共振器を抜き出して書いた。 J インバータの部分は (b) のような π 型の容量に等価である事は図 17(d)から明らかである。ここで

$$J = \omega C \quad (58)$$

と置くことによって図 21(a)、(b)は等価となる。次に図 22(b)の入力側の電圧、電流を V_1, I_1 出力側のそれらを V_2, I_2 としてキルヒホッフの法則を用いれば

$$I_1 = j\omega(C_1 - C)V_1 + j\omega C(V_1 - V_2) \quad (59)$$

$$I_2 = j\omega(C_2 - C)V_2 + j\omega C(V_2 - V_1)$$

これを整理すると

$$I_1 = j\omega C_1 V_1 - j\omega C V_2 \quad (60)$$

$$I_2 = -j\omega C V_1 + j\omega C_2 V_2$$

が得られこの関係式は図 21(c)の相互容量結合回路を表す事がわかる。この回路の結合係数は

$$k = \frac{C}{\sqrt{C_1 C_2}} \quad (61)$$

となる事が知られている。

これを分布定数共振器に拡張するために次のように考える。図 21(c)において $L_1 = L_2 = L_0$ 、 $C_1 = C_2$ とした回路の共振周波数は結合によって分離し、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_0 + C)}}, f_e = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_0 - C)}} \quad (62)$$

となる事は良く知られている。この式を変形すると

$$\frac{f_e^2 - f_0^2}{f_e^2 + f_0^2} = \frac{C}{C_0} \quad (63)$$

が得られる。即ち(61)で表される量は(63)のよう

に結合によって分離する2つの周波数から求められる事がわかる。これを分布定数共振器の結合係数と一般化して以下のように定義し

$$k = \frac{f_e^2 - f_0^2}{f_e^2 + f_0^2} \quad (64)$$

k を求める事によってBPF設計を行う事が広く行われている。

そこで式(57)の変形を考える。(57.b)は両側に共振器を持つ中間のインバータであるから上記の議論が適用できる。(58)、(61)により

$$k_{n,n+1} = \frac{J_{n,n+1}}{\omega_0 \sqrt{C_{rn} C_{rn+1}}} \quad (65)$$

となるので式(57)を代入すると

$$k_{n,n+1} = \frac{\bar{\omega}_0}{\omega_0} \frac{\omega}{\sqrt{g_{rn} g_{rn+1}}} \quad (66)$$

ここに $\omega_0 / \bar{\omega}_0$ は 1 rad/sec である。

次に両端のインバータについて考える。

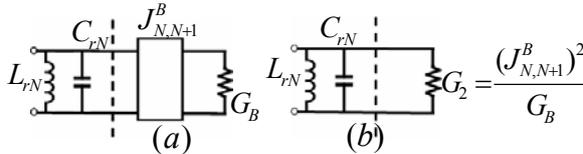


図 22. 端部のインバータの実現方法

右端のインバータを例にとると図 24(a)のように表すことができる。点線から右側をみたアドミタンス G_2 は式(44)によると

$$G_2 = \frac{(J_{N,N+1}^B)^2}{G_B} \quad (67)$$

と求められ、(b)図のように表される。隣接する共振器と G_2 の持つ関係は外部 Q を介して求められる

$$Q_{eB} = \frac{\omega_0 C_{rN}}{G_2} \quad (68)$$

となるのでこれに(67)を代入して

$$Q_{eB} = \frac{\omega_0 C_{rN}}{(J_{N,N+1}^B)^2} \quad (69)$$

を得る。これに(57.c)を代入し

$$Q_{eB} = \frac{\omega_0 C_{rN} G_B g_N g_{N+1}}{w \bar{\omega}_0 G_B C_{rN}} = \frac{\omega_0}{\bar{\omega}_0} \frac{g_N g_{N+1}}{w} \quad (70)$$

$$(\omega_0 / \bar{\omega}_0 = 1 \text{ rad/sec})$$

となる。入力側にあるインバータ J_{01} に対しても同様に考えて Q_{eA} を求める事ができる。

以上をまとめると分布定数共振器 BPF に対しては

- 1) 設計すべき BPF の中心周波数に各共振器の共振周波数を合わせる。
- 2) 原型ローパスフィルタの g 値を g_n 、比帯域を w とすると
 - a. 共振器間の結合係数 $k_{n,n+1}$ は以下の値とする

$$k_{n,n+1} = \frac{w}{\sqrt{g_n g_{n+1}}} \quad (71)$$

- b. 最外側の共振器の外部 Q は以下の値とする

$$Q_{eA} = \frac{g_0 g_1}{w}, \quad Q_{eB} = \frac{g_N g_{N+1}}{w} \quad (72)$$

この設計法は 2 節で説明したものに他ならない。

10. むすび

最も広く用いられている共振器直結型 BPF の設計法について具体例で手続きをまず説明し、次に設計法の根拠を解説した。この根拠の論理は文献 3 の内容をほぼそのまま踏襲したものであり、その著書らに感謝する。しかし以下の点だけは原著と異なる事を指摘しておきたい。

- 1) 周波数変換において原型ローパスフィルタを出発点としている事を明示するため Ω を ω に変換するという方法をとった。
- 2) それに関連して、各式における両辺の量が同次元となるよう配慮した。
- 3) その結果として以後の 6、8、9 節の各素子値の表現が原著とは異なる。
- 4) 最後の結果式(71)、(72)も原著と少し異なるが、むしろ文献(1)と擬似しており、この方が簡潔で理解しやすいと思う。

参考文献

- [1] G. Matthaei, L. Young and E.M.T.Jones, *Microwave Filters, Impedance Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Norwood, MA, 1980.
- [2] R.E.Collin, *Foundation for Microwave Engineering*, Mc Graw-Hill, New York, 1992.
- [3] 小林, 鈴木, 古神, マイクロ波誘電体フィルタ, 電子情報通信学会, 2007.
- [4] 小西, マイクロ波技術講座第 3 巻, 日刊工業新聞社, 2001.