

ワイヤレス新時代におけるマイクロ波フィルタの理論・解析・設計入門

Introduction to Theory, Analysis, and Design of Microwave Filters
in New Era of Wireless大平 昌敬
Masataka OHIRA埼玉大学 大学院理工学研究科
Graduate School of Science and Engineering, Saitama University

概要

本基礎講座では、マイクロ波フィルタのなかでも帯域通過フィルタの理論・解析・設計方法について、電気回路の知識から理解できるように解説する。将来、高性能なマイクロ波フィルタの設計への足がかりとなるように、最近の結合共振器フィルタの設計で用いられる結合行列をベースに説明する。具体的には、(1) フィルタ特性の近似に使われる伝達関数、(2) それを実現する結合トポロジー、(3) 結合行列を用いた回路解析、(4) 回路合成、(5) そして結合係数や外部 Q 値に基づくフィルタの物理構造の設計へと展開していく。設計については、電磁界シミュレータを活用したマイクロストリップフィルタの設計例とともに紹介する。

キーワード：マイクロ波フィルタ，帯域通過フィルタ，伝達関数，結合トポロジー，結合行列

前提知識：電気回路（共振回路，キルヒホッフの法則，二端子対回路など），分布定数回路

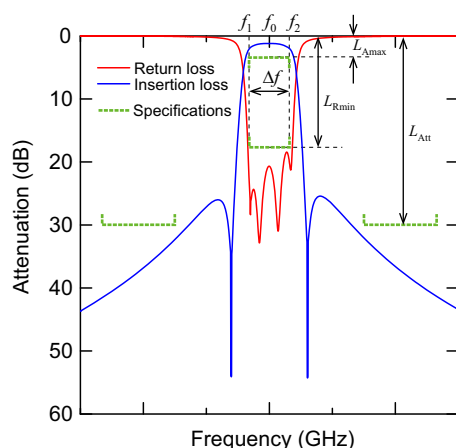


図 マイクロ波帯域通過フィルタの設計仕様

結合行列

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & M_{S1} & M_{S2} & \cdots & M_{SN} & M_{SL} \\ M_{S1} & M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{1N} & M_{1L} \\ M_{S2} & M_{12} & M_{22} & \cdots & M_{2N} & M_{2L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{SN} & M_{1N} & M_{2N} & \cdots & M_{NN} & M_{NL} \\ M_{SL} & M_{1L} & M_{2L} & \cdots & M_{NL} & 0 \end{bmatrix}$$

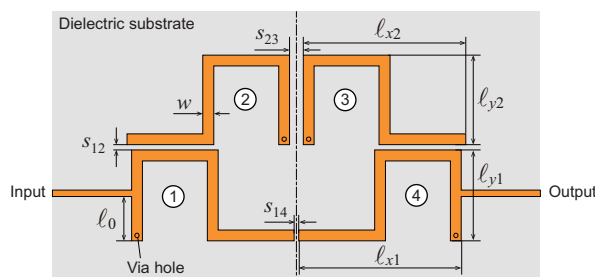


図 有極帯域通過フィルタ

Abstract

In this tutorial lecture, the basic theory, analysis, and design method of microwave bandpass filters are described for easy learning from the knowledge acquired through study of electric circuits. For the future step to the design of advanced microwave filters, the lecture is based on the coupling matrix used for the designs of recent coupled resonator filters. More specifically, it contains five parts: (1) typical transfer functions employed for approximation of filter responses, (2) examples of coupling topologies to realize the transfer functions, (3) circuit analysis using the coupling matrix, (4) circuit synthesis, and (5) physical dimension design of microwave filters based on coupling coefficients and external Q factors. Design examples are provided to demonstrate microstrip filter designs with the effective use of EM simulators.

Keywords : Microwave filters, bandpass filters, transfer functions, coupling topology, coupling matrix.

Background knowledge : Electric circuits and distributed circuits.

1. はじめに

本基礎講座では、マイクロ波フィルタのなかでも帯域通過フィルタについて設計仕様から物理構造の設計まで、電気回路の知識をベースに理解できるように分かりやすく解説する。

タイトルは「ワイヤレス新時代」と銘打っているが、マイクロ波フィルタの基礎理論はここ 50 年以上大きく変わっていない。ここでいう基礎理論とは、梯子型の原形低域通過フィルタ回路を出発点にした共振器直結形フィルタに関するフィルタ理論である [1]–[7]。この類のフィルタは、現在、古典的フィルタ (classical filter) と呼ばれる。古典的フィルタの設計では、急峻な周波数選択特性を実現するには必要な飛越結合を「特別扱い」してきた。それに対して、近年では飛越結合を積極的に利用した新たな結合トポロジーや、それを表現する結合行列を導入した設計 [5], [7]、一般化チェビシェフ関数を用いた新たなフィルタ回路合成理論 [7]–[9] などの新規技術が生み出されている。結合行列を用いた結合表現は古典的フィルタの結合も包含しているため、共振器間のあらゆる結合を汎用的に取り扱える。

そこで本稿では、マイクロ波フィルタにおける基礎講座の新たな取組みとして、梯子型回路ではなく結合行列を出発点にして結合共振器フィルタを取り扱う。また、今後、高度なフィルタ (advanced filter) の設計に着手する際の足がかりにもなるように、マイクロ波フィルタに関する最近のトピックスや技術用語を交えながら説明していく。

2. マイクロ波フィルタとは

2.1 マイクロ波フィルタの特性評価

フィルタとは特定の信号を通過あるいは遮断させる機能を持つ回路を指す。図 1 に示すように、マイクロ波フィルタは入力側に電源 (信号源) とその内部抵抗、そして出力側には負荷抵抗が接続された 2 ポート回路で表現される。従って、回路の透過係数 S_{21} と反射係数 S_{11} を用いてフィルタの周波数特性を評価する。あるいは、下記で定義される挿入損失 (insertion loss) と反射損失 (return loss) を用いて評価する。

$$\text{挿入損失: } L_A(\omega) = -20 \log_{10} |S_{21}(\omega)| \text{ (dB)} \quad (1)$$

$$\text{反射損失: } L_R(\omega) = -20 \log_{10} |S_{11}(\omega)| \text{ (dB)} \quad (2)$$

一般にマイクロ波フィルタは受動回路であるため、損失は必ず正値をとる。フィルタの理想特性は、通過域 (passband) において挿入損失が 0 dB、阻止域 (stopband) においては挿入損失が ∞ dB である。しかし、実際には材料の損失等によって通過域では挿入損失が発生する。また、通過域から阻止域への移行はどうしても緩やかな特性変化となり、阻止域では有限の減衰量しか得られない。よって、如何にして

- (1) 通過域では低損失
- (2) 通過域から阻止域への移行は急峻
- (3) 阻止域では大きな減衰量

を得るかがフィルタ設計の重要な課題である。

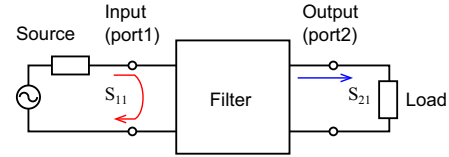


図 1 マイクロ波フィルタ

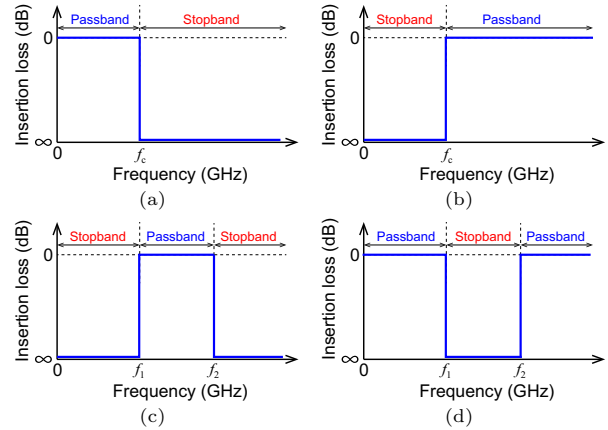


図 2 マイクロ波フィルタの周波数選択機能による分類とその理想特性 (a) 低域通過フィルタ, (b) 高域通過フィルタ, (c) 帯域通過フィルタ, (d) 帯域阻止フィルタ

2.2 周波数選択機能による分類

そもそもマイクロ波フィルタとはどのようなフィルタを指すのだろうか。フィルタは大別すると、デジタルフィルタとアナログフィルタがある。アナログフィルタのなかでもマイクロ波帯で動作するフィルタを総称して「マイクロ波フィルタ (microwave filter)」と呼ぶ。従って、マイクロ波フィルタの多くは分布定数回路で構成され、マイクロストリップ共振器や同軸共振器等のマイクロ波共振器がフィルタには用いられる。図 2 に示すように、マイクロ波フィルタはさらにその周波数選択機能から 4 つに分類される。

- (1) 低域通過フィルタ (lowpass filter, LPF): 遮断周波数 f_c 以下の周波数の信号を通し, f_c 以上の周波数を遮断するフィルタ。
- (2) 高域通過フィルタ (highpass filter, HPF): 遮断周波数 f_c 以上の周波数の信号を通し, f_c 以下の周波数を遮断するフィルタ。
- (3) 帯域通過フィルタ (bandpass filter, BPF): 特定の周波数範囲 ($f_1 \sim f_2$) の信号のみを通し, それ以外の周波数の信号を遮断するフィルタ。
- (4) 帯域阻止フィルタ (bandstop filter, BSF または band-rejection filter, BRF): 特定の周波数範囲 ($f_1 \sim f_2$) の信号のみを遮断し, それ以外の信号を通すフィルタ。

2.3 帯域幅による帯域通過フィルタの分類

本稿ではフィルタ設計で最もよく扱われる帯域通過フィルタを取り上げる。帯域通過フィルタはその通過域の帯域幅によってさらに 2 種類に大別できる。

- (1) 狭帯域フィルタ (narrowband filter): 次章で説明する比帯域が 10~20% 程度以下のフィルタ。狭帯域と広帯域の境界の明確な定義はない。

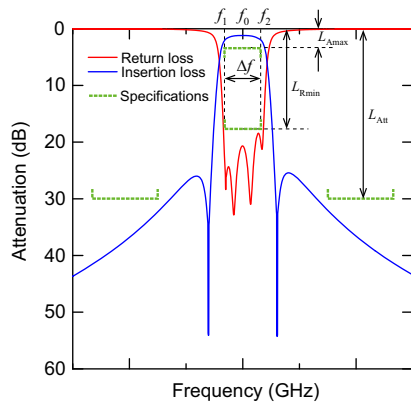


図3 帯域通過フィルタの周波数特性の例と設計仕様

- (2) 広帯域フィルタ (wideband filter or broadband filter): 比帯域が数十%~100%以上のフィルタ. 設計理論上, 狭帯域近似が適用できない帯域幅を有するフィルタを広帯域フィルタと考えてもよい.

以降ではマイクロ波フィルタ設計の基本である狭帯域フィルタを取扱い, 設計仕様から順を追って解説していく.

3. 帯域通過フィルタの設計仕様

3.1 通過域の設計仕様

具体的なフィルタ回路の中身を解説する前に, 設計を念頭に置いて帯域通過フィルタの設計仕様 (design specification) について説明する. 図3に示すように, 帯域通過フィルタでは通過域と阻止域の設計仕様がそれぞれ与えられる.

- (1) **中心周波数** (center frequency) f_0 : 通過域の周波数の中心を表す. f_1 を通過域の低域端の周波数, f_2 を高域端の周波数とすると, 中心周波数と通過域の帯域端周波数は, 相乗平均 $f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$ (または簡単に算術平均 $f_0 = \frac{f_2 + f_1}{2}$) で関係付けられる.
- (2) 通過域の周波数範囲: 絶対値を用いる場合と相対値で表現する場合がある.
 - (a) **周波数帯域幅** (frequency bandwidth) $\Delta f = f_2 - f_1$: 通過域の範囲であり, 通過域の低域端と高域端の周波数差 $f_2 - f_1$ で表される. 比帯域と明確に区別する場合には絶対帯域幅と呼ぶ場合もある.
 - (b) **比帯域** (fractional bandwidth) $FBW = \frac{\Delta f}{f_0}$: 中心周波数 f_0 に対する絶対帯域幅 Δf の比で定義される. 通常は比を100倍して%表示する.
- (3) 通過域内の**挿入損失**: 図3に示すように, 通過域内において0 dBを基準とした最大挿入損失 L_{Amax} で定義される. 仕様で与えられた最大挿入損以下の挿入損失が得られるように設計する.
- (4) 通過域内の**反射損失**: 図3に示すように, 通過域内において0 dBを基準とした最小反射損失 L_{Rmin} で定義される. 仕様で与えられた最小反射損以上の反射損失が得られるように設計する.

以上の他に通過域内の群遅延 (group delay) も設計仕様となり得るが, 本稿では振幅特性のみに着目する.

3.2 阻止域の設計仕様

阻止域での**減衰量** (attenuation): 図3に示すように, 阻止域で指定された周波数において, 0 dBを基準とした絶対減衰量 L_{Att} で定義される. 仕様で与えられた減衰量以上の減衰が得られるように設計する.

4. マイクロ波フィルタをブラックボックスにして特性を調べる

4.1 ブラックボックスに与えるパラメータ

すぐに構造設計には飛びつかず, 図1のようにマイクロ波フィルタをブラックボックスとして考え, 設計仕様を満足するためにはどのような特性が必要か検討してみる. ここでの目的は, 「どのような共振器 (= 共振器の無負荷 Q 値) をどれだけ (= 共振器の段数) 用いれば, 設計仕様を満足できる近似特性 (= 伝達関数) が得られるか」である. そこで, ブラックボックスに与えるパラメータを以下の3つに限定する.

- (1) **共振器段数** N : フィルタを構成するのに用いる共振器の数である. 共振器数が N のとき, N 段フィルタという. 後述する特性関数の次数と同じである.
- (2) 共振器の**無負荷 Q 値** Q_u (unloaded quality(Q) factor): マイクロ波共振器単体の損失を表す指標. 無負荷 Q 値が大きいほど共振器の損失は小さくなる. つまり高 Q 値は低損失, 低 Q 値は高損失である. 集中定数共振器は数十程度, マイクロストリップ共振器などの平面共振器は100~300程度, 空洞共振器や誘電体共振器などの立体共振器は1000以上の無負荷 Q 値を持つ. 無負荷 Q 値を劣化させる要因は, 主に材料による損失 (導体損失や誘電体損失) や放射損失である.
- (3) **伝達関数** (transfer function): 帯域通過フィルタの理想特性は通過域では挿入損失が0 dBで, 阻止域では反射損失が ∞ dBであるが, 現実のマイクロ波回路では実現できない. そこで, フィルタの入力から出力までの挿入損失 (あるいは反射損失) の周波数特性を実現性のある関数で近似する. この近似関数を伝達関数という. 実現できる伝達関数は, 後述する結合トポロジーと大きく関係する.

4.2 伝達関数の例

マイクロ波フィルタ設計でよく用いられる伝達関数の例を紹介する. 伝達関数の周波数特性には, 通過域内において反射電力がゼロになる周波数点, 阻止域において透過電力がゼロになる周波数点が表れる. それぞれ以下のように呼ばれる.

- (1) **反射零点** (reflection zero, RZ): 反射電力がゼロとなる周波数点, つまり信号が完全透過する周波数点. 減衰零 (attenuation zero) ともいう.
- (2) **伝送零点** (transmission zero, TZ): 透過電力がゼロとなる周波数点, つまり信号が完全反射する周波数点. 減衰極 (attenuation pole) ともいう.

この伝送零点の有無でフィルタは大きく2つに分類できる.

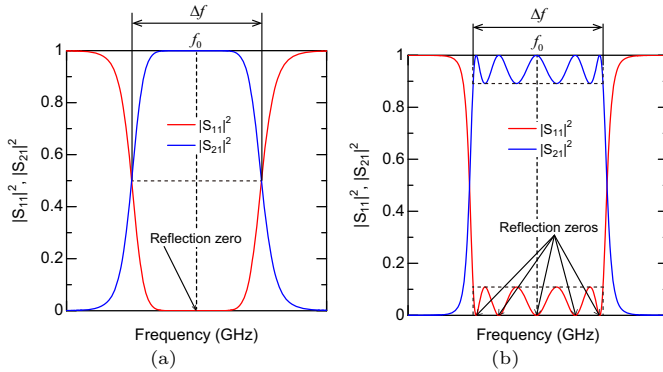


図4 無極フィルタの特性例（反射電力 $|S_{11}|^2$ と透過電力 $|S_{21}|^2$ で表示）(a) バターワース特性, (b) チェビシェフ特性

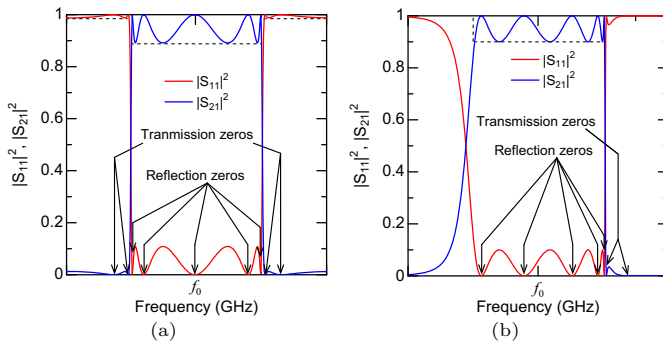


図5 有極フィルタの特性例（反射電力 $|S_{11}|^2$ と透過電力 $|S_{21}|^2$ で表示）(a) 楕円関数特性, (b) 一般化チェビシェフ関数特性

- (A) **無極フィルタ**：阻止域で伝送零点を持たないフィルタ（無限周波数においてのみ極を持つフィルタ）
- (B) **有極フィルタ**：通過域近傍の阻止域で伝送零点を持つフィルタ（有限周波数で極を持つフィルタ）

無極フィルタを実現する代表的な伝達関数がバターワース特性やチェビシェフ特性である。これらは、後述する「共振器直結形フィルタ回路」の結合トポロジーで実現できることから設計が容易である。それぞれには以下の特徴がある。

- (A-1) **バターワース特性**（Butterworth response）（最平坦特性（maximally flat response）ともいう）：図4(a)に示すように、通過域内の挿入損失において平坦な周波数特性（リップルが無い特性）が得られる。後半で説明するが、回路合成時、フィルタの帯域幅 Δf は電力半値幅で規定される。バターワース特性の場合、反射零点は通過域内に一点しか表れない。
- (A-2) **チェビシェフ特性**（Chebyshev response）（等リップル特性（equiripple response）ともいう）：図4(b)に示すように、通過域内の挿入損失において等リップルな周波数特性が得られる。帯域内で振幅特性にリップルが生じるが、帯域内で一定値以下に反射を抑圧することができる。回路合成時、フィルタの帯域幅 Δf は等リップルを有する帯域幅で規定される。チェビシェフ特性の場合、通過域内の反射零点は共振器段数 N と同数だけ表れる。

次に、有極フィルタの伝達関数の例を示す。有極フィルタ

を実現する伝達関数として楕円関数特性がよく知られている。また、近年、任意の有限周波数に伝送零点を配置できる一般化チェビシェフ関数特性も着目されている。以下にそれぞれの特徴を述べる。

- (B-1) **楕円関数特性**（elliptic function response）^(注1)：図5(a)に示すように、通過域はチェビシェフ特性のように等リップルで、阻止域も等レベルのリップル特性を有する伝達関数。阻止域に伝送零点を生成することで急峻な特性が得られるが、無極フィルタに比べて回路合成や設計は容易ではない。
- (B-2) **一般化チェビシェフ関数特性**（general Chebyshev function response）：通過域はチェビシェフ特性で、阻止域で任意の周波数に伝送零点を配置できる伝達関数。従って、中心周波数に対して対称な周波数特性だけでなく、図5(b)のように伝送零点を高域の阻止域にのみ配置した非対称な周波数特性、さらには無極フィルタも実現可能である。

4.3 挿入損失と周波数選択性の関係

どの伝達関数を設計で選択するかは、共振器段数 N や挿入損失、そして周波数選択性^(注2)に依存する。そこで、それらの関係について調べてみる [10]。

図6(a)は、共振器の損失を無視して（無負荷 Q 値 $Q_u = \infty$ ）比帯域一定のまま共振器段数 N を増やした場合の挿入損失の比較である。段数 N が増えればスカート特性が良くなることが分かる。次に、共振器の損失を考慮する。一例として共振器の無負荷 Q 値 $Q_u = 200$ のときに共振器段数 N を増やした結果が図6(b)である。挿入損失は共振器段数の増加とともに劣化する。

さらに、同じ無負荷 Q 値で共振器段数を固定したまま比帯域を変えるとどうなるだろうか。その結果が図6(c)である。帯域幅を狭くすると、挿入損失は大きく劣化することが分かる。つまり、低損失な狭帯域フィルタを設計するには高 Q 値 Q_u を持つマイクロ波共振器が必要であり、できる限り少ない共振器段数 N で通過域を設計する必要がある。しかし、共振器段数が少ないと阻止域での減衰量が不十分で、急峻なスカート特性が得られないおそれがある。

そこで、阻止域に伝送零点を導入し、急峻なスカート特性を実現できる有極フィルタを用いる。無極フィルタと有極フィルタの特性比較を図6(d)に示す。共振器段数 N は同じであるにも関わらず、阻止域の両側に伝送零点を設けることによってフィルタの周波数特性が急峻になっていることが分かる。この例の場合、 $N=5$ の有極フィルタのスカート特性は共振器段数 $N=8$ の無極フィルタとほぼ同じである。よって、共振器数を削減できるため挿入損失の低減につながる。

以上の考察から、設計仕様に応じてどのような伝達関数を与えればよいか指針が得られた。次のステップは、所望の伝

(注1)：完全な楕円関数特性ではないが、阻止域に伝送零点を有する有極フィルタを「擬似楕円関数フィルタ」や「準楕円関数フィルタ（pseudo-elliptic function filter）」と呼ぶことがある。

(注2)：通過域両側をスカートの裾野に見立ててスカート特性ともいう。

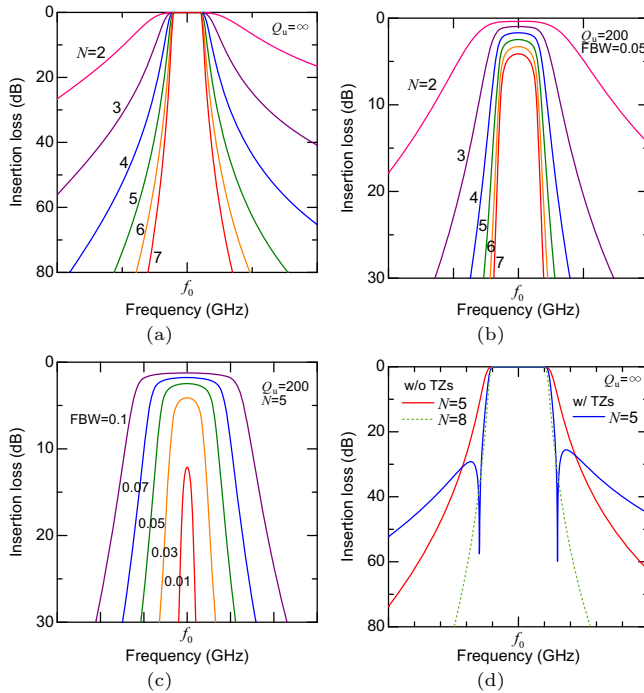


図 6 (a) 共振器段数 N とスカート特性の関係 (共振器の無負荷 Q 値 $Q_u = \infty$) , (b) 共振器段数 N と挿入損失の関係 ($Q_u = 200$) , (c) 比帯域と挿入損失の関係 ($Q_u = 200$) , (d) 有極フィルタと無極フィルタのスカート特性の比較 ($Q_u = \infty$)

達関数をどのような結合トポロジーで実現するかである。

5. マイクロ波フィルタの結合構成を点と線で考える

前章はマイクロ波フィルタをブラックボックスとして扱って議論した。ここではブラックボックスのふたを少し開けて、所望の特性を実現するための結合トポロジーについて考える。まず、結合トポロジーとは何かを簡単に説明する。

- **結合トポロジー** (coupling topology) : フィルタの共振器間の複数の結合を点 (ノード = 共振器) と線 (= 結合) で模式的に表現した回路。

マイクロ波フィルタの設計で最も一般的な結合トポロジーが、図 7(a) に示す「**共振器直結形フィルタ** (direct coupled resonator filter)」である。入力電源 (source) から出力の負荷 (load) に向かって共振器 (①, ②, ..., ④) が縦続接続された構成である。この結合トポロジーで実現できる伝達関数は無極フィルタである。共振器間の結合の大きさや符号は結合係数あるいは外部 Q 値で評価される。

(1) **結合係数** (coupling coefficient) $m_{i,i+1}$ ^(注3) : 隣接する i 番目と $(i+1)$ 番目の 2 つの共振器間の結合の大きさを表す量である ($i=1, 2, \dots, N-1$)。結合係数は正負いずれの値もとれる。結合係数の絶対値が大きいほど共振器間の結合は大きい。

(2) **外部 Q 値** (external Q factor) Q_{eS} または Q_{eL} : 外部

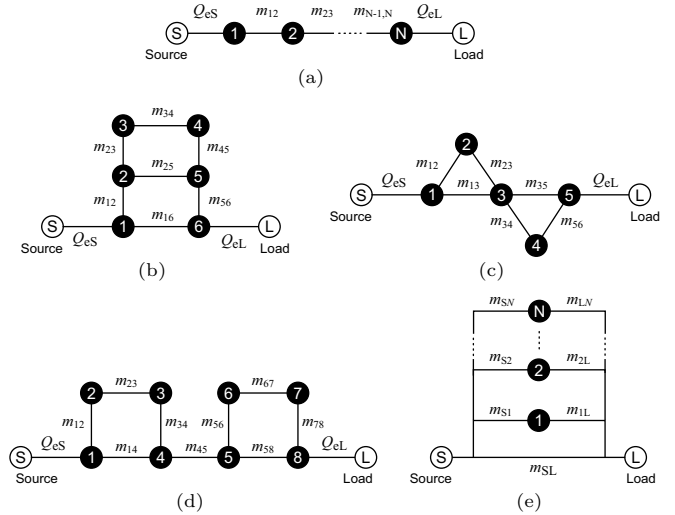


図 7 結合トポロジーの例 (a) 共振器直結形フィルタ, (b) Folded 型カノニカル結合フィルタ, (c) CT フィルタ, (d) CQ フィルタ, (e) 共振器並列結合形フィルタ

回路 (電源内部抵抗あるいは負荷抵抗) と共振器との結合の大きさを表す。正值のみをとる。外部 Q 値が大きいほど結合は小さく、小さいほど結合は大きい。

共振器直結形フィルタでは、共振器段数が少ないと帯域外の減衰特性が緩やかとなる。スカート特性を改善するためには通過域の近傍に伝送零点を設ける (有極化という) 必要がある。有極フィルタを実現する結合トポロジーの例が図 7(b)~(e) である。図 7(b) は**カノニカルフィルタ**と呼ばれ、楕円関数特性等が得られる。同図 (c) は CT (cascaded trisection) フィルタ, 同図 (d) は CQ (cascaded quadruplet) フィルタと呼ばれる。これらの特徴は、隣接する 2 つの共振器間の結合だけでなく、飛越結合が加わっていることである。

(3) **飛越結合** (nonadjacent coupling) m_{ij} ($j \neq i+1$) : 2 つの非隣接共振器間の結合のこと。一般にその大きさは隣接共振器間の主結合の結合係数よりも小さい。

最後の図 7(e) の結合トポロジーは**共振器並列結合形フィルタ** (transversal array filter) と呼ばれ、一般化チェビシェフ関数特性を実現できる。前者の 4 つの結合トポロジーとの大きな違いは、共振器が縦続接続ではなく並列接続で構成されている点である。つまり、隣接共振器どうしが結合しておらず、互いに直交している。従って、マルチモードフィルタの設計に適した回路である [11]。また、無極フィルタ、有極フィルタのいずれもこの結合トポロジーで合成可能であり、汎用性が高い (しかしながら、この結合トポロジーのままフィルタ設計を行うのは困難とされる)。さらに、以下に説明する入出力直接結合 m_{SL} を導入すれば、合成理論上、最大個数 N の伝送零点を阻止域に生成可能である^(注4)。

(注4) : 回路合成で有限周波数に実現可能な伝送零点の最大個数は、 $n_{\max} = N - n_{\min}$ で与えられる [7]。ここで、 N は共振器段数、 $n_{\min}$ は入力と出力の間の回路における最短ルート中の共振器数である。入出力直接結合がある場合、 $n_{\min} = 0$ であるから、共振器並列結合形フィルタでは $n_{\max} = N$ である。これを完全カノニカル回路と呼ぶ。

(注3) : 結合係数の記号として k を用いる場合が多い。本稿では結合行列 [M] の要素が結合係数 m であるため、結合係数の記号として m を用いる。

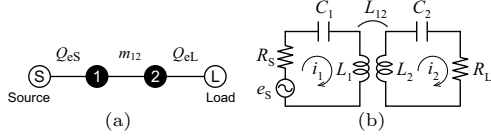


図 8 2 段結合共振器フィルタ (a) 結合トポロジー, (b) 等価回路

- (4) **入出力直接結合** (direct source/load coupling または input/output coupling) m_{SL} : 共振器を介さずに入力と出力が直接結合した場合の結合係数. 正負いずれの値もとれる.

以上 5 つの例を挙げたが, 結合トポロジーは図 7 だけに限らない. 共振器間には複数の結合が存在し得る. 次章では, 共振器間のあらゆる結合係数を考慮してフィルタ特性を求めることのできる回路解析法について説明する.

6. マイクロ波フィルタを電気回路で解析する

回路を与えて, その周波数特性を求めることを「回路解析 (circuit analysis)」という. ここでは, 前章の結合トポロジーを表す結合行列を与えて, フィルタの周波数特性を求める方法について説明する. はじめにキルヒホッフの法則より結合共振器フィルタの回路方程式を求め, 結合行列を導出する. そして, 結合行列がわかれば簡単に S パラメータを求められることを示す. また, 結合行列の各行列要素の意味についても解説する.

6.1 回路方程式

簡単のため, 図 8 に示す 2 段結合共振器フィルタの回路からスタートする. はじめは飛越結合を無視して, 同図 (a) のように隣接する共振器間の結合のみを考える. その具体的な回路が図 8 (b) である. 同図中, i 番目 ($i = 1, 2$) の共振回路のインダクタンスを L_i , キャパシタンスを C_i とし, i 番目の閉ループに流れる電流を i_i とする. そして, 2 つの共振回路の相互インダクタンスを L_{12} とする. なお, 電源の内部抵抗を R_S , 負荷抵抗を R_L で表し, 電源電圧を e_S とする. よって, キルヒホッフの電圧則より次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} R_S + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -j\omega L_{12} \\ -j\omega L_{12} & R_L + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_S \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

次に, あらゆる結合を考慮するため, 図 9 (a) に示すような 2 段結合共振器フィルタ回路を考える. そこで, 同図 (b) のように新たに電源側にインダクタンス L_S , 負荷側にインダクタンス L_L を導入し, これらとの結合を全て考慮する. ただし, L_S と L_L は結合を表現するために便宜的に用いており, 実際は $L_S = L_L = 0$ であることに注意されたい. 先と同様にしてキルヒホッフの電圧則より,

$$[Z][i] = [e] \quad (4)$$

が得られる. ここで, $[i]$ は閉ループの未知電流値からなる列ベクトル, $[e]$ は電圧ベクトルであり,

$$[i] = [i_S, i_1, i_2, i_L]^T, \quad [e] = [e_S, 0, 0, 0]^T \quad (5)$$

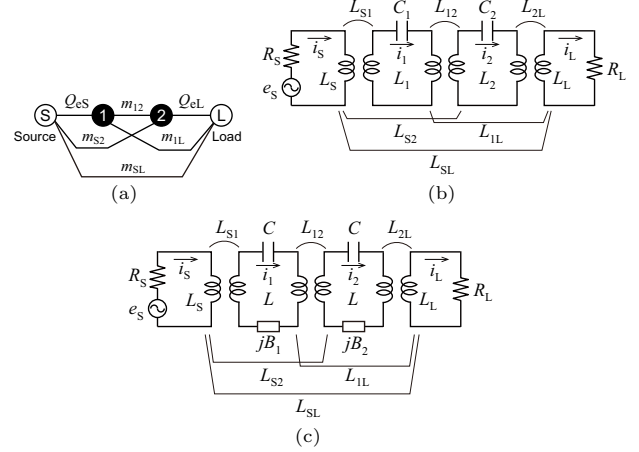


図 9 飛越結合及び入出力直接結合も考慮した 2 段結合共振器フィルタ (a) 結合トポロジー, (b) 等価回路, (c) 虚抵抗の導入

と表される. なお, T は転置を表す. また, $[Z]$ は 4×4 のインピーダンス行列であり,

$$[Z] = \begin{bmatrix} R_S & -j\omega L_{S1} & -j\omega L_{S2} & -j\omega L_{SL} \\ -j\omega L_{S1} & j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -j\omega L_{12} & -j\omega L_{1L} \\ -j\omega L_{S2} & -j\omega L_{12} & j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} & -j\omega L_{2L} \\ -j\omega L_{SL} & -j\omega L_{1L} & -j\omega L_{2L} & R_L \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表される. ただし, $L_{ij} = L_{ji}$ (相反定理) を用いた. 以上により回路方程式が得られた.

6.2 虚抵抗の導入

上式の対角項である行列要素 z_{22} と z_{33} に着目する. これらは共振回路のインピーダンスを表す. ここで, $L = L_1 = L_2$, $C = C_1 = C_2$ とおく. ただし, 共振回路の共振周波数は異なるため, 新たに虚抵抗 jB_i (周波数に依存しない定リアクタンス項^(注5)) [7] を導入し, 以下のような共振角周波数 ω_0 付近における近似を用いる.

$$j\omega L_i + \frac{1}{j\omega C_i} \approx j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{jB_i} = \omega_0 L \frac{\text{FBW}}{\Omega_c} (j\Omega - jX_i) \quad (7)$$

ただし, FBW は比帯域を表す. また, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ であり,

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{\text{FBW}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (8)$$

である. 上式は, 帯域通過フィルタの角周波数 ω と低域通過フィルタの角周波数 Ω の周波数変換を表す [1]–[7]. 特に, 規格化遮断周波数 $\Omega_c = 1$ で, 回路の素子値が電源の内部抵抗もしくはコンダクタンスが 1 となるように規格化された低域通過フィルタを**原形低域通過フィルタ** (lowpass prototype filter) という. いったん原形 LPF の結合行列を求めておけば, 中心周波数や帯域幅が異なる帯域通過フィルタであっても簡単な計算で結合係数や外部 Q 値が得られる.

そこで, インピーダンス行列 $[Z]$ を以下のようにスケーリ

(注5): 周波数が変化しても一定のリアクタンス値 (あるいはサセプタンス値) を持つ項のこと. Frequency Invariant Reactance (FIR) ともいう [7]. 共振周波数付近では共振回路のリアクタンス値が線形的に変化することから, 共振周波数付近でのみ成立する近似である.

ングする。そして、スケーリング後のインピーダンス行列を $[\bar{Z}]$ とおくことにする。簡単のため、 $\Delta = \frac{\Omega_c}{\text{FBW}}$ とおくと、

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{\sqrt{R_S}} \times \sqrt{\frac{\Delta}{\omega_0 L_1}} \times \sqrt{\frac{\Delta}{\omega_0 L_2}} \times \frac{1}{\sqrt{R_L}} \\ & \times \sqrt{\frac{1}{R_S}} \times \sqrt{\frac{\Delta}{\omega_0 L_1}} \times \sqrt{\frac{\Delta}{\omega_0 L_2}} \times \frac{1}{\sqrt{R_L}} \\ & \times \begin{bmatrix} R_S & -j\omega L_{S1} & -j\omega L_{S2} & -j\omega L_{SL} \\ -j\omega L_{S1} & j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -j\omega L_{12} & -j\omega L_{1L} \\ -j\omega L_{S2} & -j\omega L_{12} & j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} & -j\omega L_{2L} \\ -j\omega L_{SL} & -j\omega L_{1L} & -j\omega L_{2L} & R_L \end{bmatrix} \\ & = [\bar{Z}] \end{aligned} \quad (9)$$

となる。このとき、電流・電圧ベクトルもスケーリングする。

6.3 原形 LPF の結合行列

得られたインピーダンス行列 $[\bar{Z}]$ において、角周波数 ω がフィルタの中心角周波数 ω_0 の近傍であると近似する（狭帯域近似）、つまり $\frac{\omega}{\omega_0} \approx 1$ とする [5]。その結果、インピーダンス行列 $[\bar{Z}]$ は次式のように表される。

$$[\bar{Z}] = [R] + j\Omega[U] + j[M] \quad (10)$$

ここで、 $[R] = \text{diag}[1, 0, 0, 1]$ 、 $[U] = \text{diag}[0, 1, 1, 0]$ であり、

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & M_{S1} & M_{S2} & M_{SL} \\ M_{S1} & M_{11} & M_{12} & M_{1L} \\ M_{S2} & M_{12} & M_{22} & M_{2L} \\ M_{SL} & M_{1L} & M_{2L} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

である。この行列 $[M]$ が**結合行列** (coupling matrix) である。詳細には原形 LPF の結合行列である。

以上の結果は容易に N 段結合共振器フィルタに一般化できる。 $[R]$ と $[U]$ は $(N+2) \times (N+2)$ の対角行列であり、

$$[R] = \text{diag}[1, 0, 0, \dots, 0, 1], \quad [U] = \text{diag}[0, 1, 1, \dots, 1, 0] \quad (12)$$

と表され、結合行列 $[M]$ も $(N+2) \times (N+2)$ の行列であり、

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & M_{S1} & M_{S2} & \dots & M_{SN} & M_{SL} \\ M_{S1} & M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1N} & M_{1L} \\ M_{S2} & M_{12} & M_{22} & \dots & M_{2N} & M_{2L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{SN} & M_{1N} & M_{2N} & \dots & M_{NN} & M_{NL} \\ M_{SL} & M_{1L} & M_{2L} & \dots & M_{NL} & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

と表される。具体的に結合行列の各要素は、

$$M_{ii} = X_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

$$M_{ij} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW}} \frac{L_{ij}}{\sqrt{L_i L_j}} \quad (i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j) \quad (15)$$

$$M_{S,i} = \sqrt{\frac{\Omega_c}{\text{FBW}}} \frac{\omega_0 L_{S,i}}{\sqrt{\omega_0 L_i R_S}} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

$$M_{i,L} = \sqrt{\frac{\Omega_c}{\text{FBW}}} \frac{\omega_0 L_{L,i}}{\sqrt{\omega_0 L_i R_L}} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (17)$$

$$M_{SL} = \frac{\omega_0 L_{SL}}{\sqrt{R_S R_L}} \quad (18)$$

である。以上の導出では共振器として直列共振回路を考え、キルヒホッフの電圧則を用いて結合行列を導出したが、並列共振回路でキルヒホッフの電流則を適用しても全く同じ結果が得られる。つまり、結果において、

インダクタンス $L \rightarrow$ キャパシタンス C

抵抗 $R \rightarrow$ コンダクタンス G

インピーダンス行列 $[\bar{Z}] \rightarrow$ アドミタンス行列 $[\bar{Y}]$

に置き換えればよい。これは、共振回路間の結合が電界結合 (C 結合)、磁界結合 (M 結合) のどちらであるかに関わらず、結合行列を導入すれば統一的に扱えることを意味する。

なお、結合行列の各要素は以下を表している。

- (1) M_{ii} ($i = 1, 2, \dots, N$) : i 番目の共振器自身の自己結合 (self coupling) を表す。より具体的には共振器の共振周波数を表す。共振時、 $\Omega + M_{ii} = 0$ より、原形 LPF における共振器の共振角周波数は $\Omega_{0i} = -M_{ii}$ で与えられる。共振器がフィルタの中心周波数で共振する場合は $M_{ii} = 0$ となる。
- (2) M_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$) : 2 つの共振器間の相互結合 (mutual coupling) の結合量を表す。
- (3) $M_{S,i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) : 電源の内部抵抗と i 番目の共振器との結合量を表す。
- (4) $M_{i,L}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) : 負荷抵抗と i 番目の共振器との結合量を表す。
- (5) M_{SL} : 入力と出力との直接結合量を表す。

結合行列 $[M]$ が与えられれば回路中の未知電流を求める必要はなく、 S_{11} と S_{21} は、

$$S_{11}(\Omega) = 1 - 2 [\bar{Z}(\Omega)]_{11}^{-1} \quad (19)$$

$$S_{21}(\Omega) = 2 [\bar{Z}(\Omega)]_{N+2,1}^{-1} \quad (20)$$

によって計算できる [5], [7]。ただし、 $[\bar{Z}]_{ij}^{-1}$ はインピーダンス行列 $[\bar{Z}]$ の逆行列の要素 (i, j) を意味する。

6.4 帯域通過フィルタの結合係数・外部 Q 値

6.4.1 結合係数

前節では、フィルタの基本回路である原形 LPF の結合行列が得られた。それでは、帯域通過フィルタにおける結合係数と外部 Q 値が具体的にどのように表されるか考えよう。

図 9(b) に示した帯域通過フィルタにおいて、任意の 2 つの共振器間の結合係数は、 $m_{ij} = L_{ij} / \sqrt{L_i L_j}$ で与えられる。従って、帯域通過フィルタの共振器間の結合係数 m_{ij} は、式 (15) より原形 LPF の結合係数 M_{ij} と

$$m_{ij} = \frac{\text{FBW}}{\Omega_c} M_{ij} \quad (21)$$

のように関係付けられる。

ところで、2 つの共振回路の結合は、相互インダクタンス L_{ij} から図 10 のように回路変形できる。まず、相互インダクタンスを T 形回路で表現すると図 10(b) となる。同図 (b) における T 形回路の基本行列 (F 行列または ABCD 行列)

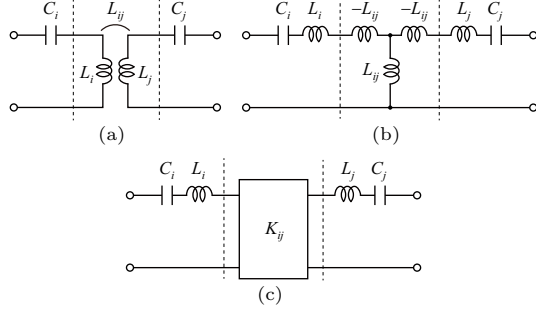


図 10 i 番目と j 番目の共振器間の結合 (a) 相互インダクタンスによる回路表示, (b) T 形回路, (c) K インバータ

を求めると、次式のように表される。

$$[F] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm j\omega L_{ij} \\ \pm j\frac{1}{\omega L_{ij}} & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

ここで、 $K_{ij} = \omega_0 L_{ij}$ (これをインバータパラメータという) と定義すると、 K_{ij} はインピーダンスの次元を持つ。このような二端子対回路を同図 (c) のように表し、**インピーダンスインバータ (K インバータ)** と呼ぶ [1]–[7]。よって、 K インバータを用いて結合係数 m_{ij} は次式で表される。

$$m_{ij} = \frac{\omega_0 L_{ij}}{\sqrt{\omega_0 L_i \omega_0 L_j}} = \frac{K_{ij}}{\omega_0 \sqrt{L_i L_j}} \quad (23)$$

6.4.2 外部 Q 値

同様のことが外部回路 (電源または負荷) と共振回路との結合 (図 11(a)) にも成立する。従って、電源の内部抵抗 R_S と i 番目の共振器との結合係数 $m_{S,i}$ は、

$$m_{S,i} = \frac{\omega_0 L_{S,i}}{\sqrt{\omega_0 L_i R_S}} = \frac{K_{S,i}}{\sqrt{\omega_0 L_i R_S}} \quad (24)$$

で与えられる。図 11(b) のように電源の内部抵抗 R_S を K インバータ $K_{S,i}$ を介して見込んだときの入力抵抗 R_{in} を求めてみよう。式 (22) で表される F 行列を実現する最も簡単な分布定数回路は $1/4$ 波長線路である。従って、内部抵抗 R_S を $1/4$ 波長線路 (ただし、インピーダンスは $K_{S,i}$ 、電気長 $\pi/2$) を介して見込んだときの入力抵抗 R_{in} は、

$$R_{in} = K_{S,i} \frac{R_S + jK_{S,i} \tan \frac{\pi}{2}}{K_{S,i} + jR_S \tan \frac{\pi}{2}} = \frac{K_{S,i}^2}{R_S} \quad (25)$$

と求められる。上式の結果は「 K インバータを介すと、抵抗 R_S (一般的にはインピーダンス) は逆数のコンダクタンス (アドミタンス) に見える」と解釈できる。これがインピーダンスインバータと呼ばれる所以である。以上の結果を用いると、図 11(b) は図 11(c) のように表すことができる。そして、式 (24) を変形すると、

$$\frac{1}{m_{S,i}^2} = \frac{\omega_0 L_i R_S}{K_{S,i}^2} = \frac{\omega_0 L_i}{R_{in}} = Q_{eS,i} \quad (26)$$

となる。このように入力側の外部 Q 値 $Q_{eS,i}$ と結合係数 $m_{S,i}$ が関係付けられた。従って、帯域通過フィルタにおける入力側と出力側の外部 Q 値 $Q_{eS,i}$ 、 $Q_{eL,i}$ は、それぞれ原形 LPF

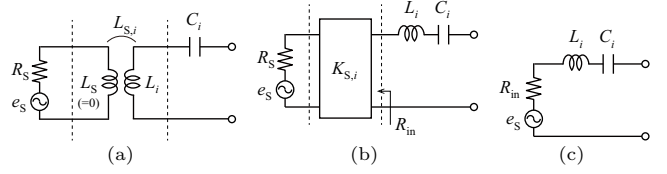


図 11 電源の内部抵抗と i 番目の共振器の結合 (a) 相互インダクタンスを用いた回路表示, (b) K インバータを用いた回路表示, (c) 入力抵抗を用いた回路表示

の結合係数 $m_{S,i}$ 、 $M_{i,L}$ を用いて、式 (16) と式 (17) より、

$$Q_{eS,i} = \frac{1}{m_{S,i}^2} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW} \cdot M_{S,i}^2} \quad (27)$$

$$Q_{eL,i} = \frac{1}{m_{i,L}^2} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW} \cdot M_{i,L}^2} \quad (28)$$

と表される。なお、共振器が並列共振回路で表される場合には、**アドミタンスインバータ (J インバータ)** を用いる。 K インバータと基本的な考え方は同じなので、詳細は教科書等を参照されたい [2]。

6.4.3 帯域通過フィルタの結合行列

以上の導出結果をまとめる。帯域通過フィルタの角周波数領域 ω における結合行列 $[M_{\text{BPF}}]$ は、

$$[M_{\text{BPF}}] = \begin{bmatrix} 0 & m_{S1} & m_{S2} & \cdots & m_{SN} & m_{SL} \\ m_{S1} & m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1N} & m_{1L} \\ m_{S2} & m_{12} & m_{22} & \cdots & m_{2N} & m_{2L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{SN} & m_{1N} & m_{2N} & \cdots & m_{NN} & m_{NL} \\ m_{SL} & m_{1L} & m_{2L} & \cdots & m_{NL} & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

と表され、原形 LPF の角周波数領域 Ω における結合行列 $[M]$ とは以下のように関係付けられる。

$$\text{共振器間の結合係数: } m_{ij} = \frac{\text{FBW}}{\Omega_c} M_{ij} \quad (30)$$

$$\text{入力側の外部 Q 値: } Q_{eS,i} = \frac{1}{m_{S,i}^2} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW} \cdot M_{S,i}^2} \quad (31)$$

$$\text{出力側の外部 Q 値: } Q_{eL,i} = \frac{1}{m_{i,L}^2} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW} \cdot M_{i,L}^2} \quad (32)$$

$$\text{入出力直接結合: } m_{SL} = M_{SL} \quad (33)$$

さらに、 $\Omega + M_{ii} = 0$ のとき各共振回路は共振するので、

$$m_{ii} = M_{ii} = -\Omega = -\frac{\Omega_c}{\text{FBW}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (34)$$

が成り立つ。これを ω について解けば、 i 番目の共振回路の共振角周波数 ω_{0i} が求められる。

フィルタ設計についてこれまでの説明をまとめると、まず、原形 LPF の周波数領域 Ω で所望の伝達関数を実現するための結合行列を求める。そして、得られた結合行列 $[M]$ を用いて式 (30)～式 (33) によって帯域通過フィルタの結合係数及び外部 Q 値を求める。最後に、それを実現する物理構造を設計すれば帯域通過フィルタが得られる。

従って次に考えるべきは、伝達関数によって与えられる特性を実現する結合行列を求める方法である。すなわち、所望の伝達特性から結合行列を求める回路合成である。

7. マイクロ波フィルタを電気回路で合成する

「回路合成 (circuit synthesis)」とは周波数応答を与えて、回路構成や回路素子値を求めることである。このためには回路網理論の知識が必要であり、設計入門としては敷居が高い。初学者は結論のみ追って詳細は文献等を参考にされたい。

7.1 フィルタの伝達関数の定義

図 12 に示すように無損失二端子対回路を考える。ただし、フィルタ回路はインダクタンス L とキャパシタンス C のみからなるリアクタンス回路とし、前章で導入した虚抵抗は含まれないとする。

一般に二端子対回路への入力電圧 $v_1(t)$ と出力電圧 $v_2(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $V_1(s)$, $V_2(s)$ (ただし s は複素角周波数 $s = j\Omega$) とすると、電圧伝達関数は $H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ で定義される [2]。いま、図 12 で電圧源から取り出せる最大有能電力は $P_{\max} = |E_S|^2 / (4R_S)$ である。また、負荷での消費電力は $P_2 = |V_2|^2 / R_L$ である。これらの比は電力透過係数 $|T(s)|^2$ であるから、図 12 の電力透過係数 $|T(s)|^2$ は、

$$|T(s)|^2 = T(s)T^*(s) = T(s)T(-s) = \frac{P_2}{P_{\max}} = \frac{4R_S}{R_L} \left| \frac{V_2(s)}{E_S} \right|^2 \quad (35)$$

と表される。ただし、 $*$ は複素共役を表す。一方、電力反射係数 $|\Gamma(s)|^2$ は、無損失回路なので電力保存則を用いて、

$$|\Gamma(s)|^2 = 1 - |T(s)|^2 \quad (36)$$

である。前章までで扱ってきたフィルタの伝達関数とは、定数項 $(4R_S)/R_L$ を含めた電力透過係数から得られる電圧透過係数 $T(s)$ である。その電力透過係数は、

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + |\Psi_N(s)|^2} \quad (37)$$

の形で与えられるとする。ここで、 Ψ_N は特性関数と呼ばれ、特性関数の種類 (チェビシェフ関数等) によってフィルタの伝送特性が近似される。また、 N は関数の次数を表し、原形 LPF の場合は回路素子数 N 、帯域通過フィルタの場合は共振器段数 N に等しい。また、特性関数と電力透過・反射係数には $|\Psi_N(s)|^2 = |\Gamma(s)|^2 / |T(s)|^2$ の関係がある。

本節での電圧透過係数 $T(s)$ と電圧反射係数 $\Gamma(s)$ とはそれぞれ S_{21} と S_{11} であり、本稿の最初に示したフィルタの挿入損失 L_A と反射損失 L_R は次式のように表される。

$$L_A(s) = 10 \log_{10} \frac{1}{|T(s)|^2} = 10 \log_{10} (1 + |\Psi_N(s)|^2) \quad (\text{dB}) \quad (38)$$

$$L_R(s) = 10 \log_{10} \frac{1}{|\Gamma(s)|^2} \quad (\text{dB}) \quad (39)$$

7.2 透過係数・反射係数の多項式表示

ところで、二端子対回路の電力反射係数 $|\Gamma(s)|^2$ は、端子 1-1' より負荷側を見込んだ入力インピーダンス $Z_{in}(s)$ を用いて、伝送線路理論より、

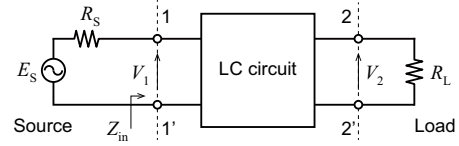


図 12 無損失二端子対回路

$$|\Gamma(s)|^2 = \left| \frac{Z_{in}(s) - R_S}{Z_{in}(s) + R_S} \right|^2 = \left| \frac{z_{in}(s) - 1}{z_{in}(s) + 1} \right|^2 \quad (40)$$

と表すこともできる。ただし、 $z_{in}(s)$ は規格化入力インピーダンス $z_{in}(s) = Z_{in}(s)/R_S$ である。回路網理論より $z_{in}(s)$ は正実関数 (positive real function) [12] であるから有理関数で表現できる。従って、電圧反射係数 $\Gamma(s)$ は、

$$\Gamma(s) = \pm \frac{F(s)}{E(s)} \quad (41)$$

のように s に関する多項式 $F(s)$ と $E(s)$ を用いて表現できる。規格化入力インピーダンス $z_{in}(s)$ もまた、

$$z_{in}(s) = \frac{E(s) \pm F(s)}{E(s) \mp F(s)} \quad (42)$$

と表される [6]。これは、複号によって 2 種類の回路構成が存在することを意味する。さらに、電圧透過係数 $T(s)$ も

$$T(s) = \frac{P(s)}{E(s)} \quad (43)$$

のように表される。これらの多項式 $E(s)$, $F(s)$, $P(s)$ は特性多項式と呼ばれる。特性多項式にはユニタリ条件より、

$$E(s)E(-s) - F(s)F(-s) = P(s)P(-s) \quad (44)$$

の関係が成立する。以下に各特性多項式の性質を説明する。

- (1) $E(s)$: フルビッツの多項式^(注6)である。
- (2) $F(s)$: 実係数の多項式で、その零点は虚数軸上にある。 $F(s)$ の零点は電力が完全透過する周波数点を表すため、この周波数が**反射零点**である。
- (3) $P(s)$: 実係数の偶多項式である。その零点は虚数軸上にあるとき、電力が完全反射する周波数点を表すため、この周波数が**伝送零点** (減衰極) である。

以上の動作特性 (透過係数や反射係数) を基にした回路合成では、所望のフィルタ特性を近似する適当な特性関数 $\Psi_N(s)$ を与え、 $\Psi_N(s)$ から特性多項式を求める問題となる。

7.3 無極フィルタ (共振器直結形フィルタ)

7.3.1 回路合成

無極フィルタ (ただし、原形 LPF) の回路合成の手順は以下である。

- (1) 所望の特性を近似する特性関数 $\Psi_N(s)$ を与える。

(注6): (1) s について実係数の多項式, (2) 最高次の項の係数は正, (3) $E(s)$ の零点は複素平面 (s 平面) の左半平面 (虚数軸を除く) 内にもみ存在 (受動回路に信号を加えたとき、出力信号は増幅されない) という性質を持つ多項式をフルビッツの多項式と呼ぶ。

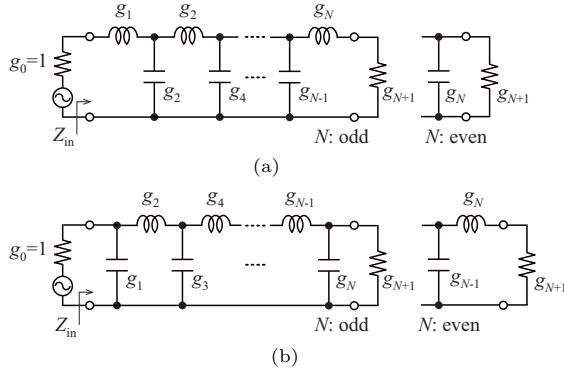


図 13 LC 梯子型回路による原形 LPF (a) シリーズ-シャント型 (g_1 がインダクタンスの場合), (b) シャント-シリーズ型 (g_1 がキャパシタンスの場合)

- (2) $E(s)E(-s) = 1 + |\Psi_N(s)|^2 = 0$ を因数分解する. (無極フィルタのため $P(s) = 1$ とおける.)
- (3) 実際の回路で実現できるように複素平面の左半平面に零点を持つフルビッツの多項式 $E(s)$ を求める.
- (4) 実現すべき回路の規格化入力インピーダンス $z_{in}(s)$ を求める.
- (5) 規格化入力インピーダンス $z_{in}(s)$ を次式のように連分展開する. 式 (42) の複号によって 2 種類ある.

$$z_{in}^{(1)}(s) = g_1 s + \frac{1}{g_2 s + \frac{1}{g_3 s + \frac{1}{g_4 s + \dots}}} \quad (45)$$

$$z_{in}^{(2)}(s) = \frac{1}{z_{in}^{(1)}(s)} = \frac{1}{g_1 s + \frac{1}{g_2 s + \frac{1}{g_3 s + \dots}}} \quad (46)$$

ここで, g_i ($i = 1, 2, \dots, N+1$) は連分展開によって求まる係数であり, これらが実現すべき回路の規格化回路素子値 (**g パラメータ**と呼ばれる) である.

- (6) 入力インピーダンスが連分数で表現される回路は, 図 13 に示す LC 梯子型回路である. 規格化入力インピーダンスが 2 種類存在するため, その回路も図 13(a), (b) のように 2 種類ある. ただし, g_0 は規格化内部抵抗で 1 であり, g_{N+1} は負荷抵抗である. 従って, 式 (45) または式 (46) から各枝の規格化素子値 g_i が決定される.

無極フィルタの伝達関数として, バターワース特性とチェビシェフ特性の特性関数を以下に示す.

(A-1) バターワース特性 (最平坦特性)

$$\Psi_N(s) = \Omega^N \quad (47)$$

(A-2) チェビシェフ特性 (等リプル特性)

$$\Psi_N(s) = \epsilon T_N(\Omega) \quad (48)$$

ただし, ϵ はリプルを表し, $\epsilon = \sqrt{10^{\frac{L_{Ar}}{10}} - 1}$ (通過域内のリプル幅 L_{Ar} : dB で与える) である. また, T_N は N 次の第一種チェビシェフ関数である.

$$T_N(\Omega) = \begin{cases} \cos(N \cos^{-1} \Omega) & \text{for } 0 \leq |\Omega| \leq 1 \\ \cosh(N \cosh^{-1} \Omega) & \text{for } |\Omega| > 1 \end{cases} \quad (49)$$

これらの特性関数を持つ原形 LPF の g パラメータはすでに簡単な公式が導出されており, 上記の回路合成手順を踏まなくても g パラメータが次式を用いて求められる [1]–[7].

(A-1) バターワース特性 (最平坦特性)

$$g_0 = 1.0 \quad (50)$$

$$g_i = 2 \sin\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right) \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad (51)$$

$$g_{N+1} = 1.0 \quad (52)$$

(A-2) チェビシェフ特性 (等リプル特性)

$$g_0 = 1.0 \quad (53)$$

$$g_1 = \frac{2}{\gamma} \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \quad (54)$$

$$g_i = \frac{1}{g_{i-1}} \frac{4 \sin\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right) \sin\left(\frac{(2i-3)\pi}{2N}\right)}{\gamma^2 + \sin^2\left(\frac{(i-1)\pi}{N}\right)} \quad (55)$$

for $i = 2, 3, \dots, N$

$$g_{N+1} = \begin{cases} 1.0 & \text{for } N \text{ odd} \\ \coth^2\left(\frac{\beta}{4}\right) & \text{for } N \text{ even} \end{cases} \quad (56)$$

$$\beta = \ln\left(\coth \frac{L_{Ar}}{17.37}\right) \quad (57)$$

$$\gamma = \sinh\left(\frac{\beta}{2N}\right) \quad (58)$$

ただし, L_{Ar} (dB で与える) は通過域における通過特性のリプル幅を表す.

7.3.2 結合行列

前節で示した梯子型回路は集中定数回路のため, そのままではマイクロ波回路で実現するのが困難である. そこで, 前章で説明した K インバータを用いて回路変換を行う. 梯子型回路で電源から右側を見込んだ規格化入力インピーダンスは, 式 (45) や式 (46) のように連分数で表される. 同様に, 図 14 に示す J インバータや K インバータを用いた原形 LPF の規格化入力インピーダンス z_{in} も連分数で表される. 図 14(b) のように K インバータを用いた場合は,

$$z_{in} = \frac{Z_{in}}{R_S} = \frac{1}{R_S} \frac{K_{01}^2}{j\omega L_{a1} + \frac{K_{12}^2}{j\omega L_{a2} + \frac{K_{23}^2}{j\omega L_{a3} + \dots}}} \quad (59)$$

と表される. ただし, $\omega = \Omega \Omega_c$ である. 従って, 係数比較を行うことによって K インバータは次式のように得られる.

$$K_{01} = \sqrt{\frac{\Omega_c R_S L_{a1}}{g_0 g_1}} \quad (60)$$

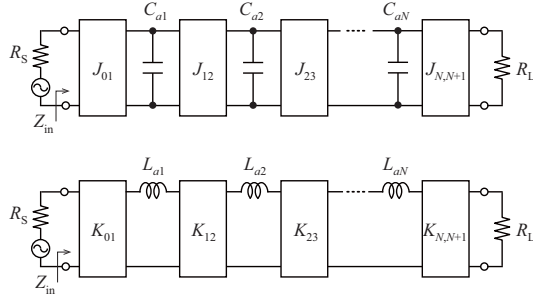


図 14 (a) J インバータを用いた原形 LPF, (b) K インバータを用いた原形 LPF

$$K_{i,i+1} = \Omega_c \sqrt{\frac{L_{a,i} L_{a,i+1}}{g_i g_{i+1}}} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \quad (61)$$

$$K_{N,N+1} = \sqrt{\frac{\Omega_c L_{a,N} R_L}{g_N g_{N+1}}} \quad (62)$$

J インバータの場合も同様にして導出できる [1]–[7].

図 7(a) で示したように共振器直結形フィルタの結合トポロジーでは飛越結合は存在せず、隣接する 2 つの共振器間の結合のみである。従って、その原形 LPF の結合行列 $[M]$ は、

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & M_{S1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ M_{S1} & 0 & M_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & M_{12} & 0 & M_{23} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{23} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & M_{NL} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & M_{NL} & 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

と表される。共振器直結形フィルタでは全ての共振器は中心周波数 f_0 で共振するため、対角項は全て 0 となる。バターワース特性等の無極フィルタを実現する結合行列の各要素は、式 (60)～式 (62) より、

$$M_{S1} = \frac{1}{\sqrt{g_0 g_1}} \quad (64)$$

$$M_{i,i+1} = \frac{1}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \quad (65)$$

$$M_{NL} = \frac{1}{\sqrt{g_N g_{N+1}}} \quad (66)$$

で与えられる。ここで、 g_i は原形 LPF の規格化回路素子値 (g パラメータ) である。

帯域通過フィルタの設計に用いる結合係数と外部 Q 値は、原形 LPF の結合行列より、

$$Q_{eS} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW}} g_0 g_1 \quad (67)$$

$$m_{i,i+1} = \frac{\text{FBW}}{\Omega_c} \frac{1}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \quad (68)$$

$$Q_{eL} = \frac{\Omega_c}{\text{FBW}} g_N g_{N+1} \quad (69)$$

で求められる。

7.4 有極フィルタ（共振器並列結合形フィルタ）の回路合成と結合行列

有極フィルタの回路合成として、伝達関数に一般化チェビシェフ関数を持つ原形 LPF の合成法を簡単に説明する。

前節までの共振器直結形フィルタ（古典的フィルタ）では正実関数をベースにした回路合成であった。この場合、中心周波数に対称な周波数特性のみ合成可能である。一方、前節で導入した虚抵抗（周波数に依存しない定リアクタンス項）を導入すると、先の特性多項式の係数はもはや実数ではなく複素係数となる。そのような関数を正関数（positive function）という。結果として、極や零点を複素平面上で非対称に配置することが可能となり、中心周波数に対して非対称な周波数特性を持つ回路を合成できる [7].

有極フィルタの実現する伝達関数として、ここでは一般化チェビシェフ関数 C_N を取り上げる [6]–[9]. この伝達関数は、通過域では等リプル特性、阻止域では任意の有限周波数に伝送零点を生成できる関数である。具体的には、伝達関数は一般化チェビシェフ関数 C_N を用いて、

$$T(\Omega)T^*(\Omega) = \frac{1}{\left[1 - j \frac{\epsilon}{\epsilon_R} C_N(\Omega)\right] \left[1 + j \frac{\epsilon}{\epsilon_R} C_N^*(\Omega)\right]} \quad (70)$$

と表される。ここで、 ϵ と ϵ_R は帯域内リプルに関わる変数で、一般化チェビシェフ関数 C_N は、

$$C_N(\Omega) = \cosh \left[\sum_{i=1}^N \cosh^{-1} (x_i(\Omega)) \right] \quad (71)$$

と与えられる。上式の $x_i(\Omega)$ は N_{TZ} 個の伝送零点周波数 Ω_{TZi} ($i = 1, 2, \dots, N_{TZ} \leq N$) より得られる関数であり、

$$x_i(\Omega) = \frac{\Omega - 1/\Omega_{TZi}}{1 - \Omega/\Omega_{TZi}} \quad (72)$$

と表される。

上記の伝達関数から共振器並列結合形フィルタ回路を合成する簡便な公式はなく、合成過程はやや煩雑となる。そのため詳細は省略し、回路合成の手順のみ以下に紹介する。まず、極と零点の位置から特性多項式 $F(s)$, $P(s)$ を求め、さらにユニタリ条件を満足しつつフルビッツの多項式となるよう特性多項式 $E(s)$ を求める。得られた特性多項式 $E(s)$, $F(s)$, $P(s)$ を用いて二端子対回路の基本行列 (ABCD 行列) の各行列要素の有理関数を求める。得られた行列要素の分母と分子を部分分数展開し、極と留数を求める。最後に、極と留数から共振器並列結合形フィルタ回路の結合行列要素を計算する。その結果、結合行列 $[M]$ は、

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & M_{S1} & M_{S2} & M_{S3} & \cdots & M_{SN} & M_{SL} \\ M_{S1} & M_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & M_{1L} \\ M_{S2} & 0 & M_{22} & 0 & \cdots & 0 & M_{2L} \\ M_{S3} & 0 & 0 & M_{33} & \cdots & 0 & M_{3L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{SN} & 0 & 0 & 0 & \cdots & M_{NN} & M_{NL} \\ M_{SL} & M_{1L} & M_{2L} & M_{3L} & \cdots & M_{NL} & 0 \end{bmatrix} \quad (73)$$

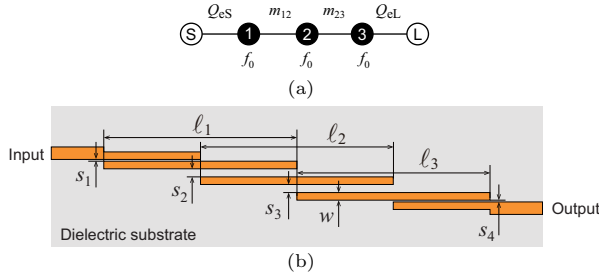


図 15 3 段マイクロストリップ半波長共振器フィルタ (a) 結合トポロジー, (b) 物理構造

と得られる．図 7(d) に示した結合トポロジーから分かるように共振器間の結合はないため，1 番目と $(N + 2)$ 番目の行列要素ならびに対角要素を除いて全て 0 となる．

共振器並列結合形フィルタ回路は一般化チェビシェフ関数を用いて合成可能なため様々なフィルタ特性を実現できるが，通常，並列結合形の結合トポロジーのままでは設計が難しいため，別の結合トポロジーの結合行列に変換する [7]．

7.5 結合行列の最適化手法

前節までの回路合成手法は，伝達関数を与えてそれを実現する特性多項式を求め，最終的に結合行列を得る方法であった．それ以外に結合行列を求める方法として，伝達関数を与えずに結合行列を直接生成する最適化手法がある [13]．目的関数 K （評価関数ともいう）を適当に定義し，目的関数を用いてフィルタ特性を直接評価する．所望の特性を実現する結合行列は，目的関数が $K = 0$ となったときの解 [M] である．なお，最適化アルゴリズムは準ニュートン法などよいが，結合行列の初期値の与え方は注意を要する．

本章までの内容をマスターすれば，所望のフィルタ特性を実現する結合行列（結合係数，外部 Q 値）ならびにその周波数特性を求めることができる．ただし，それは電気回路上の理想値・理想特性である．最後の課題は，結合行列をどのように物理構造で実現し，物理寸法の設計を行うかである．

8. マイクロ波フィルタをマイクロ波回路（物理構造）で設計する

8.1 無極フィルタ（共振器直結形フィルタ）の設計

共振器直結形フィルタの一例として，図 15 に示す 3 段マイクロストリップフィルタを設計する [5], [10]．図 15(a) の結合トポロジーにおける 3 つの共振器は，図 15(b) のようにマイクロストリップ半波長共振器で実現する．マイクロストリップ半波長共振器の電圧・電流分布を模式的に図示したのが図 16 である．図のように線路長が $1/2$ 波長のとき共振する．従って，共振周波数はマイクロストリップ共振器の長さ l_i ($i = 1, 2, 3$) で設計する．また，共振器間の結合係数はマイクロストリップ共振器間のギャップ s_i ($i = 1, 2, 3$) で，共振器と入出力線路間の外部 Q 値はギャップ s_i ($i = 0, 4$) で設計する．

8.1.1 設計仕様

伝達関数としてチェビシェフ特性を持つ共振器直結形フィルタを考える．そこで以下のように設計仕様を与える．

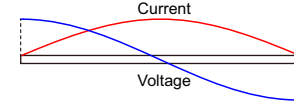


図 16 マイクロストリップ半波長共振器の電圧・電流分布

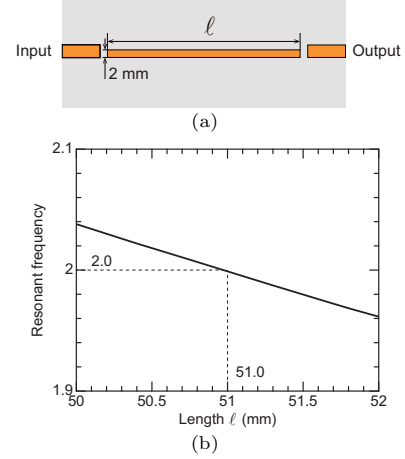


図 17 共振周波数の設計 (a) 物理構造, (b) 設計チャート

- (1) 中心周波数: $f_0 = 2$ (GHz)
- (2) 帯域幅: $\Delta f = 100$ (MHz) (比帯域 FBW=0.05)
- (3) 伝達関数: 共振器段数 $N = 3$, 帯域内リプル幅 $L_{Ar} = 0.1$ (dB) のチェビシェフ特性

上記の設計仕様から g パラメータは，式 (53)～式 (58) より $g_0 = 1.000$, $g_1 = 1.032$, $g_2 = 1.147$, $g_3 = 1.032$, $g_4 = 1.000$ と求められる．よって原形 LPF の結合行列 [M] は，式 (63)～式 (66) より，

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0.985 & 0 & 0 & 0 \\ 0.985 & 0 & 0.919 & 0 & 0 \\ 0 & 0.919 & 0 & 0.919 & 0 \\ 0 & 0 & 0.919 & 0 & 0.985 \\ 0 & 0 & 0 & 0.985 & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

と得られる．帯域通過フィルタの設計に必要な結合係数と外部 Q 値は，式 (30)～式 (33) を用いて，

$$Q_{eS} = \frac{1}{0.05 \times 0.985^2} = 20.6 \quad (75)$$

$$Q_{eL} = Q_{eS} = 20.6 \quad (76)$$

$$m_{12} = 0.05 \times 0.919 = 0.0460 \quad (77)$$

$$m_{23} = m_{12} = 0.0460 \quad (78)$$

と計算される．これらの値をマイクロストリップ構造で実現するための共振周波数，結合係数及び外部 Q 値の評価方法を次に説明する．なお，設計には電磁界シミュレータ Sonnet em を使用する．また，マイクロストリップ線路の基板には比誘電率 $\epsilon_r = 2.6$ ，厚み 1.2 mm の誘電体基板を用いる．

8.1.2 共振周波数の評価・設計

まず，結合行列の対角項は全て 0 であることから 3 つの共振器の共振周波数は全て中心周波数 $f_0 = 2$ (GHz) となるように共振器長を設計する．誘電体基板の比誘電率 ϵ_r と厚み t から，この誘電体基板におけるマイクロストリップ線路の実

効比誘電率 ε_{eff} が計算できる [5]。その値はおおよそ $\varepsilon_{\text{eff}} = 2.15$ である。よって、マイクロストリップ半波長共振器の長さ ℓ は近似値として、

$$\ell = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}}} = 51.1 \text{ (mm)} \quad (79)$$

と得られる。ただし、 λ_0 は中心周波数 f_0 における自由空間波長である。この共振器長 ℓ を初期値として、電磁界シミュレータを用いて共振器長 ℓ を変化させたときの共振周波数を求める。求めるにあたっては、図 17(a) に示すように入出力線路と共振器は十分な距離をとり、入出力線路と共振器は疎結合とする。その結果、通過特性には共振ピークが現れる。これが共振周波数である。線路幅 $w = 2.0$ (mm) のとき共振器長 ℓ に対する共振周波数の変化を示したのが図 17(b) である。この結果より、共振周波数 $f_0 = 2$ (GHz) となるのは共振器長 $\ell = 51.0$ (mm) のときであると分かる。

8.1.3 結合係数の評価・設計

物理構造で結合係数を評価するときには図 18(a) の構造を用いる。同図では、中心周波数 f_0 と同じ共振周波数を持つ 2 つの共振器がギャップ s_2 を介して結合している。通過特性 S_{21} を計算するために入力線路と出力線路は設けるが、共振器と入出力線路は疎結合となるように十分な距離をとる。このように同調 (synchronize) した 2 つの共振器が結合すると、図 18(b) のように結合共振器の 2 つの固有共振周波数 f_{p1} と f_{p2} がピーク周波数として通過特性に現れる。この 2 つのピーク周波数 f_{p1} と f_{p2} を用いて、2 つの共振器間の結合係数の大きさ m_{12} は、

$$m_{12} = \frac{f_{p2}^2 - f_{p1}^2}{f_{p2}^2 + f_{p1}^2} \quad (80)$$

によって評価できる。ただし、 $f_{p2} > f_{p1}$ である。つまり、2 つのピーク周波数の差が小さいと結合は弱く、差が大きいと結合が強いという関係がある。なお、2 つの共振器が非同調 (asynchronize)、つまり共振器単体の共振周波数が互いに異なる場合の結合係数は、

$$m_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{f_{02}}{f_{01}} + \frac{f_{01}}{f_{02}} \right) \sqrt{\left(\frac{f_{p2}^2 - f_{p1}^2}{f_{p2}^2 + f_{p1}^2} \right)^2 - \left(\frac{f_{02}^2 - f_{01}^2}{f_{02}^2 + f_{01}^2} \right)^2} \quad (81)$$

によって求められる [5]。ここで、 f_{01} と f_{02} はそれぞれ 1 番目と 2 番目の共振器単体での共振周波数である。式 (81) において $f_{01} = f_{02}$ とすると式 (80) が得られることは明らかである。ここでは結合係数の大きさのみに着目したが、結合係数の正負の判定法については次節で述べる。

フィルタ設計では、与えられた結合係数から物理構造を決定できない (順問題が解けない)。そのため、ギャップ s_2 を変えながら式 (80) を用いて結合係数 m_{12} を求めて、ギャップ s_2 と結合係数 m_{12} との関係を図示し、それを設計チャートとしてギャップ s_2 を決定する。本設計例の場合は、図 18(c) に示した設計チャートから結合係数の理想値 $m_{12}(=m_{23}) = 0.0460$ は $s_2(=s_3) = 2.15$ (mm) のときに得られることが分かる。

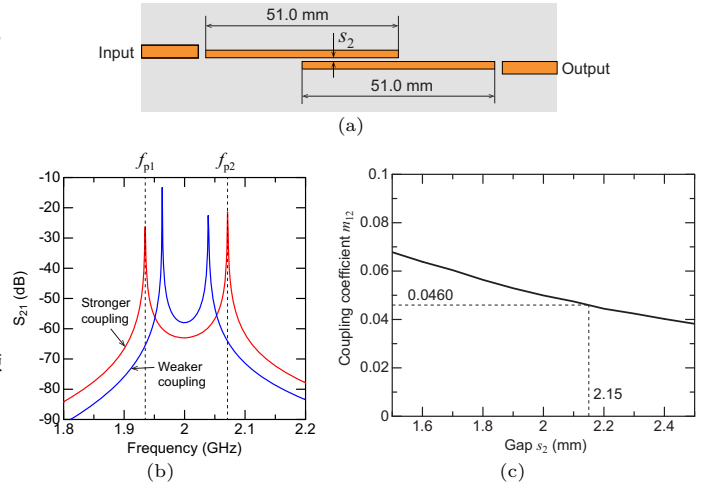


図 18 結合係数 $m_{12}(=m_{23})$ の設計 (a) 物理構造, (b) 結合係数の評価方法, (c) 設計チャート

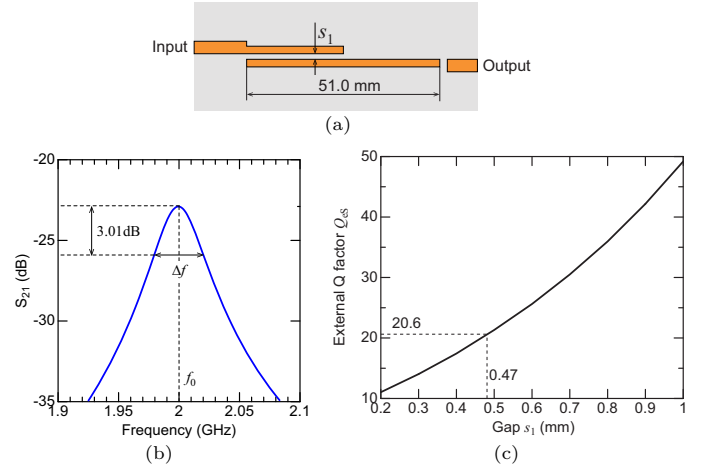


図 19 外部 Q 値 $Q_{\text{es}}(=Q_{\text{eL}})$ の設計 (a) 物理構造, (b) 外部 Q 値の評価方法, (c) 設計チャート

8.1.4 外部 Q 値の評価・設計

外部 Q 値を評価するときには図 19(a) の構造を用いる。この構造において通過特性を電磁界シミュレーションによって求めると、図 19(b) のような特性が得られる。従って、ピーク周波数 f_0 と電力半値幅 Δf を用いて負荷 Q 値 (loaded Q factor) Q_L が計算できる。このとき負荷 Q 値は、入力側の外部 Q 値 Q_{es} 、無負荷 Q 値 Q_u 、出力側の外部 Q 値 Q_{eL} の逆数の和として次式で与えられる。

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q_{\text{es}}} + \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_{\text{eL}}} \quad (82)$$

ここで、材料損失である導体損失と誘電体損失を無視し、共振器を遮蔽して解析すれば共振器の放射損失も無視できる。よって、 $Q_u \rightarrow \infty$ となる。さらに、出力線路と共振器の距離を十分とり、出力側の外部 Q 値 Q_{eL} が入力側のそれ Q_{es} よりも十分大きい場合、 $\frac{1}{Q_{\text{eL}}}$ も近似的に無視できる。従って、外部 Q 値は、

$$Q_{\text{es}} = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (83)$$

によって評価できる。

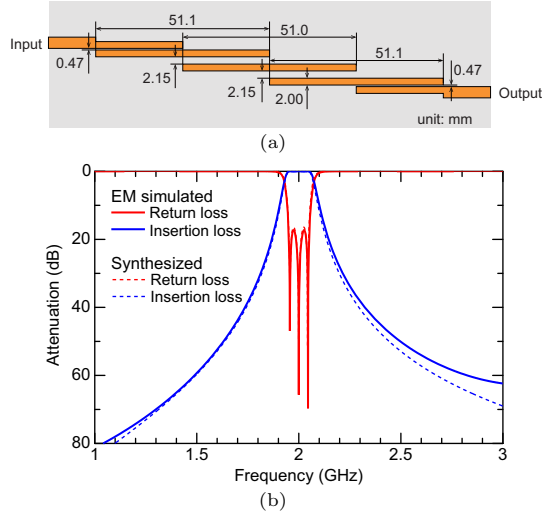


図 20 設計した共振器直列形フィルタ (a) 構造, (b) 周波数特性

結合係数の設計時と同様、図 19(b) のようにギャップ s_1 に対する外部 Q 値 Q_{eS} の変化から設計チャートを作成し、ギャップ s_1 を決定する。その結果、 $s_1(=s_4)=0.47$ (mm) のとき所望の外部 Q 値 $Q_{eS}(=Q_{eL})=20.6$ が得られる。

8.1.5 設計結果

以上のようにフィルタの全ての寸法が決定された。設計したフィルタの構造を図 20(a) に、その電磁界シミュレーション結果と回路合成による周波数特性の比較を図 20(b) に示す。なお、所望の特性が得られるように 1 段目と 3 段目の共振器の長さを僅かだが微調整した。図 20(b) から分かるように、設計仕様通り 3 段チェビシェフ特性が得られている。

8.2 有極フィルタの設計

8.2.1 設計仕様

最後に、有極フィルタの設計例を示す。一例として以下のように設計仕様を与える。

- (1) 中心周波数: $f_0=1$ (GHz)
- (2) 帯域幅: $\Delta f=50$ (MHz) (比帯域 FBW=0.05)
- (3) 帯域内の反射損失: $L_R \geq 20$ (dB)
- (4) 共振器段数 $N=4$
- (5) 伝達関数: 一般化チェビシェフ関数特性
- (6) 伝送零点周波数: $f_{TZ1}=0.95$ (GHz), $f_{TZ2}=1.05$ (GHz)

上記の設計仕様から、7.4 節の方法で一般化チェビシェフ関数特性を持つ共振器並列結合形フィルタ回路 (図 21(a)) の結合行列 $[M]$ を合成すると以下が得られる [7]–[9]。

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0.375 & -0.368 & 0.619 & -0.623 & 0 \\ 0.375 & 1.291 & 0 & 0 & 0 & 0.375 \\ -0.368 & 0 & -1.284 & 0 & 0 & 0.368 \\ 0.619 & 0 & 0 & -0.702 & 0 & 0.619 \\ -0.623 & 0 & 0 & 0 & 0.679 & 0.623 \\ 0 & 0.375 & 0.368 & 0.619 & 0.623 & 0 \end{bmatrix} \quad (84)$$

以上の共振器並列結合形の結合行列を Folded 型カノニカル結合 (図 21(b)) の結合トポロジーに変換する [7]。なお、この変換によってフィルタ特性は一切変わらない。変換の結果、

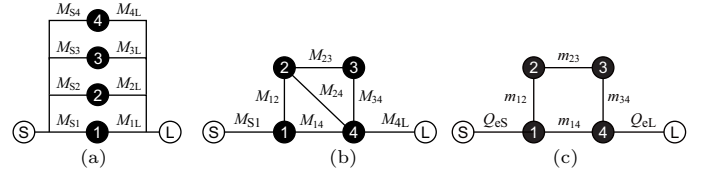


図 21 結合トポロジーの変換 (a) 共振器並列形結合, (b) 飛越結合 M_{24} を含む Folded 型カノニカル結合, (c) 飛越結合 M_{24} を含まない Folded 型カノニカル結合

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 1.024 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.024 & 0.002 & 0.871 & 0 & -0.170 & 0 \\ 0 & 0.871 & 0.011 & 0.767 & 0.024 & 0 \\ 0 & 0 & 0.767 & -0.031 & 0.870 & 0 \\ 0 & -0.170 & 0.024 & 0.870 & 0.002 & 1.024 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.024 & 0 \end{bmatrix} \quad (85)$$

と得られる。結合係数の大きさとしては他より小さいが、飛越結合 $M_{24}=0.024$ が残るため、最後に M_{24} が強制的に 0 となるように、変換後の結合行列を初期値として結合行列の最適化を行った [13]。それによって、

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 1.030 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.030 & 0.002 & 0.875 & 0 & -0.173 & 0 \\ 0 & 0.875 & 0 & 0.767 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.767 & 0 & 0.875 & 0 \\ 0 & -0.173 & 0 & 0.875 & 0.002 & 1.030 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.030 & 0 \end{bmatrix} \quad (86)$$

のように飛越結合 M_{24} を含まない Folded 型カノニカル結合 (図 21(c)) の結合行列が得られた。上式の結合行列から帯域通過フィルタの設計に必要な結合係数と外部 Q 値は、式 (30)～式 (33) を用いて、

$$Q_{eS} = \frac{1}{0.05 \times 1.030^2} = 18.85 \quad (87)$$

$$Q_{eL} = Q_{eS} = 18.85 \quad (88)$$

$$m_{12} = 0.05 \times 0.875 = 0.0438 \quad (89)$$

$$m_{23} = 0.05 \times 0.767 = 0.0384 \quad (90)$$

$$m_{34} = m_{12} = 0.0438 \quad (91)$$

$$m_{14} = 0.05 \times (-0.173) = -8.6 \times 10^{-3} \quad (92)$$

と計算される。結合行列の対角項が 0 ではないが、その値は十分小さいため、共振周波数はいずれの共振器も 1.00 GHz で近似できる。この設計では飛越結合 m_{14} が存在する。その結合係数の符号は負であるため、負結合の実現と結合係数の符号判別が必要となる。

8.2.2 結合係数の正負の実現と符号判別

図 21(c) の結合トポロジーを実現する 4 段マイクロストリップ 1/4 波長共振器フィルタの構造を図 22 に示す [5]。

前節が半波長共振器であったのに対して、ここでは一例として 1/4 波長共振器を用いる。半波長共振器では共振器の中央で電圧が 0 となるため、その点で短絡できる (実際にはマイクロストリップ線路を地導体に金属ビアで導通させる)。その結果、1/4 波長共振器の電圧・電流分布は図 23 となる。

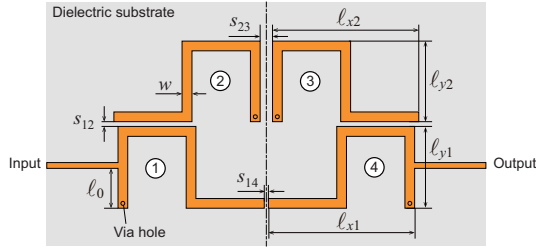


図 22 4 段マイクロストリップ 1/4 半波長共振器フィルタ

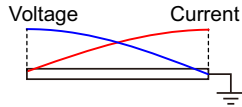


図 23 マイクロストリップ 1/4 波長共振器の電圧・電流分布

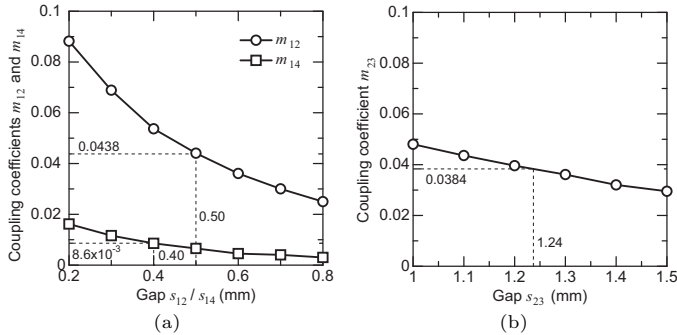


図 24 結合係数の設計チャート (a) m_{12} 及び m_{14} , (b) m_{23}

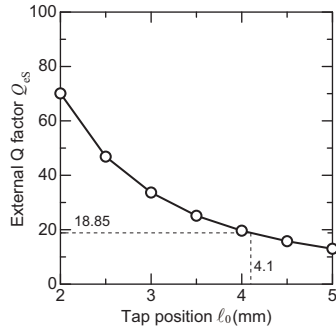


図 25 外部 Q 値 Q_{es} の設計チャート

開放端では電圧（電界）が最大となり、短絡端では電流（磁界）が最大となる。すなわち、2つの 1/4 波長共振器の開放端を対向させると電界結合が得られ、短絡端を対向させると磁界結合が得られる。そこで、磁界結合時の結合係数の符号を正、電界結合時を負と定義する。この 2つの結合の判別には、2つの共振器の結合時の位相特性を用いる [14]。 S_{21} の位相が S_{11} の位相よりも遅れている場合は電界結合であり、その逆の場合は磁界結合であると判別できる。

従って、図 22 に示した物理構造においては、負結合 m_{14} を得るためにギャップ s_{14} では共振器の開放端を対向させ、正結合 m_{23} は短絡側を対向させている。なお、結合係数 m_{12} 及び m_{34} はともに正、ともに負のどちらかであれば、正負いずれであってもフィルタ特性は変わらない。

8.2.3 結合係数と外部 Q 値の設計

前節の設計例と同様に、まず、1/4 波長共振器が中心周波数 f_0 で共振するように設計した後、結合係数と外部 Q 値の

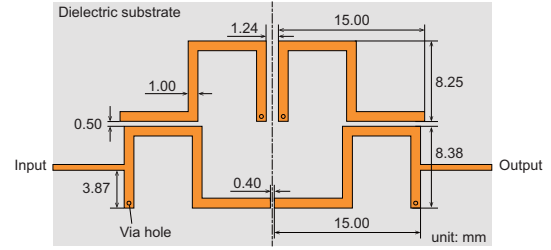


図 26 設計した有極帯域通過フィルタの構造

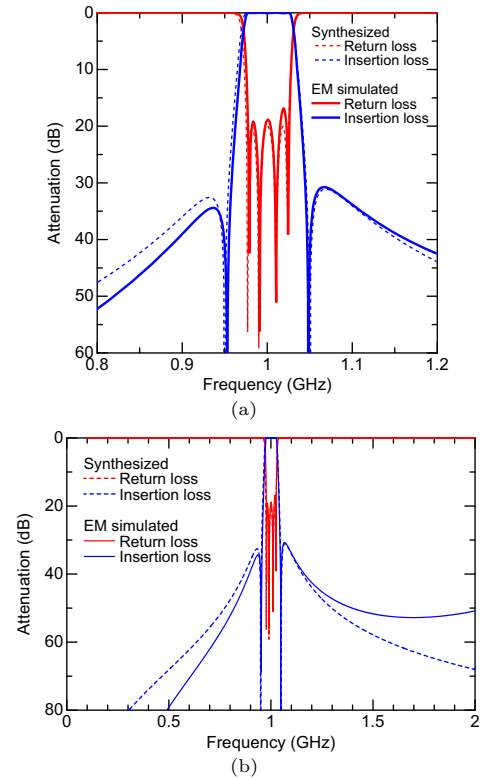


図 27 設計した有極帯域通過フィルタの周波数特性 (a) 通過域特性, (b) 広帯域特性

設計を行っていく。ただし、共振器 1 段目と 4 段目は入力線路の接続によって共振周波数がシフトすることを予め考慮して寸法を決定した。なお、マイクロストリップの基板には比誘電率 $\epsilon_r = 10.2$ 、厚み 0.635 mm の誘電体基板を用い、設計には電磁界シミュレータ ANSYS HFSS を用いた。

結合係数の設計手順としては、結合係数 m_{14} , m_{23} を設計した後、最後に結合係数 m_{12} を設計すれば 4 つの共振器の位置が決まる。図 24(a), (b) に結合係数の設計チャートを示す。同図より所望の結合係数を実現する共振器間のギャップが $s_{12} = 0.50$ (mm), $s_{23} = 1.24$ (mm), $s_{14} = 0.40$ (mm) と決定される。続いて外部 Q 値 Q_{es} はタップ位置 l_0 を変えて調整する。図 25 に外部 Q 値の設計チャートを示す。図より所望の外部 Q 値を実現するタップ位置が $l_0 = 4.10$ (mm) と決定される。

8.2.4 設計結果

以上の設計によって得られたフィルタ構造について電磁界シミュレーションで特性を求めたところ、通過域内のリターンロス特性が理想特性よりも劣化していたため、タップ位置 l_0 を調整して帯域内のインピーダンスマッチングを改善し

た。この微調整によって得られたフィルタの構造を図 26 に示し、電磁界シミュレーションによって求めた周波数特性と理想特性の比較を図 27 に示す。通過域の近傍に伝送零点を生成したことによって急峻なスカート特性が得られていることが分かる。

8.3 共振器の無負荷 Q 値による挿入損失の評価

ここまでの設計では損失（誘電体損失、導体損失、放射損失）を考慮しなかった。しかし、第 4 章で示したように共振器の無負荷 Q 値は挿入損失に大きく影響する。無負荷 Q 値による挿入損失の劣化は電磁界シミュレーションによってももちろん評価できるが、簡易評価式も有用である。

共振器の縦続接続によって構成される N 段共振器直結形帯域通過フィルタ（チェビシェフ特性等の無極フィルタ）において、その中心角周波数 ω_0 での挿入損失 ΔL_A は次式で計算できる [1], [2], [5]。

$$\Delta L_A(\omega_0) = 4.343 \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \sum_{i=1}^N \frac{g_i}{Q_{u,i}} \text{ (dB)} \quad (93)$$

この公式では、回路合成時に必要な規格化回路素子値 g_i 、比帯域 $\Delta\omega/\omega_0$ 、共振器の無負荷 Q 値 $Q_{u,i}$ が分かれば挿入損失を求めることができるので簡便である。特に、同一の共振器を用いてフィルタを構成する場合は全ての共振器の無負荷 Q 値は同一としてよい。

一方、一般化チェビシェフ関数特性を実現する N 段共振器並列結合形帯域通過フィルタの挿入損失 ΔL_A の公式は文献 [15] で示されている。第 3 章で述べたフィルタの設計仕様（特に挿入損失）を満足するかどうかは以上の公式を用いて事前に簡易評価できる。

9. む す び

本基礎講座では、結合行列をベースにしたマイクロ波帯域通過フィルタの回路解析、回路合成、設計について解説した。電磁界シミュレータの発展とともにマイクロ波回路設計もそれへの依存度が増え、より複雑な構造が取り扱えるようになってきたことはマイクロ波フィルタも例外ではない。しかしシミュレーション結果のみにとらわれず、その背景には回路合成技術・解析技術・設計技術（本稿では扱わなかったが製作技術も）が織り成す素晴らしい世界がマイクロ波フィルタには広がっていることを理解し、本基礎講座がフィルタ技術習得の一助となれば幸いである。

謝辞 日頃、ご議論ならびにご指導いただく埼玉大学 馬哲旺 教授に感謝致します。フィルタの設計に協力いただいた埼玉大学 青山裕之氏（現在、三菱電機株式会社）に感謝致します。

文 献

- [1] G.L. Matthaei, L. Young, and E.M.T. Jones, Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures. New York: McGraw-Hill, 1964.
- [2] 小林, 鈴木, 古神, マイクロ波誘電体フィルタ, コロナ社, 2007.
- [3] 小西, 実用マイクロ波フィルタの基礎と設計（第 1 版）, ケイラボラトリー, 2009.
- [4] 馬, “マイクロ波フィルタ設計の基礎と実践,” 2011 Microwave Workshops & Exhibition (MWE 2011) 基礎講座 2, Dec.

2011.

- [5] J.-S. Hong and M. Lancaster, Microstrip Filters for RF/Microwave Applications (Second Ed.), Wiley, 2011.
- [6] P. Jarry and J. Benneat, Advanced Design Techniques and Realizations of Microwave and RF Filters, New York: Wiley, 2011.
- [7] R.J. Cameron, C.M. Kudsia, and R.R. Mansour, Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design, and Applications, New York: Wiley, 2007.
- [8] R.J. Cameron, “General coupling matrix synthesis methods for Chebyshev filtering functions,” IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.47, no.4, pp.433–442, Apr. 1999.
- [9] R.J. Cameron, “Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters,” IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.51, no.1, pp.1–10, Jan. 2003.
- [10] H. Kayano and M. Ohira, “Fundamentals of microwave filters: synthesis theory and design techniques,” Tutorial Material in 2013 Thailand-Japan Microwave (TJMW 2013), Dec. 2013.
- [11] 青山, 大平, 馬, “共振器並列形回路の合成理論とパラメータ抽出法を併用した有極形多モードフィルタの設計法,” 信学論 (C), vol.J96-C, no.12, pp.471–479, Dec. 2013.
- [12] 滝, 伝送回路（第 2 版）, 共立出版, 1997.
- [13] S. Amari, U. Rosenberg, and J. Bornemann, “Adaptive synthesis and design of resonator filters with source/load-multiresonator coupling,” IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.50, no.8, pp.1969–1978, Aug. 2002.
- [14] 河口, 小林, “Open-loop 共振器間結合係数の磁気結合と静電結合の判別,” 信学総大, C-2-79, p.114, Mar. 2004.
- [15] M. Ohira and Z. Ma, “A parameter-extraction method for microwave transversal resonator array bandpass filters with direct source/load coupling,” IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol.61, no.5, pp.1801–1811, May 2013.

著 者 紹 介

大平 昌敬：埼玉大学大学院理工学研究科、准教授、メールアドレス mohira@mail.saitama-u.ac.jp