

アレーアンテナの基礎

Fundamentals of Array Antennas

菊間信良

Nobuyoshi Kikuma

名古屋工業大学大学院 情報工学専攻

〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町

Dept. of Computer Science and Engineering, Nagoya Institute of Technology

Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555, Japan

Abstract

Array antenna technologies have contributed to development and progress of recent wireless systems. This lecture summarizes fundamentals of those array antenna technologies and also explains the mechanism and basic performances of array antennas. In addition, relating technologies, such as adaptive array antennas and direction-of-arrival estimation methods, are presented.

1. はじめに

近年の無線通信の発展には目覚ましいものがあり、益々高速かつ高機能なデジタル通信システムが実用化されつつある。一方で、移動通信、特に陸上移動通信においては電波伝搬路が見通しになることはほとんどなく、建物などの反射、回折、散乱により多重伝搬路となるため、多重波が互いに干渉してマルチパスフェージングが発生する。これが原因で、誤り率特性が劣化する。利便性が高い通信形態であるが、他の通信形態と比べて伝送品質が悪く、何らかのフェージング対策が不可欠となる [1]。

一般に受信アンテナの置かれている場には、干渉波も含め、上述のように色々な電波が複雑に飛び交っている。その中からいかにして所望の通信相手からの情報を運んでくる電波を選び出すかが問題である。この場合、アンテナの指向特性に基づいた到来方向による選別が重要な手段となる。ここで特徴を発揮するのは、複数個のアンテナを配列し、各々の素子の励振の振幅および位相を独立に制御できるようにした、アレーアンテナである。さらに、指向特性の適応制御を行うアレーアンテナシステムがアダプティブアレーである。

一方、移動通信や室内無線通信（無線 LAN）などで電波伝搬構造を詳細に把握するためには多重到来波（マルチパス波）の分離推定が重要となる。また、不法電波の発信源を特定するためにも電波の到来方向を正確に推定する技術が望まれる。アレーアンテナによる到来方向推定法として、古くには、アレーアンテナのメインビームを走査させて到来方向を推定する方法（ビームフォーマ法）がある。これはフーリエ変換と等価な方法で、分解能がアレーの開口長によって制限さ

れる。それ故、より高い分解能をもつ手法が望まれた。

その後、MUSIC など高い角度分解能をもつアルゴリズムが次々と登場し、注目されている [2]–[7]。これら到来方向推定法の発展はアダプティブアレーと異なった経路をたどってきているが、その原理はアダプティブアレーと密接に関係しており、アダプティブアレーの一特性を利用したものと解釈できる [2], [8], [9]。

そこで本稿では、アレー適応信号処理技術の原点に立ち戻って、アレーアンテナの基本、およびアダプティブアレーの原理、更に到来波の到来方向推定の基本技術について説明する。

2. アレーアンテナ

2.1 基本特性

アレーアンテナを構成するためのアンテナ素子の配列法は直線状、平面状、曲面状などいろいろ考えられるが、ここではその基本原理を理解するために、図 1 のような K 個の同一アンテナ素子よりなるリニア（直線状）アレーを考える。

いま電波がブロードサイドから測って角度 θ の方向から 1 波到来したとする。ベースライン上の基準点での到来信号を E_0 と表し、アンテナ素子の指向性関数を $g(\theta)$ 、アレーに対して到来信号が狭帯域であるとすると、 k 番目のアンテナ素子に誘起する電圧は次式で与えられる。

$$E_k = E_0 g(\theta) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_k \sin \theta\right) \quad (1)$$
$$(k = 1, 2, \dots, K)$$

ここに、 λ は搬送波の波長で、 d_k は基準点より測った k 番目の素子の位置である．図 1 のように各素子の出力をそれぞれ振幅調整器（増幅器または減衰器）と可変移相器を経て加算すると、合成出力 E_{sum} は

$$E_{\text{sum}} = E_0 g(\theta) D(\theta) \quad (2)$$

$$D(\theta) = \sum_{k=1}^K A_k \exp \left\{ j \left(-\frac{2\pi}{\lambda} d_k \sin \theta + \delta_k \right) \right\} \quad (3)$$

となる．ここに、 A_k 、 δ_k はそれぞれ k 番目の素子に掛けられる重みと移相量である．また $D(\theta)$ はアレーファクタである．式 (2) のように、アレー全体の指向性は素子の指向性 $g(\theta)$ とアレーファクタ $D(\theta)$ との積で表される．これは指向性相乗の理 (pattern multiplication) と呼ばれる．従って、すべてのアンテナ素子が同一で同じ向きに置かれている場合は、アレーファクタを制御することで効果的にアレー全体の指向性の調整が出来る．

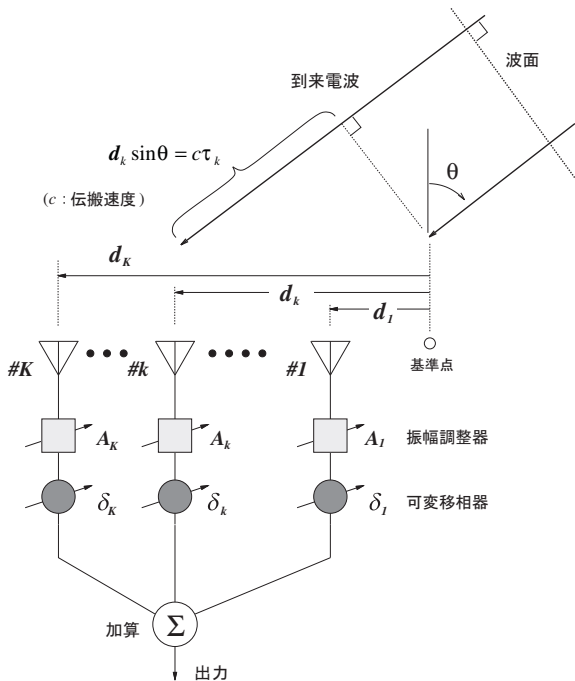


図 1: K 素子リニアアレーアンテナ

例えば、ある角度 θ_0 方向にアレーファクタの大きさを最大にしたい場合は、一般に、移相量 δ_k を

$$\delta_k = \frac{2\pi}{\lambda} d_k \sin \theta_0 \quad (4)$$

と選ぶ．すなわち、所望信号に関して移相器の出力での位相が各素子にわたって揃うように定められる．それ以外の方向では、各素子の出力の位相が一致せず、互いにある程度の相殺が行われる．このようにしてア

レーアンテナを用いると所望信号に対する利得が上がる．ただし、素子間隔が大きい場合には、

$$-\frac{2\pi}{\lambda} d_k \sin \theta_{gm} + \delta_k = 2m\pi \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5)$$

を満足するような角度 θ_{gm} でも同相になって加算されるので、大きなアレー応答値を生ずる．これはグレーティングローブ (grating lobe) と呼ばれ (図 2 参照)、設計の段階で防止策がとられるのがふつうである．式 (2) の絶対値 $|E_{\text{sum}}|$ を角度 θ の関数として表したものは指向性パターンと呼ばれ、その最大値周辺をメインローブ (メインビーム) と呼ぶ (図 2)．その他にも局所的に極大値がいくつも存在するが、これらはサイドローブと呼ばれる．また、ローブとローブの間の零点をヌル (null) という．

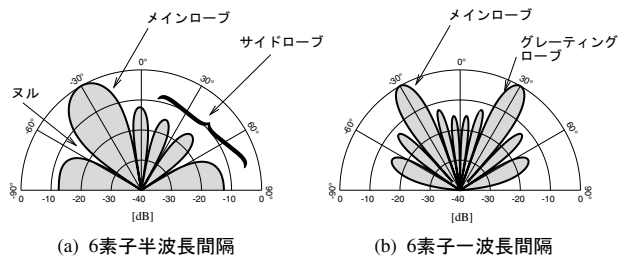


図 2: 指向性パターンの例 (アンテナ素子は等方性)

サイドローブ方向に不要波源が存在した場合には、それ相当の受信電圧が誘起される．もし、不要波と所望信号との電界強度比が、サイドローブとメインローブの比の逆数よりも大きければ、アンテナ系の出力端においてすら、信号が不要波よりも劣勢になる．アンテナ素子が等間隔に配置されているときには、式 (3) のアレーファクタは整次多項式の形となるので、数学的手段を利用して A_k を適切に選んで、サイドローブを全般的に低くしたり (例えば Dolph-Chebyshev array [10])、あるいは特定の強力な不要波に対して、その到来方向の応答値を零にしたりすることが可能である．しかし、その到来方向が未知であったり、または変化したりする場合には、何らかの学習を行って得られた情報をフィードバックし、最適の特性を作り上げることが必要になる．このような思想に基づくシステムがアダプティブ (適応型) アレーである．

2.2 解析モデルと解析表現

アダプティブアレーの基本ということから、ここではアレーアンテナを受信アンテナとした解析モデルについて説明する．入力信号が狭帯域信号の場合、受信

用アレーアンテナの解析を簡単化する手法として、複素信号と複素ウエイトの導入による解析的表現（複素表現）がある。アダプティブアレーの制御アルゴリズム、およびその挙動は通常、複素数を用いて記述される。解析のためのアレーアンテナの一般形として、図3に複素ウエイトを用いた K 素子アレーアンテナの構成図を示す。

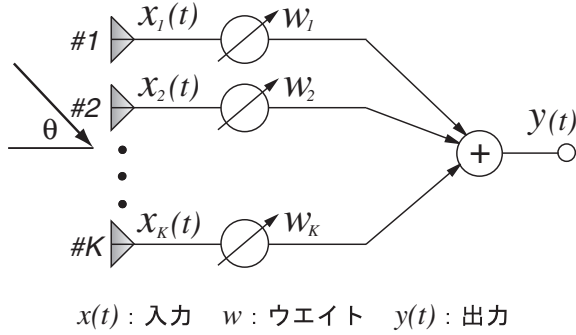


図 3: K 素子アレーアンテナの構成図（複素ウエイト使用）

図中、 $x_k(t)$ は第 k 素子の受信信号（複素数）、 w_k は第 k 素子信号に乗ぜられる複素ウエイトである。また $y(t)$ はアレーの出力信号である。通常、受信信号と複素ウエイトを以下のようにベクトル表記し、それぞれ入力ベクトル、ウエイトベクトルと呼ぶ。

$$\mathbf{x}(t) \triangleq [x_1(t), x_2(t), \dots, x_K(t)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{w} \triangleq [w_1, w_2, \dots, w_K]^T \quad (7)$$

このとき、アレー出力信号 $y(t)$ は

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{w}^* \quad (8)$$

と内積で表現される。ただし、上添字 T , H , $*$ はそれぞれ転置、複素共役転置、および複素共役を表す。複素ウエイト w_k は複素共役をとってから信号 $x_k(t)$ にかけるので、図1の振幅調整器 A_k と可変移相器 δ_k とは

$$w_k^* = A_k \exp(j\delta_k) \quad (9)$$

の関係にある。

次に、入力信号についてであるが、アンテナ素子への入力は、情報を得るために受信する所望波成分と雑音成分の和で表される。さらに、雑音は、外界から到来する外来雑音とシステム内で発生する内部雑音とから成る。外来雑音は、方向性雑音とも呼ばれ、所望波との相関の有無により、相関性干渉波と非相関性干渉波に分類される。前者は主に多重伝搬に起因したもの

であり、所望波と同じ波源から発射され、所望波と異なった伝搬路を通過して到来する電波である。それ故、所望波とは相関がある。後者は所望波と別個の波源から発射された電波、あるいは遅延時間が非常に長い遅延波（多重波）であり、所望波とは無相関である。本稿において特に断わらない限り、干渉波と言えは非相関性干渉波を意味するとする。また内部雑音は熱雑音であり、すべての素子において等電力で、素子が異なれば相関が無いものとする。

入力が時間的に変化するので、統計的な取扱いが必要となる。特にアレー適応信号処理では、素子間で信号の合成をしたり相殺をしたりするので、素子間の相関特性（コヒーレンス）は非常に重要である。そこで、 (k, l) 成分が素子 k と素子 l の間の受信信号の相関値を表すようにした行列表現が都合が良い。これは一般に相関行列（または共分散行列）と呼ばれ、本稿では、複素入力信号による相関行列を次式で定義する。

$$\mathbf{R}_{xx} \triangleq E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \quad (10)$$

ここに、 $E[\cdot]$ は期待値（アンサンブル平均）を求める操作を表す。通常のアルゴリズムにおいては、相関行列は時間平均により求める。またアレーの出力電力はこの相関行列を用いて

$$P_{out} = \frac{1}{2} E[|y(t)|^2] = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad (11)$$

で与えられる [1]。

受信アンテナの評価の一つとして、次式で定義される出力 SINR (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio) が使われる。

$$\text{SINR} \triangleq \frac{\text{所望波出力電力}}{\text{干渉波出力電力} + \text{内部雑音出力電力}} \quad (12)$$

これは通常、dB 表示され、値が大きいほど良好な特性であるといえる。またアンテナの利得とも密接な関係をもつ（ほぼ等価と考えて良い）。

例として、ある角度 θ_0 方向から到来する電波の方向にアレーのメインビームを向ける場合のウエイトベクトルについて考えてみる。この場合の入力ベクトルは次式のように表される。

$$\mathbf{x}(t) = s(t)\mathbf{a}(\theta_0) + \mathbf{n}(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{a}(\theta_0) = \left[g_1(\theta_0) \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda} d_1 \sin \theta_0\right) \dots g_K(\theta_0) \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda} d_K \sin \theta_0\right) \right]^T \quad (14)$$

ここに、 $s(t)$ は到来波の基準点における複素振幅、 $\mathbf{a}(\theta_0)$ は到来波のアレー応答ベクトル、 $\mathbf{n}(t)$ は内部雑音ベク

トルである．また， $g_k(\theta_0)$ は第 k アンテナ素子の指向性で θ_0 方向の複素応答値を表している．もしすべて等方性素子であれば， $g_k(\theta) = 1$ ($k = 1, 2, \dots, K$) である．このときの出力 $y(t)$ は

$$y(t) = s(t)\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) + \mathbf{w}^H \mathbf{n}(t) \quad (15)$$

となり，出力 SINR は

$$\text{SINR} = \frac{E[|s(t)\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2]}{E[|\mathbf{w}^H \mathbf{n}(t)|^2]} \quad (16)$$

$$= \frac{E[|s(t)|^2]|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)]\mathbf{w}} \quad (17)$$

$$= \frac{P_s |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{P_n \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (18)$$

となる．ただし， $P_s = E[|s(t)|^2]$ (信号電力)， P_n は素子当たりの内部雑音電力である．また内部雑音の相関行列については $E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] = P_n \mathbf{I}$ (\mathbf{I} : 単位行列) としている．この出力 SINR を最大にするウエイトベクトルは， $\mathbf{w}^H \mathbf{w} = \text{一定}$ (正規化)のもと，式 (18) の分子の内積の関係から

$$\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta_0) \quad (19)$$

であることが分かる．このウエイトベクトルは明らかに受信波の位相を揃える共相励振ベクトルで，これを用いるアレーは通常，フェーズドアレー (phased array) [10] と呼ばれる．

3. アダプティブアレー

3.1 概要

アダプティブアレーの機能は，目的により，アダプティブビームフォーミング (adaptive beamforming) とアダプティブヌルステアリング (adaptive null steering) に大きく分類できる．アダプティブビームフォーミングは，受信波の到来方向が未知あるいは時間的に変化する場合にも，アレーのメインビームを自動的にその方向に追従させる機能である．

一方，強い干渉波の存在下で微弱な所望電波を受信する場合に一般的な指向性合成法を用いるとすれば，非常に低いサイドロープレベルを設定しなければならない．そこで指向性パターンのヌル点を自動的に干渉波方向に向ける必要性が生じてくる．これが，アダプティブヌルステアリングである．過去を振り返ると，アダプティブアレーに関する多くの研究はこのヌルステアリングに集中している [1]．

アダプティブアレーは，電波環境に関する情報を学習しながら，指向特性および周波数特性を周囲の状況

に合わせて変えていくので，不要波についての知識は前もって必要とはしない．しかし，不要波および雑音を含んだ電波環境から所望信号を抽出するために所望信号に関する予備知識を必要とし，通常，信号の中心周波数 (搬送波周波数)，到来方向，変調方式，偏波などが利用される．それ故，アダプティブアレーの動作原理は，それら予備知識およびウエイトを決めるための評価関数 (目的関数) によって次のように分類できる．

- 1) 最小 2 乗誤差法 (Minimum Mean Square Error: MMSE)
- 2) 最大 SNR 法 (Maximum Signal-to-Noise ratio: MSN)
- 3) 方向拘束付電力最小化法 (Directionally Constrained Minimization of Power: DCMP)
- 4) パワーインバージョン法 (Power Inversion: PI)
- 5) 定包絡線化法 (Constant Modulus Algorithm: CMA)

本稿では，上記 1) ~ 4) の代表的かつ基本的なアダプティブアレーについて，順に動作原理を述べる．

3.2 MMSE アダプティブアレー

最小 2 乗誤差法 (MMSE) に基づくアダプティブアレーは 1960 年代に Widrow によって報告されたアダプティブフィルタから発展した [11]．Widrow らはその概念をアダプティブアレーに応用し最小平均 2 乗誤差アルゴリズム (LMS アルゴリズム) を確立した．その後，Compton らにより発展され [12], [13]，現在も研究が行われている．この LMS アルゴリズムを採用した LMS アダプティブアレーが MMSE アダプティブアレーの代表的なものであるため，MMSE アダプティブアレーを LMS アダプティブアレーと呼ぶ人も多い．

MMSE アダプティブアレーは，受信側で用意する参照信号 (所望信号と相関の高い信号) と実際のアレー出力信号との差 (誤差信号) を最小にすることによって最適なウエイトを決定するシステムである．この方式はアダプティブヌルリングと同時にアダプティブビームフォーミングを行い，そのために素子配列に制約を受けないという長所がある反面，参照信号として厳密には所望信号そのものを必要とするという矛盾がある．実際には，所望信号の性質 (周波数帯域，変調方式等) に関する予備知識があるので，アレー出力信号を処理

することによって適切な参照信号を得ることができる。従って、受信側で所望信号のレプリカである参照信号をつくるという概念は現実的な手段となり、便宜上、アダプティブプロセッサが完全な所望信号の性質を知っているとして特性の解析を進めることができる。

最小化の対象となる誤差信号 $e(t)$ 、すなわち、参照信号 $r(t)$ と実際のアレー出力信号 $y(t)$ との差は次式で定義される。

$$e(t) = r(t) - y(t) = r(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (20)$$

それ故、誤差信号の2乗の期待値（平均2乗誤差）は次のように表される。

$$E[|e(t)|^2] = E[|r(t) - y(t)|^2] \quad (21)$$

$$= E[|r(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)|^2] \quad (22)$$

$$= E[|r(t)|^2] - \mathbf{w}^T \mathbf{r}_{xr}^* - \mathbf{w}^H \mathbf{r}_{xr} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad (23)$$

ここに、 \mathbf{r}_{xr} は参照信号と入力ベクトルとの間の相関ベクトルであり、次式で定義される。

$$\mathbf{r}_{xr} = E[\mathbf{x}(t)r^*(t)] \quad (24)$$

ウエイトベクトル \mathbf{w} を適切に選ぶことによって式(23)の平均2乗誤差を最小にするのが目的である。式(23)はウエイトベクトル \mathbf{w} の2次関数であり、相関行列 \mathbf{R}_{xx} が正定値であるので極値が唯一の最小値となる。よって、平均2乗誤差を最小にするウエイトベクトル \mathbf{w} の値（最適ウエイト）は式(23)のウエイトベクトルに関する勾配を零とおくことによって求めることができ、最適ウエイト \mathbf{w}_{opt} は次式となる。

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xr} \quad (25)$$

MMSE アダプティブアレーは所望波の到来方向についての情報を必要としないことから移動通信への適用が可能である。特にデジタル移動通信においては遅延時間差の長い多重伝搬波による波形歪が重大な問題になる。アダプティブアレーは適応等化器などの他の手法では補償が困難な、長い遅延時間差を有する多重波を効果的に抑圧することができるので[14]、高速デジタル移動通信における多重伝搬歪補償に適しているといえる。遅延時間差が短いコヒーレントな多重波の場合でも、MMSE アダプティブアレーはスペースダイバーシチとして動作する[15]ことから、移動通信における多重波対策への応用が期待されている。

3.3 MSN アダプティブアレー

最大SNR法(MSN)は1950年代にHowellsによって考案された中間周波数(IF)サイドローブキャンセラに端を発している。これにより適応的に干渉信号に指向性のヌルを向けることが可能となった[1]。更にApplebaumがこの原理の解析を行い、出力のSNRを評価基準としてその最大化を行うフィードバックループ(Howells-Applebaum loop)を考案し、所望信号の到来方向が既知であるという仮定のもとで動作するMSNアルゴリズムの制御理論を確立した[16]。それ故、Howells-Applebaum(HA)アダプティブアレーとも呼ばれる。

MSNアルゴリズムに基づいて動作するアダプティブアレーの最適ウエイトを導出するために、まず、評価関数である出力SNRを求める。次式のように、入力ベクトル $\mathbf{x}(t)$ が所望波成分 $s(t)$ 、干渉波成分 $\mathbf{u}(t)$ および内部雑音成分 $\mathbf{n}(t)$ から構成されているとする。

$$\mathbf{x}(t) = s(t) + \mathbf{u}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (26)$$

このとき、アレー出力における所望波成分 $y_s(t)$ 、干渉波成分 $y_u(t)$ および内部雑音成分 $y_n(t)$ は

$$y_s(t) = \mathbf{w}^H s(t) = \mathbf{s}^T(t) \mathbf{w}^* \quad (27)$$

$$y_u(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^T(t) \mathbf{w}^* \quad (28)$$

$$y_n(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{n}(t) = \mathbf{n}^T(t) \mathbf{w}^* \quad (29)$$

と表され、それぞれの出力電力は

$$P_{Sout} = \frac{1}{2} E[|y_s(t)|^2] = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w} \quad (30)$$

$$P_{Uout} = \frac{1}{2} E[|y_u(t)|^2] = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} \quad (31)$$

$$P_{Nout} = \frac{1}{2} E[|y_n(t)|^2] = \frac{1}{2} P_n \mathbf{w}^H \mathbf{w} \quad (32)$$

となる。ただし、 \mathbf{R}_{ss} および \mathbf{R}_{uu} はそれぞれ所望波、干渉波の相関行列であり、 P_n は素子当りの内部雑音電力である。一方、所望波の帯域幅が十分狭いと仮定すると、入力ベクトルにおける所望波成分 $s(t)$ は次式で表される。

$$s(t) = s(t) \mathbf{v}_s = s(t) \mathbf{a}(\theta_s) \quad (33)$$

ここに、 $s(t)$ は位相基準点における所望波の複素振幅、 θ_s は所望波の到来角である。なお、 \mathbf{v}_s は所望波方向のアレー応答ベクトルを表す。このとき、 \mathbf{R}_{ss} は

$$\mathbf{R}_{ss} = E[s(t) \mathbf{s}^H(t)] = P_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s^H \quad (34)$$

で与えられる。ただし、 P_s は所望波の素子当りの入力電力である。こうして出力SNR(正確には出力SINR)は

$$\text{SNR} = \frac{P_{Sout}}{P_{Uout} + P_{Nout}} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{nn} \mathbf{w}} \quad (35)$$

と表される．上式の R_{nn} は不要波成分（干渉波および内部雑音）の相関行列で

$$\mathbf{R}_{nn} = \mathbf{R}_{uu} + P_n \mathbf{I} \quad (36)$$

で定義される．

最大 SNR 法は，文字通り，ウエイトベクトル \mathbf{w} を調整することによって式 (35) の出力 SNR を最大にするのが目的である．出力 SNR を最大にするウエイトベクトル \mathbf{w} の値（最適ウエイト）は式 (35) のウエイトベクトルに関する勾配を零とおくことによって求めることができる．最終的に式 (34) および

$$\mathbf{R}_{xx} = P_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s^H + \mathbf{R}_{nn} \quad (37)$$

の関係をを用いると，最適ウエイト

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{v}_s \quad (38)$$

が得られる [1]．これが MSN アダプティブアレーの最適ウエイトである． $\mathbf{v}_s = \mathbf{a}(\theta_s)$ （MSN ではステアリングベクトルと呼ばれる）を用いるため，所望波の到来方向情報を必要とする．

3.4 DCMP アダプティブアレー

Frost は MMSE アダプティブアレーに “fidelity constraint（忠実性の拘束）” と呼ばれるウエイトに関する拘束条件を付けたアルゴリズムを提案し，更にそれを線形拘束条件下での出力電力最小化法（CMP 法）へと発展させ，その理論を確立した [17]．Frost のいう “fidelity constraint” とは，所望波到来方向が既知という前提で，アンテナ素子とウエイトの間に挿入された方向補正フィルタによって所望信号の位相を同相にそろえ，そのフィルタ出力に対してアレーアンテナの伝達特性を拘束する（たとえば $w_1 + w_2 + \dots + w_K = 1$ とする）ものであった．

続いて，鷹尾，藤田らは，Frost の用いた方向補正フィルタの冗長性に着目し，拘束条件に方向性を含ませ，その前置きフィルタ（prefilter）を省略した方向拘束付アダプティブアレー（DCMP）を提案した [18]．システムの特徴はソフトウェア制御されるウエイトによってすべて決定されるために，アダプティブアレーはより柔軟性に富んだシステムになり，ソフトウェア上で改良を加えることにより従来適用対象からはずされていた入力に対しても適用可能性が増した [19]．

図 3 の K 素子アレーシステムを用いて方向拘束付出力電力最小化法（DCMP : Directionally Constrained Minimization of Power）について説明する．拘束条件

数を N で表すとウエイトに関する線形拘束の一般形は次式で与えられる．

$$\mathbf{C}^T \mathbf{w}^* = \mathbf{h} \quad (39)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \dots \ \mathbf{c}_N] \quad (40)$$

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N]^T \quad (41)$$

ここに， $\mathbf{c}_n (n = 1, \dots, N)$ は拘束ベクトル， \mathbf{C} は拘束行列と呼ばれ， $h_n (n = 1, \dots, N)$ は \mathbf{c}_n に対する拘束応答値， \mathbf{h} は拘束応答ベクトルと呼ばれる．

例えば， h をゼロでない定数とすると

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_s) = h \quad (42)$$

のような条件をウエイトに与えると，所望波出力は

$$y_s(t) = \mathbf{w}^H \{s(t) \mathbf{a}(\theta_s)\} = s(t) \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_s) = h s(t) \quad (43)$$

となり，ウエイトによらず一定利得を保てる．この場合，拘束ベクトルは $\mathbf{c} = \mathbf{a}(\theta_s)$ となり，設定には所望波の到来方向情報を必要とする．

同様に他の到来方向（あるいは周波数）等に対して拘束条件を設けることができるので，結局，ウエイトに関する拘束条件式は式 (39) のような形で表される．DCMP アダプティブアレーにおいて，拘束された周波数および方向を，それぞれ拘束周波数および拘束到来角（拘束方向）と呼ぶ．

DCMP の基本原理を定式化すると次のように表される．

$$\min_{\mathbf{w}} \left(P_{out} = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \right) \text{ subject to } \mathbf{C}^T \mathbf{w}^* = \mathbf{h}$$

上記のような条件付最小化問題は Lagrange の未定乗数法を用いて解くことができ，その解は次式で表される [1]．

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{h}^* \quad (44)$$

特に， $N = 1$ の単一方向拘束（単拘束）： $\mathbf{c}^T \mathbf{w}^* = h$ の場合，式 (44) は

$$\mathbf{w}_{opt} = \gamma \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{c}, \quad \gamma \triangleq \frac{h^*}{\mathbf{c}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{c}} \quad (45)$$

となる．

3.5 パワーインバージョンアダプティブアレー

パワーインバージョンアダプティブアレー（PIAA : Power Inversion Adaptive Array）は，アレーの自由度 ($K - 1$) が干渉波の数と等しく，かつ，所望波電力

が干渉波電力より小さい場合に利用される [20]。すなわち、所望波と干渉波は入力電力の違いによってのみ区別されるため、MMSE におけるような所望波の波形や MSN または DCMP におけるような所望波到来方向に関する予備知識を全く必要としない。したがって、上記の条件が満たされる電波環境においては PIAA は非常に有用なアダプティブシステムである。

PIAA の規範は単純で、それは一つの素子ウェイトを一定値に固定した状態で出力電力を最小化することである。この観点から PIAA は拘束付出力電力最小化法 (CMP) の一種であるといえる。PIAA は、この原理に従って、大きい電力の干渉波ほどその方向に深いヌルを形成し、その結果、入力端では弱かった所望波が出力で強調されて残り、所望波対干渉波比が入力と出力で反転するのである。これがパワーインバージョンと呼ばれる所以である。パワーインバージョンの性質は全てのアダプティブアレーに共通して存在するものであるが、中でも PIAA はこの性質を干渉波除去のために積極的に利用したシステムである。

第 1 素子のウェイトを一定値に固定した場合の最適ウェイトは、条件付最小化から次式のように求まる [1]。

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{t} \quad (46)$$

$$\mathbf{t} = [1, 0, \dots, 0]^T \quad (47)$$

4. 到来方向推定法

4.1 到来方向推定法の発展と概要

前章までは、劣悪な電波環境の中から所望の信号を抽出するのが目的であった。一方、移動通信や室内無線通信 (無線 LAN) などで基地局の設置を効率良く行ったり、多重波伝搬を適切にモデル化するには状況や環境に応じて電波伝搬構造を詳細に把握することが大切となるためには到来波 (多重波, 干渉波) の分離推定が重要な技術となる。そこで本章では、信号の分離を目的としたアレーアンテナによる信号処理について述べる。

到来波の到来方向推定法についてはいくつか報告されている [4]。もっとも基本的な方法はフーリエ変換に基づくビームフォーマ法で、その後、Capon 法、最大エントロピー法や他の線形予測法 (LP: Linear Prediction) などが登場し、その高い分解能特性が報告されてきている [2]。さらにアレー入力の相関行列の固有展開に基づく MUSIC, ESPRIT が提案され、超分解能とも呼ばれるすぐれた特性を有するため現在もっとも注目を浴びている [4], [5]。

これら到来方向推定法の発展はアダプティブアレーと異なった経路をたどっているが、その原理はアダプティブアレーと密接に関係しており、アダプティブアレーの一特性を利用したものと解釈できる [2], [8], [9]。例えば、Capon 法は DCMP アダプティブアレーと同じ原理を用いており、LP 法はサイドローブキャンセラやパワーインバージョンアダプティブアレーと等価である [9]。

4.2 解析モデル

図 3 の K 素子アレーに到来波が L 波入射するとする。また、各到来波の信号波形と到来角を $s_l(t)$, θ_l ($l = 1, 2, \dots, L$) と表す。この場合、それぞれのアレー応答ベクトルは $\mathbf{a}(\theta_l)$ と表される。よって、入力ベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=1}^L s_l(t) \mathbf{a}(\theta_l) + \mathbf{n}(t) \quad (48)$$

$$= \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (49)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)] \quad (50)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]^T \quad (51)$$

上式において、 \mathbf{A} は方向行列である。また、 $\mathbf{n}(t)$ は内部雑音ベクトルであり、その成分は、平均が 0 で分散 (電力) $\sigma^2 (= P_n)$ の独立な複素ガウス過程である。

このとき相関行列 \mathbf{R}_{xx} は次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A} E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)] \mathbf{A}^H + E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] \\ &= \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\mathbf{S} \triangleq E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)] \quad (53)$$

到来波間の相関を表す式 (53) の行列 \mathbf{S} は信号 (波源) 相関行列と呼ばれ、到来波がすべて互いに無相関であれば

$$\mathbf{S} = \text{diag}\{P_1, P_2, \dots, P_L\} \quad (54)$$

$$P_l \triangleq E[|s_l(t)|^2] \quad (l = 1, 2, \dots, L) \quad (55)$$

という形になる。ここに、 P_l は各到来波の入力電力を表す。

以下本章では、簡単のため到来波が互いに無相関であるとして、代表的な到来方向推定法について順に説明する。

4.2.1 ビームフォーマ (beamformer) 法

ビームフォーマ法はもっとも基本的な到来方向推定法で、その名の通り、一様励振 (uniform) アレーアンテナのメインローブ (メインビーム) を全方向にわたって走査しアレーの出力電力が大きくなる方向を探す方法である。アレーアンテナのメインローブを角度 θ に向けるためには 2.2 で述べた共相条件 (同相になるように位相を揃える条件) よりウエイトベクトルを次のように設定すればよい。

$$\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta) \quad (56)$$

この角度 θ を -90° から 90° まで変化させ、アレーの出力電力のピークを探すのである。 θ 方向のアレー応答ベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ は角度 θ を変数にもち、モードベクトル (mode vector) とも呼ばれる。このときのアレー出力電力は

$$P_{out} = \frac{1}{2} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta) \quad (57)$$

と表される。ビームフォーマ法による角度分布 (角度スペクトラム) は、この出力電力関数を正規化し、

$$P_{BF}(\theta) = \frac{P_{out}}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta)/2} = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta)} \quad (58)$$

として得られる。こうして、入力の相関行列 \mathbf{R}_{xx} とモードベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ を用いて $P_{BF}(\theta)$ を構成し、 θ を変化させたときの $P_{BF}(\theta)$ のピークの位置から到来方向がわかり、ピークの高さから到来波の入力電力がわかる。

以上のように、ビームフォーマ法はメインローブ走査だけを行う一様励振アレーアンテナそのものであることがわかる。到来波が 1 波の場合はよいが、複数波が到来する場合は、ビーム幅およびサイドローブの影響で、その推定能力に大きな限界があることが容易に推測できるであろう [1]。

4.2.2 Capon 法

ビームフォーマ法は簡易であるが、ある波の方向にメインローブを向けたときに指向性のサイドローブで他の波も受けてしまうという問題点をもつ。そこで、Capon はある方向にメインローブを向けると同時に、他の方向からの出力への寄与を最小化しようと考えた。これは、まさに方向拘束付出力電力最小化法 (DCMP) の考え方である。従って、最適ウエイトは、式 (45) で拘束ベクトル: $\mathbf{c} = \mathbf{a}(\theta)$, 拘束応答値: $h = 1$ とおいた

$$\mathbf{w}_{CP} = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (59)$$

となる。また、このときのアレー出力電力は

$$P_{out} = \frac{1}{2} \mathbf{w}_{CP}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{CP} \quad (60)$$

$$= \frac{1}{2 \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (61)$$

で表される。Capon 法の角度スペクトラムは通常、出力電力の定係数を取り除き

$$P_{CP}(\theta) = 2P_{out} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (62)$$

という形で得られる。ビームフォーマ法と同様、相関行列 \mathbf{R}_{xx} とモードベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ のみから $P_{CP}(\theta)$ が計算でき、 θ を変化させたときのピークの位置が到来方向を表し、ピークの高さが到来波の電力を表す。

4.2.3 線形予測法

ビームフォーマ法と Capon 法はアレーのメインローブを到来波方向に向けて受信し、その受信電力の大きさから到来方向を推定する方法であるため、メインローブの太さ、すなわちビーム幅が角度分解能を決める。従って、分解能を増大させるためには、アレーの素子数を増やし、アレーの開口長を広げないといけない。一方、発想を全く逆にし、ヌルを到来波に向けて推定する方法もあり、方向探知の分野ではループアンテナを回転させるなどして古くから使われている。この考えを発展させ、ヌル合成を適応的に行う方法の一つが線形予測法 (Linear Prediction) である。

線形予測法はこのように信号を消し去る動作によって到来方向推定を行う。その原理を説明する。まず次のように、第 2 素子から第 K 素子の信号の線形結合により第 1 素子の信号を予測する。

$$\hat{x}_1(t) = - \sum_{k=2}^K w_k^* x_k(t) \quad (63)$$

ここに、 $\hat{x}_1(t)$ は第 1 素子信号の予測値であり、この操作のため本手法は線形予測法と呼ばれる。このときの予測誤差 $\varepsilon(t)$ は次式で表される。

$$\varepsilon(t) \triangleq x_1(t) - \hat{x}_1(t) = \sum_{k=1}^K w_k^* x_k(t) \quad (64)$$

$$= \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (w_1 \equiv 1) \quad (65)$$

この予測誤差を最小化するウエイトベクトル \mathbf{w} を求める。この予測誤差の 2 乗の期待値は

$$E[|\varepsilon(t)|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} = 2P_{out} \quad (66)$$

と表されるので、これはまさに、 $w_1 = 1$ という拘束条件の下で、出力電力を最小化することになり、パワーインバージョンアダプティブアレー (PIAA) の原理と同じになる。従って、最適ウエイト w_{LP} は式 (46), (47) となる。

この w_{LP} をアレーアンテナのウエイトとして用いると、アレーの自由度に余裕があるとき ($K - 1 \geq L$ のとき) 全ての到来波が抑圧される。すなわち、全ての到来波方向にヌルが向けられる。このヌルの方向より、ビーム走査方式と比べて高い分解能で到来方向が推定できるのである。実際の到来波の角度分布 (角度スペクトラム) を与える関数は、このウエイトによる電力指向性パターンの逆数をとった形となり、次式で定義される。

$$P_{LP}(\theta) = \frac{1}{|w_{LP}^H \mathbf{a}(\theta)|^2} \quad (67)$$

ビームフォーマ法や Capon 法と同様、入力的相关行列 R_{xx} とモードベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ のみを用いて角度スペクトルは計算でき、そのピーク位置から到来方向を推定する。 P_{LP} のピークの高さ (指向性パターンのヌルの深さ) に関しては到来波の電力にある程度対応するが、ビームフォーマ法や Capon 法ほど正確ではない。

4.2.4 MUSIC

MUSIC(Multiple Signal Classification) 法は相関行列の固有値・固有ベクトルを用いる。

まず、内部雑音が存在しない場合を考えてみる。到来波が互いに無相関であれば S は対角行列となり、そのランクは明らかに L でフルランクとなる。方向行列 A も到来波の到来方向が異なればその列ベクトルは独立となりランクは L のフルランクとなる (列正則であるともいう)。従って、この場合の入力相関行列 $R_{xx} = ASA^H$ はランク L の非負定値エルミート行列であることが導かれる [1]。この行列の固有値を μ_i ($i = 1, 2, \dots, K$)、対応する固有ベクトルを \mathbf{e}_i ($i = 1, 2, \dots, K$) で表すと

$$ASA^H \mathbf{e}_i = \mu_i \mathbf{e}_i \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (68)$$

と表せ、その固有値は実数で

$$\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \mu_L > \mu_{L+1} = \dots = \mu_K = 0 \quad (69)$$

の関係をもつ。また対応する固有ベクトルは

$$\mathbf{e}_i^H \mathbf{e}_k = \delta_{ik} \quad (i, k = 1, 2, \dots, K) \quad (70)$$

の関係にある。ただし、 δ_{ik} はクロネッカーのデルタである。

内部雑音が存在する場合は、 $R_{xx} = ASA^H + \sigma^2 I$ であるので

$$R_{xx} \mathbf{e}_i = (ASA^H + \sigma^2 I) \mathbf{e}_i \quad (71)$$

$$= ASA^H \mathbf{e}_i + \sigma^2 \mathbf{e}_i \quad (72)$$

$$= \mu_i \mathbf{e}_i + \sigma^2 \mathbf{e}_i \quad (73)$$

$$= (\mu_i + \sigma^2) \mathbf{e}_i \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (74)$$

と表され、内部雑音がないときの相関行列の固有値に内部雑音電力が上乗せされただけで固有ベクトルは内部雑音の有無には無関係であることがわかる。そこで

$$\lambda_i \triangleq \mu_i + \sigma^2 \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (75)$$

とにおいて相関行列 R_{xx} の固有値を表すと

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L > \lambda_{L+1} = \dots = \lambda_K = \sigma^2 \quad (76)$$

という関係式を得る。従って相関行列の固有値を求め、内部雑音電力 σ^2 より大きい固有値の数から到来波数 L を推定することができる。ここでは簡単のため到来波数は正確に推定できたとして以後の説明を行う。

雑音固有値 $\lambda_{L+1}, \dots, \lambda_K$ に対して

$$R_{xx} \mathbf{e}_i = (ASA^H + \sigma^2 I) \mathbf{e}_i = ASA^H \mathbf{e}_i + \sigma^2 \mathbf{e}_i \\ = \lambda_i \mathbf{e}_i = \sigma^2 \mathbf{e}_i \quad (77)$$

$$(i = L + 1, \dots, K)$$

と表されるので

$$ASA^H \mathbf{e}_i = \mathbf{0} \quad (i = L + 1, \dots, K) \quad (78)$$

が導かれる。更に行列 A と S がフルランクであることから

$$A^H \mathbf{e}_i = \mathbf{0} \quad (i = L + 1, \dots, K) \quad (79)$$

すなわち、

$$\mathbf{a}^H(\theta_l) \mathbf{e}_i = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, L; i = L + 1, \dots, K) \quad (80)$$

となる。これは内部雑音電力に等しい固有値に対応する固有ベクトルはすべて到来波のアレー応答ベクトルと直交することを意味している。アレーアンテナの指向性パターンで考えると、固有ベクトル $\mathbf{e}_{L+1}, \dots, \mathbf{e}_K$ をアレーアンテナのウエイトベクトルとして用いた場合、到来波の方向に指向性のヌル (零点) が向けられることになる。

通常、 L 個の固有ベクトル $\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_L\}$ の張る線形空間を信号部分空間 (signal subspace)、残りの固有

ベクトル $\{e_{L+1}, \dots, e_K\}$ の張る空間を雑音部分空間 (noise subspace) と呼ぶ。

MUSIC では、雑音部分空間の $(K - L)$ 個の固有ベクトルを用いて次式の角度スペクトラムを構成する。

$$P_{MUSIC}(\theta) \triangleq \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\sum_{i=L+1}^K |e_i^H \mathbf{a}(\theta)|^2} \quad (81)$$

$$= \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{E}_N\mathbf{E}_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (82)$$

$$\mathbf{E}_N \triangleq [e_{L+1}, \dots, e_K] \quad (83)$$

これは MUSIC スペクトラムと呼ばれ、 θ に対するスペクトラムの L 個のピークを探すことにより $\{\theta_1, \dots, \theta_L\}$ を求める。なお、式 (76) から分かるように、内部雑音に等しい最小固有値を少なくとも一つ確保するため、アレーの素子数については $K \geq L + 1$ が必要条件となる。

5. むすび

アレーアンテナ、アダプティブアレー、および高分解能到来方向推定法を通じて代表的なアレー信号処理技術を述べてきた。これらの技術は高機能無線通信システムの実現に大きく貢献することが期待される。

今後、どの応用分野でどの技術の使用が最適であるかの確に判断できる能力が益々必要になる。また、空間処理アルゴリズムを時間処理または周波数処理アルゴリズムに焼き直すなど、既存の概念に捕らわれない柔軟な発想が大切となる。

参考文献

- [1] 菊間信良：アダプティブアンテナ技術，オーム社 (2003).
- [2] S.U.Pillai： *Array Signal Processing*, Springer-Verlag New York Inc. (1989).
- [3] H.Krim and M.Viberg： “Two Decades of Array Signal Processing Research — The Parametric Approach —,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol.13, No.4, pp.67–94 (July 1996).
- [4] R.O.Schmidt： “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation,” *IEEE Trans.*, vol.AP-34, No.3, pp.276–280 (Mar. 1986).
- [5] R.Roy and T.Kailath： “ESPRIT — Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques,” *IEEE Trans.*, vol.ASSP-37, pp.984–995 (July 1989).
- [6] 山田寛喜：高分解能到来波推定法の基礎と実際，アンテナ，伝搬における設計，解析手法ワークショップ (第 33 回)，pp.77–84，2006.
- [7] P.J.Chung and J.F.Bohme： “DOA estimation using fast EM and SAGE algorithms,” *Signal Processing*, vol.82, pp.1753–1762, Nov. 2002.
- [8] Y.Ogawa and N.Kikuma： “High-Resolution Techniques in Signal Processing Antennas,” *IEICE Trans. Commun.*, vol.E78-B, No.11, pp.1435–1442 (Nov. 1995).
- [9] W.F.Gabriel： “Spectral Analysis and Adaptive Array Superresolution Techniques,” *Proc. IEEE*, vol.68, No.6, pp.654–666 (June 1980).
- [10] C.A.Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, Wiley-Interscience, 3rd Ed., 2005.
- [11] B.Widrow, et al.： “Adaptive Antenna Systems,” *Proc. IEEE*, vol.55, No.12, pp.2143–2159 (Dec. 1967).
- [12] R.L.Riegler and R.T.Compton, Jr.： “An Adaptive Array for Interference Rejection,” *Proc. IEEE*, vol.61, No.6, pp.748–758 (June 1973).
- [13] R.T.Compton, Jr.： “An Adaptive Array in a Spread-Spectrum Communication System,” *Proc. IEEE*, vol.66, No.3, pp.289–298 (Mar. 1978).
- [14] Y.Ogawa, et al.： “Fading Equalization Using an Adaptive Antenna for High-Speed Digital Mobile Communications,” *Proc. ISAP*, vol.4, 4A2-3, pp.857–860 (Aug. 1989).
- [15] Y.Ogawa, et al.： “An LMS Adaptive Array for Multipath Fading Reduction,” *IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst.*, vol.AES-23, No.1, pp.17–23 (Jan. 1987).
- [16] S.P.Applebaum： “Adaptive Arrays,” *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, vol.AP-24, No.5, pp.585–598 (Sept. 1976).
- [17] O.L.Frost, III： “An algorithm for linearly constrained adaptive array processing,” *Proc. IEEE*, 60, 8, pp.926–935 (Aug. 1972).
- [18] K.Takao, et al.： “An Adaptive Antenna Array under Directional Constraint,” *IEEE Trans. Antennas & Propag.* vol.AP-24, No.5, pp.662–669 (Sept. 1976).
- [19] K.Takao and N.Kikuma： “Tamed Adaptive Antenna Array,” *IEEE Trans. Antennas & Propag.* vol.AP-34, No.3, pp.388–394 (Mar. 1986).
- [20] R.T.Compton, Jr.： “The Power Inversion Adaptive Array： Concept and Performance,” *IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst.*, vol.AES-15, No.6, pp.803–814 (Nov. 1979).