

# Non-Foster 素子を含む非分散メタマテリアルの基礎

## Non-Dispersive Metamaterials Composed of Non-Foster Impedances

堀井 康史

Yasushi HORII

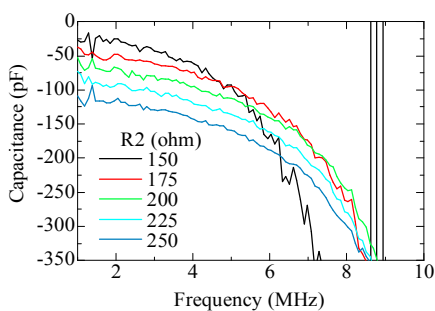
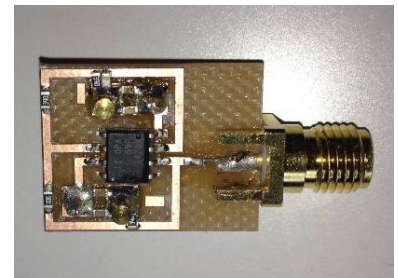
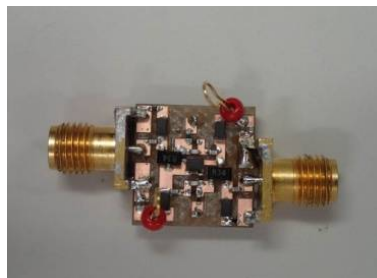
関西大学 総合情報学部

### 概要

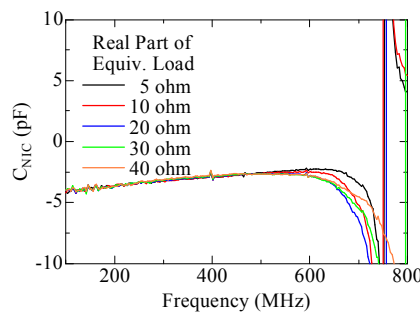
本講座では、Non-Foster 素子（負のキャパシタ、負のインダクタ）を含む非分散メタマテリアルをテーマに、その周辺技術について解説する。前半部では、伝送線路的なアプローチで左手系メタマテリアルを実現する CRLH 伝送線路の基礎理論とその有用性について紹介する。さらに、Non-Foster 素子を周期的に実装した CRLH 伝送線路が、分散性を持たないユニークな左手系特性を示すことを説明する。後半では、3種類の負性インピーダンス変換器（Negative Impedance Converter, NIC）が non-Foster 素子を生み出す原理を紹介するとともに、著者の研究室で行った実験結果について報告する。

### Abstract

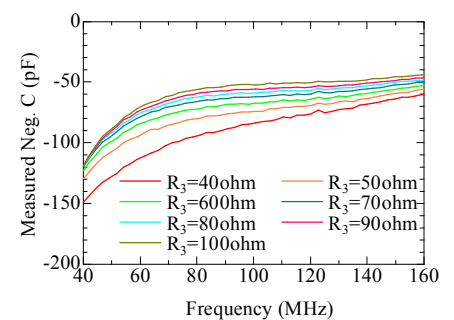
This seminar introduces non-dispersive metamaterials including non-Foster elements (negative capacitors and negative inductors) and related technologies. At the first half part of the seminar, the basic theory of composite right/left-handed transmission lines is explained together with their potential applications. In addition, unique features of the non-dispersive CRLH transmission lines composed of non-Foster elements are studied. At the latter half, the principles of three types of negative impedance converters (NIC), which generate non-Foster reactance, are described, and some experimental results obtained at my laboratory are reported.



(a) Perry's NIC



(b) Linvill's NIC



(c) Op-amp NIC

著者の研究室で試作した負性インピーダンス変換器（NIC）と負性キャパシタンス特性の例

## 1. はじめに

1967年, ロシアの学者 V. G. Veselago によって提案された左手系メタ材料は, バックワード波の伝搬や負の屈折率など, 従来の媒質では起こりえない特異な物理現象を示す媒質として大いに注目された. その後, 2000年を境にして, スプリットリング共振器と細線を組み合わせる方法や, 伝送線路に対して直列にキャパシタ, 並列にインダクタを挿入する方法が見出され, 机上の空論であった左手系メタ材料が現実のものとなった. 後者は Composite Right/Left-Handed (CRLH) 伝送線路と呼ばれ, その理論体系も完成の域に達している[1,2]. 現在, この動きはマイクロ波・ミリ波領域から, 上は THz 波・光波領域に, 下は音波領域にまでスペクトルを拡大している.

一方, 無線通信の世界では携帯端末の小形軽量化と通信速度の向上が求められており, 広帯域動作が可能な小形アンテナへの需要が高まっている. アンテナの小型化はリアクタンス成分の急増を意味しており, これを効率よく打ち消す技術として non-Foster 素子 (負のコンデンサや負のコイル) が注目され始めている. 本講座では, これら2種類の技術について紹介するとともに, その融合の結果として得られる非分散性メタ材料について言及する.

## 2. 伝送線路理論

### (a) 平面波と波動方程式

一般に, 誘電率 $\epsilon$ , 透磁率 $\mu$ の媒質中を伝搬する電磁波は次の Maxwell 方程式を満たす.

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon \mathbf{E}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \mathbf{H} \quad (1)$$

これを  $xyz$  直交座標系において成分展開すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j\omega\epsilon E_x, & \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -j\omega\mu H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\epsilon E_y, & \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -j\omega\mu H_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j\omega\epsilon E_z, & \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -j\omega\mu H_y \end{aligned} \right\} (2)$$

となる.

$z$  軸方向に伝搬する平面波を仮定すると, 電界と磁界は  $xy$  面内において一様であるため,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

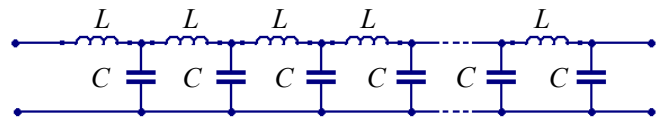
が成り立つ. これを(2)に適用すると,

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial H_y}{\partial z} &= j\omega\epsilon E_x, & \frac{\partial E_y}{\partial z} &= j\omega\mu H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} &= j\omega\epsilon E_y, & \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -j\omega\mu H_y \\ E_z &= H_z = 0 \end{aligned} \right\} (4)$$

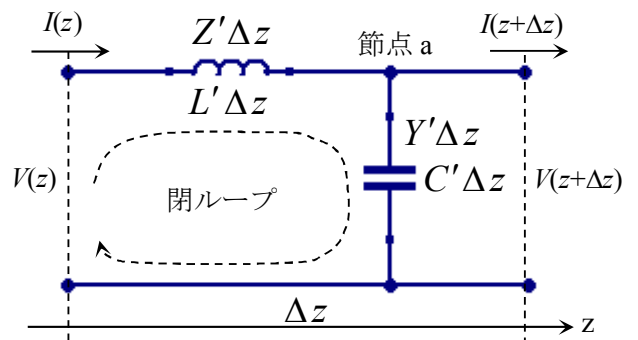
を得る. この式は誘電率 $\epsilon$ , 透磁率 $\mu$ の媒質中を  $z$  軸方向に伝搬する平面波を表す.

### (b) 伝送線路の等価回路

伝送線路中を伝搬する信号は, 周波数が高くなるにつれて線路中を伝わり難くなる. 同時に, 線路を構成する一方の電線からもう一方の電線へと信号が漏れ出し安くなる. 前者の性質が電子部品のコイルに似ていることから, これを直列誘導性と呼び, 等価回路では線路に直列にコイルを入れて表現する. 一方, 後者はコンデンサの性質に似ていることから, これを並列容量性と呼び, 線路に並列にコンデンサを挿入する. 無損失な伝送線路を仮定すると, その等価回路は図 1(a)になる.



(a) 無損失伝送線路の等価回路



(b) 長さ $\Delta z$ の線素

図1 右手系伝送線路の等価回路

ここで, 単位長さあたりの伝送線路のインダクタンスを  $L'$ , キャパシタンスを  $C'$  と書く. 図 1(b)の微小な長さ $\Delta z$ の伝送線路 (線素) に注目すると, 線路のインダクタンスは  $L'\Delta z$ , キャパシタンスは  $C'\Delta z$  と表せる. 線路に沿って  $z$  軸を定義し, 線路の左端を入力ポート, 右端を出力ポートと見て, 各ポートにおける電圧と電流をそれぞれ  $V(z)$ ,  $I(z)$ ,  $V(z+\Delta z)$ ,

$I(z+\Delta z)$ のように与える．以下では，より一般的な表現として，単位長さあたりの直列インピーダンスを  $Z'$ ，並列アドミッタンスを  $Y'$ として解析を進める．すなわち，この例では，

$$Z' = j\omega L', \quad Y' = j\omega C' \quad (5)$$

である．

図の破線で示す閉ループにキルヒホッフの電圧則を，節点 a に電流則を適用すると次式を得る．

$$\left. \begin{aligned} V(z) &= Z'\Delta z I(z) + V(z + \Delta z) \\ I(z) &= Y'\Delta z V(z + \Delta z) + I(z + \Delta z) \end{aligned} \right\} (6)$$

これを整理すると

$$\left. \begin{aligned} -\frac{V(z + \Delta z) - V(z)}{\Delta z} &= Z' I(z) \\ -\frac{I(z + \Delta z) - I(z)}{\Delta z} &= Y' V(z + \Delta z) \end{aligned} \right\} (7)$$

となる．さらに極限  $\Delta z \rightarrow 0$  をとり，微分表現に書き改める．

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V(z)}{\partial z} &= Z' I(z) \\ -\frac{\partial I(z)}{\partial z} &= Y' V(z) \end{aligned} \right\} (8)$$

(8)の上式を  $z$  で微分し，その右辺に(8)の下式を代入すると次の電信方程式 (Telegraph Equation) を得る．

$$\frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} + \beta^2 V(z) = 0 \quad (9)$$

ただし， $\beta$ は位相定数で  $\beta = \sqrt{-Z'Y'}$  である．

(9)の一般解は，係数を  $V_1, V_2$  とすると，

$$V(z) = V_1 e^{-j\beta z} + V_2 e^{j\beta z} \quad (10)$$

同様に，電流は，(8)の上式を用いると，

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V_1 e^{-j\beta z} - V_2 e^{j\beta z}) \quad (11)$$

となる． $Z_0$ は特性インピーダンスで，

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \quad (12)$$

である．

さて，(10)，(11)の第1項は座標軸上を  $+z$  方向に伝搬する波であり，第2項は  $-z$  方向に伝搬する波である．

少々脱線する．例えば，(10)には時間項が省略されている．これを明示的に書けば，

$$\begin{aligned} V(z, t) &= V(z) e^{j\omega t} \\ &= V_1 e^{-j\beta z} e^{j\omega t} + V_2 e^{j\beta z} e^{j\omega t} \\ &= V_1 e^{-j\beta(z - \frac{\omega}{\beta}t)} + V_2 e^{j\beta(z + \frac{\omega}{\beta}t)} \end{aligned} \quad (13)$$

となる．ここで，(13)の第1項は  $V_1 e^{-j\beta z}$  の波形を  $+z$  方向に  $\omega/\beta$  だけ平行移動させたもので，時刻  $t$  とともにその平行移動量が増加する (すなわち，時刻とともに  $+z$  方向に伝搬)．一方，第2項は  $V_2 e^{j\beta z}$  の波形を  $-z$  方向に  $\omega/\beta$  だけ平行移動させたもので，こちらも時刻  $t$  とともに平行移動量が増える (すなわち，時刻とともに  $-z$  方向に伝搬)．このように考えれば，波の伝搬の向きが容易に理解できるであろう．

### (c) 材料定数 ( $\epsilon, \mu$ ) と回路定数 ( $C', L'$ ) の関係

導出した(4)と(8)を見てみよう．いずれも波の伝搬を表す式であるが，(4)は材料定数をもとに，(8)は回路定数をもとに記述されている．(4)における電界，磁界の単位は V/m, A/m であり，(8)における電圧，電流の単位は V, A であるから，(4)を単純に線積分すれば，これに対応する電圧，電流が求まる．そのため，これらの式は互いに対応しており，次のような係数比較が行える．

$$j\omega\mu \leftrightarrow Z', \quad j\omega\epsilon \leftrightarrow Y' \quad (14)$$

通常の伝送線路の場合，(5)より次の関係が成り立つ．

$$\epsilon = C', \quad \mu = L' \quad (15)$$

すなわち，(15)の関係があれば，誘電率  $\epsilon$ ，透磁率  $\mu$  の媒質中を伝搬する波は，単位長さあたりキャパシタンス  $C'$  (F)，インダクタンス  $L'$  (H)の伝送線路中を伝わる波として解釈しても良いことを示唆している．

### (d) 右手系伝送線路のパラメータ

前節(c)で述べた関係は，直列誘導性と並列容量性をもつ通常の伝送線路のものである．このような線路は，次ページ以降で紹介する左手系伝送線路，右手系/左手系複合伝送線路と対比させて**右手系伝送線路 (Right-Handed Transmission Line, RH TL)**と呼ぶ．線路の特性インピーダンス  $Z_0$ ，位相定数  $\beta$ はいずれも伝送線路の構造によって決まるパラメータで， $C', L'$  を選ぶことにより所望の伝送特性を実現できる．

得られた位相定数 $\beta$ を用いて波長 $\lambda_g$ , 位相速度 $v_p$ , 群速度 $v_g$ といった伝送線の諸特性を知ることが出来る。

- 特性インピーダンス  $Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$
- 位相定数  $\beta = \sqrt{-Z'Y'} = \omega\sqrt{L'C'}$
- 波長  $\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{L'C'}}$
- 位相速度  $v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$
- 群速度  $v_g = \left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$

- 特性インピーダンス  $Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$
- 位相定数  $\beta = \sqrt{-Z'Y'} = -\frac{1}{\omega\sqrt{L'C'}}$
- 波長  $\lambda_g = \frac{2\pi}{|\beta|} = 2\pi\omega\sqrt{L'C'}$
- 位相速度  $v_p = \frac{\omega}{\beta} = -\omega^2\sqrt{L'C'}$
- 群速度  $v_g = \left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right)^{-1} = +\omega^2\sqrt{L'C'}$

これらの式より位相定数 $\beta$ が負, 位相速度 $v_p$ が負, 群速度 $v_g$ が正になることから, 波の伝搬方向とは逆に位相が動く**後進波 (バックワード波)**が伝搬することがわかる。

### 3. 分散性 CRLH 伝送線路

2004年, 真田らは伝送線路理論を大幅に拡張した**左手系/右手系複合伝送線路 (Composite Right/Left-Handed Transmission Line, CRLH TL)**理論を発表し, 電磁メタマテリアル研究の発展に大いに貢献した[1]. 以下に, **左手系伝送線路 (Left-Handed Transmission Line, LH TL)**とCRLH TLについて紹介する。

#### (a) 左手系伝送線路

右手系伝送線路とは逆に, 直列にコンデンサ, 並列にコイルを配置した図2(a)の伝送線路モデルを考える。このとき, (14)の関係より,

$$Z'\Delta z = \frac{1}{j\omega(C'/\Delta z)} = j\omega\mu\Delta z \quad (16)$$

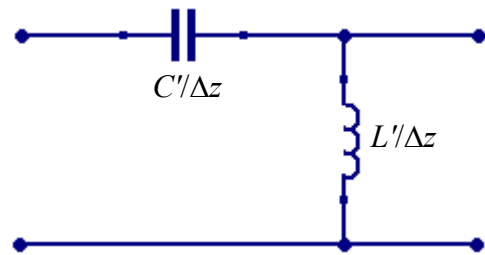
$$Y'\Delta z = \frac{1}{j\omega(L'/\Delta z)} = j\omega\varepsilon\Delta z \quad (17)$$

が成り立ち, 次の関係を得る。

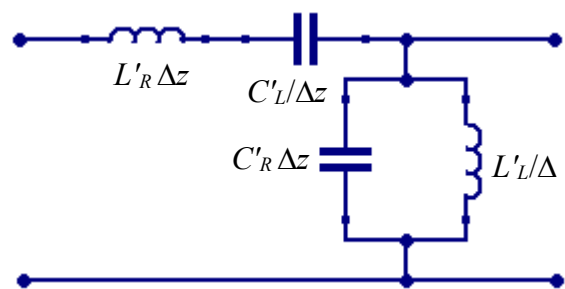
$$\varepsilon = -\frac{1}{\omega^2 L'}, \quad \mu = -\frac{1}{\omega^2 C'} \quad (18)$$

インダクタンス $L'$ , キャパシタンス $C'$ はともに正の値をとることから, (18)は誘電率 $\varepsilon$ , 透磁率 $\mu$ が同時に負になることを意味している。

左手系伝送線路の線路パラメータを節2(d)に倣って整理すると次のようになる。



(a) 左手系伝送線路



(b) 左手系/右手系複合伝送線路

図2 伝送線路の等価回路

#### (b) 右手系/左手系複合伝送線路

左手系伝送線路を実現する完全な材料は自然界には存在せず, 金属は必ず上述の直列誘導性と並列容量性を示す。そのため, 自然界にあるものを利用して左手系線路を作れば, そこには必ず右手系の特性を含まれることになる。このような左手系と右手系の特性を併せ持つ伝送線路を**右手系/左手系複合伝**

送線路と呼び、図 2(b)のような等価回路で表現する。回路定数の添え字は、 $L$  が左手系の寄与を、 $R$  が右手系の寄与を表している。このとき、(14)の関係から、

$$Z'\Delta z = j\omega L'_R \Delta z + \frac{1}{j\omega(C'_L/\Delta z)} = j\omega\mu\Delta z \quad (19)$$

$$Y'\Delta z = j\omega C'_R \Delta z + \frac{1}{j\omega(L'_L/\Delta z)} = j\omega\varepsilon\Delta z \quad (20)$$

が成り立ち、その結果として次を得る。

$$\varepsilon = C'_R - \frac{1}{\omega^2 L'_L}, \quad \mu = L'_R - \frac{1}{\omega^2 C'_L} \quad (21)$$

より、周波数が低いとき ( $\omega$  が小さいとき)、 $\varepsilon$  と  $\mu$  の第 2 項目が支配的となり、 $\varepsilon$  と  $\mu$  は負になる。一方、周波数が高くなるにつれて第 1 項目が支配的となり、正の値をとる。換言すれば、低い周波数では左手系の寄与が、高い周波数では右手系の寄与が支配的になるといえる。特に、平衡条件  $L'_R/L'_L = C'_R/C'_L$  が成り立つとき、CRLH TL の線路パラメータは次のようになる。

- 特性インピーダンス
 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{L'_L}{C'_L}} = \sqrt{\frac{L'_R}{C'_R}}$$
- 位相定数
 
$$\beta = \sqrt{-Z'Y'} = \omega\sqrt{L'_R C'_R} - \frac{1}{\omega\sqrt{L'_L C'_L}}$$
- 波長
 
$$\lambda_g = \frac{2\pi}{|\beta|} = \frac{2\pi}{\left| \omega\sqrt{L'_R C'_R} - \frac{1}{\omega\sqrt{L'_L C'_L}} \right|}$$
- 位相速度
 
$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{s(\omega)\omega}{\text{Re}\left[ \sqrt{\omega^2 L'_R C'_R + \frac{1}{\omega^2 L'_L C'_L} - \left( \frac{L'_R}{L'_L} + \frac{C'_R}{C'_L} \right)} \right]}$$
- 群速度
 
$$v_g = \left( \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{L'_R C'_R} + \omega^2 \sqrt{L'_L C'_L}}$$

以上の式からもわかるように、CRLH TL は位相定数が負になる周波数帯域で波動の伝搬方向に対して位相が逆に動く後進波が伝搬する。この特異な位相

特性を積極的に利用して、2 周波動作デバイス、動作帯域の広帯域化、180 度の広角ビームスキニングが可能漏れ波アンテナなど、さまざまな興味深い高周波デバイスが生み出された[2]。しかし、少々穿った見方をすれば、従来の左手系メタ材料は特定の帯域でしか左手系特性が得られず、そこには必ず周波数依存性が付きまとった。周波数依存性のないメタ材料を作ることはできるのか？ この問への回答は未だ難しいが、次章では non-Foster 素子を実装した CRLH TL の特性を見てみよう。

#### 4. 非分散性 CRLH 伝送線路理論

##### (a) Foster のリアクタンス理論と non-Foster 素子

1924 年、R. M. Foster は、「損失の無い 2 端子デバイスを受動素子で構成すると、リアクタンスの周波数微分値は必ず正の値をとる」との理論を提唱した[3]。これは **Foster のリアクタンス理論** と呼ばれるもので、負のキャパシタや負のインダクタを受動素子を用いて損失無く構成することができないことを意味している。

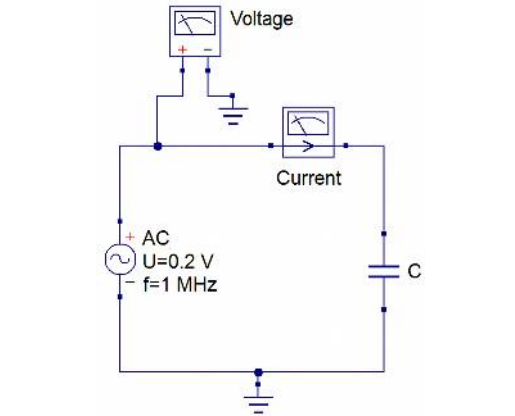
これに対して、能動素子を用いて負のキャパシタや負のインダクタを実現しようとする研究がある。能動素子を用いる点で、もはや Foster のリアクタンス理論の条件からは外れるものの、このような負性素子ではリアクタンスの周波数微分値が負になることから、広く **non-Foster 素子** と呼ばれている。

##### (b) non-Foster 素子の振る舞い

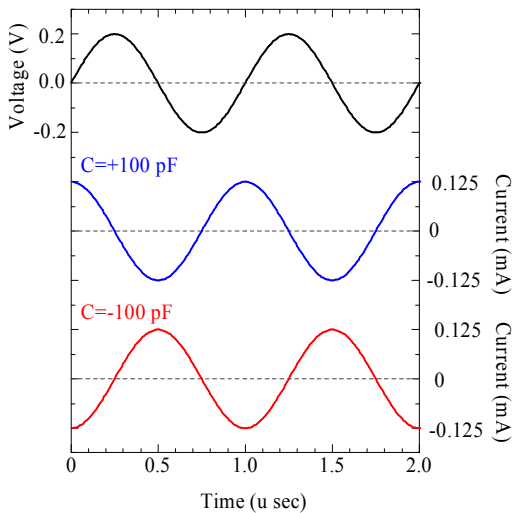
non-Foster 素子は、通常素子とは異なり、回路上で特異な振る舞いを見せる。通常素子との差異を知るため、図 3 のように振幅 0.2V、周波数 1MHz の信号源にコンデンサを接続し、回路に生じる電圧と電流の時間応答波形を観察する。図 3 のグラフは上から順に、コンデンサの両端にかかる電圧、コンデンサのキャパシタンス  $C$  が正 (+100pF) のときの電流、 $C$  が負 (-100pF) であるときの電流である。電圧波形が最小値 (-0.2V) から最大値 (+0.2V) へと上昇する過程を注目すると、正  $C$  を接続したとき電流が正の値を示す。これは電源からコンデンサに向かって充電電流が流れることを意味している。一方、負の  $C$  を接続したときは、このタイミングで充電電流の値が負になる。これは充電のタイミングであるにもかかわらず放電現象を起こすことを意味している。

このような奇異な素子を作るためには、入力電圧に対して振幅が 2 倍の逆符号電圧を発生させ、この電圧を強制的に入力側に押し戻すか、あるいは 2 倍

の逆方向電流を発生させて入力に戻す必要がある。それゆえ能動素子が必要不可欠となる。この「2倍返し」を実現する回路として注目を集めているのが負性インピーダンス変換器 (Negative Impedance Converter, NIC) である。



(a) 回路構成



(b) 電圧計, 電流計の時間応答波形

図3 正のキャパシタ, 負のキャパシタに振幅 0.2V, 周波数 1MHz の交流信号を加えたときの時間応答

**(c) non-Foster 素子を実装した非分散性 CRLH TL[4]**

従来の CRLH TL は節 3(c) に述べたように周波数依存性を持っていたが, 線路に直列に挿入したキャパシタンス  $C'_L \Delta z$  の代わりに負性インダクタンス  $(-L'_{non-F}) \Delta z$  を, また, 並列に挿入したキャパシタンス  $L'_L \Delta z$  の代わりに負性キャパシタンス  $(-C'_{non-F}) \Delta z$  を図 4 のように配置する。このときの線素の直列インピーダンスと並列アドミッタンスは,

$$Z' \Delta z = j\omega L'_R \Delta z + j\omega (-L'_{non-F}) \Delta z = j\omega \mu \Delta z \quad (22)$$

$Y' \Delta z = j\omega C'_R \Delta z + j\omega (-C'_{non-F}) \Delta z = j\omega \varepsilon \Delta z \quad (23)$  となる。従って, (14) より次の関係を得る。

$$\varepsilon = C'_R + (-C'_{non-F}), \quad \mu = L'_R + (-L'_{non-F}) \quad (24)$$

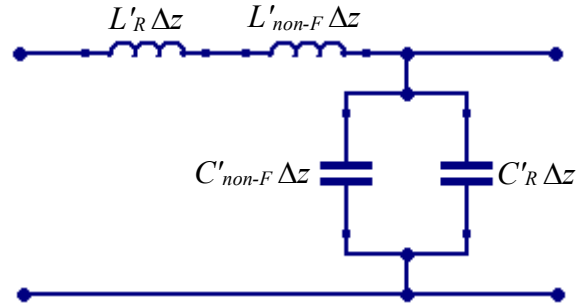


図4 non-Foster 素子を実装した非分散性 CRLH TL の L 型等価回路

これは, 上述の左手系伝送線路(18)や左手系/右手系複合伝送線路(21)の場合とは異なり, 誘電率  $\varepsilon$  と透磁率  $\mu$  が周波数依存性を持たないことを意味している。このときの線路のパラメータは以下のようになり, 特性インピーダンス  $Z_0$ , 位相速度  $v_p$ , 群速度  $v_g$  はいずれも周波数に対して独立となる。さらに, 負性キャパシタンス  $-C'_{non-F}$  や負性インダクタンス  $-L'_{non-F}$  の値を適切に選べば, 理論上は位相速度や群速度を無限に大きくできることもわかる。

- 特性インピーダンス
 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{L'_R + (-L'_{non-F})}{C'_R + (-C'_{non-F})}}$$
- 位相定数
 
$$\beta = \sqrt{-ZY'} = \omega \sqrt{\{L'_R + (-L'_{non-F})\} \{C'_R + (-C'_{non-F})\}}$$
- 波長
 
$$\lambda_g = \frac{2\pi}{|\beta|} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\{L'_R + (-L'_{non-F})\} \{C'_R + (-C'_{non-F})\}}}$$
- 位相速度
 
$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\{L'_R + (-L'_{non-F})\} \{C'_R + (-C'_{non-F})\}}}$$
- 群速度
 
$$v_g = \left( \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\{L'_R + (-L'_{non-F})\} \{C'_R + (-C'_{non-F})\}}}$$



**(d) non-Foster 型非分散性 CRLH TL の振る舞い**

non-Foster 素子を実装した非分散 CRLH 伝送線路にはどのような波動が伝搬するであろうか. ここでは, Ansys HFSS の 3 次元電磁界シミュレータを利用して, 伝搬波形の可視化を行ってみる.

図 5(a)に示すように, 長さ 20mm, 厚み 1.6mm, 比誘電率 4.4 の FR4 基板上に幅 3.0mm のマイクロストリップ線路を描き, 線路上に微小なギャップを与えて, 線路上に直列に集中定数インダクタ  $L$  を, また信号ラインと接地導体との間に集中定数コンデンサ  $C$  を与えて, これをユニットセルとする. このユニットセルを 10 個直列に接続したモデルの通過特性  $|S_{21}|$  と群遅延  $\tau_g$  を計算する. 各ユニットセルに実装する  $(L, C)$  の組み合わせを  $(+8\text{nH}, +4\text{pF})$ ,  $(+4\text{nH}, +2\text{pF})$ ,  $(-4\text{nH}, -2\text{pF})$ ,  $(-8\text{nH}, -8\text{pF})$  としたときの解析結果を図 5(b), (c)に示す. 群遅延は, その定義から,

$$\tau_g = -\frac{\partial \phi}{\partial \omega} = l \frac{\partial \beta}{\partial \omega} = l \sqrt{\{L'_R + (-L'_{non-F})\} \{C'_R + (-C'_{non-F})\}} \quad (25)$$

で与えられる. ただし,  $l$  は伝送線路長である.

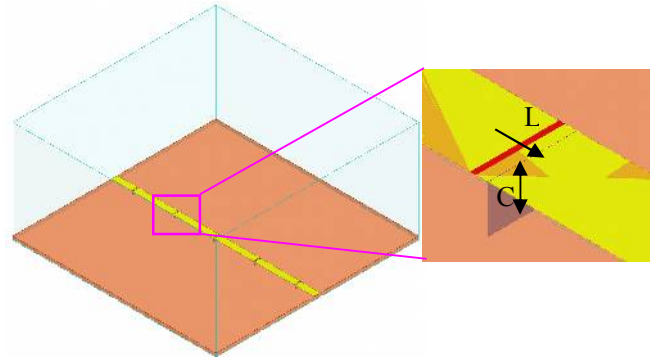
理論上, 線路が元来持つ直列インダクタンスや並列キャパシタンスに, non-Foster 素子の値を近づけると, (25)の分母が限りなく小さくなり, 群遅延はゼロに近づく. さらに,  $-L'_{non-F}$ ,  $-C'_{non-F}$  の負値をさらに強めると群遅延は負の値へとシフトする. これは後進波が伝搬することを意味する.

それでは, 上述の  $(L, C)$  の組み合わせにおいて, 線路上の電界がどのような時間応答を見せるかを図 6 で見てみよう. 線路は 10 ユニットセル構成で, 左端より 500MHz の波を励振している.  $(+8\text{nH}, +4\text{pF})$ ,  $(+4\text{nH}, +2\text{pF})$ ,  $(-4\text{nH}, -2\text{pF})$  の組み合わせでは, いずれも波動が時間とともに左から右へと移動することから前進波が伝搬することがわかる. これに対して,  $(-8\text{nH}, -8\text{pF})$  のときは波が時間とともに後退することから後進波が伝搬することが見て取れる. これらの結果は, 図 5(c)の群遅延特性の符号からも理解できる. さらに, 波長について見ると,  $(L, C)$  の値が大きくなるにつれて波長圧縮効果が強くなることも確認できる.

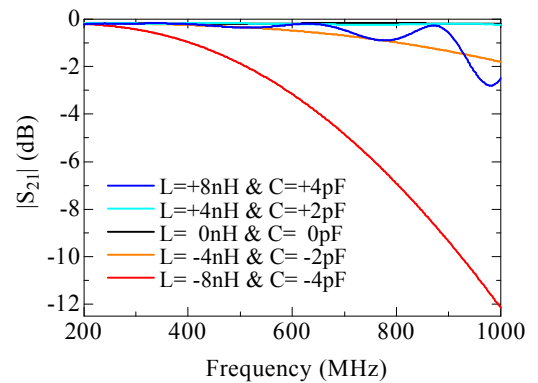
このように non-Foster 型 CRLH 伝送線路は左手系メタ材料としての特性を持つことが確認できた. しかし, 従来型 CRLH TL との根本的な違いは, non-Foster 型 CRLH TL が理論的には分散性をもたないという点である. 著者はこれに非常に心惹かれるものを感じている.

**5. 負性インピーダンス変換器**

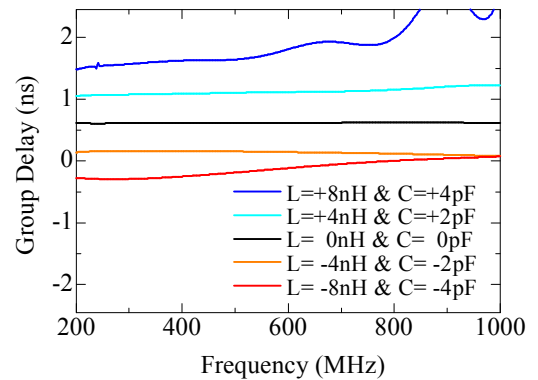
non-Foster 素子を実現する方法として, 負性インピ



(a) non-Foster 素子を実装した解析モデル

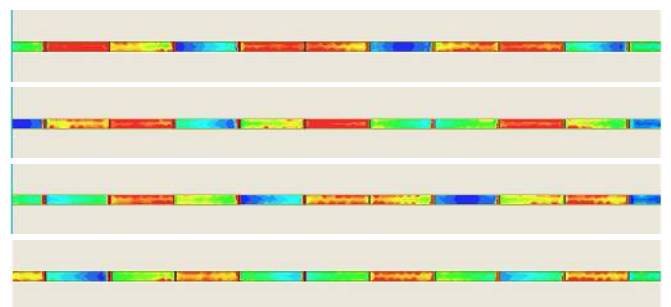


(b) 通過特性

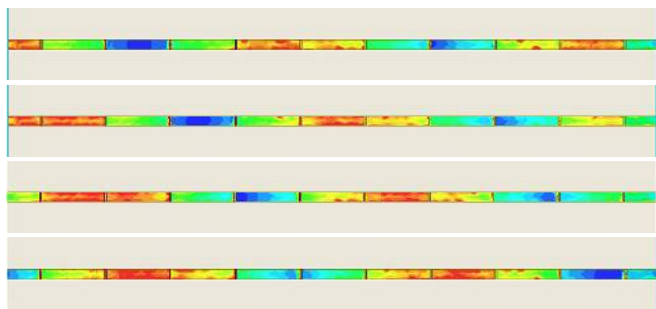


(c) 群遅延特性

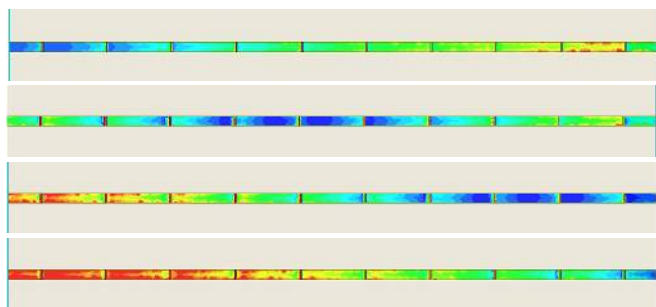
図 5 non-Foster 素子を実装した非分散性 CRLH 伝送線路のモデルと伝送特性



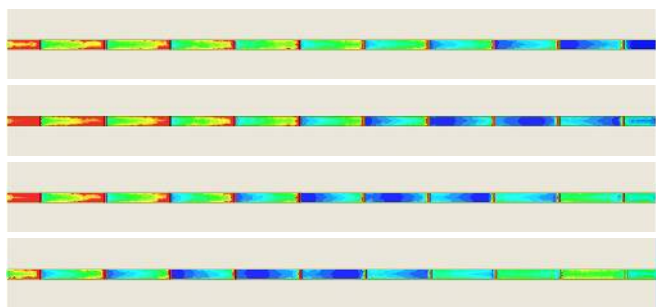
(a)  $C=+4\text{pF}$ ,  $L=+8\text{pF}$



(b)  $C=+2\text{pF}$ ,  $L=+4\text{pF}$



(c)  $C=-2\text{pF}$ ,  $L=-4\text{pF}$



(d)  $C=-4\text{pF}$ ,  $L=-8\text{pF}$

図 6 non-Foster 素子を実装した非分散性 CRLH TL (10 ユニットセル構成)を左端より 500MHz の波で励振したとき電界分布. 個々において, 上から順に位相角 0 度, 30 度, 60 度, 90 度の時間応答に対応.

ードランス変換器 (Negative Impedance Converter, NIC) を使用するのが一般的である. NIC は能動素子と正帰還回路で構成される発振しやすい回路である. NIC 研究においては, 今も現在進行形でその安定化が進められている. ここでは, 代表的な 3 種類の NIC について, 回路構成とその原理を説明する.

#### (a) Perry の負性インピーダンス変換器

図 7 は A. K. Perry が提案した NIC 回路[5]の原理図で, 電圧増幅度  $A_v$  の増幅器と, その出力を負荷  $Z_L$  を介して入力に戻すフィードバック回路から成る. 入力ポートの電圧を  $v_{in}$ , 電流を  $i_{in}$  とすると, 入力電圧は増幅器により  $A_v$  倍されて出力されるため,

$$v_b = A_v v_{in} \quad (26)$$

が成り立つ. また, 一般に増幅器の入力インピーダンスは非常に高いため, 電流  $i_{in}$  がすべて  $Z_L$  に流れ込むと仮定すると,  $Z_L$  に関してオームの法則より,

$$v_{in} - v_b = Z_L i_{in} \quad (27)$$

が成り立つ. これらの式より  $v_b$  を消去すると,

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{1}{1 - A_v} Z_L \quad (28)$$

となり,  $A_v=2$  に設定することにより, この回路が負荷  $Z_L$  の符号を反転する NIC として動作することがわかる.

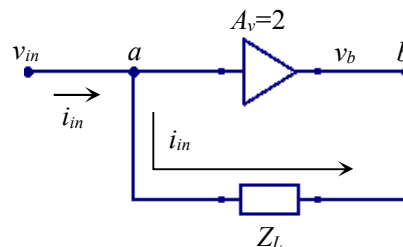


図 7 A. K. Perry の負性インピーダンス変換器[5]

#### (b) Linvill の負性インピーダンス変換器

図 8 に J. G. Linvill が提案した Floating NIC と Grounded NIC を紹介する[6]. いずれの回路も 2 個のトランジスタと負荷  $Z_L$  で構成されている. 実際の回路にはトランジスタを動作させるためのバイアス回路や, 発振を抑えるためのフィルタ回路が挿入されるが, 回路の動作原理を理解することを目的に, ここではその記述を省いている. また, トランジスタの各端子には直流のバイアス電圧がかかるが, これを無視して交流波形の動きだけを追うことにする. すなわち, トランジスタが正常に動作しているとき, ベース・エミッタ間には一定の電位差 (0.65V~0.7V 程度) が必ず生じるが, 交流波形のみを見た場合, ベースにおける交流波形はエミッタのそれとまったく同じ振幅と位相で動くことになる. さらに, ベース抵抗が非常に大きく, ベース端子には電流が流れ込まないものとする. 以上のような仮定の下で, 交流に関する関係式を導いてみよう.

図 8(a) の下端に配置された端子における交流電圧をそれぞれ  $v_1$ ,  $v_2$  とし, 端子 1 に流れ込む交流電流を  $i_1$  とする. また, 負荷  $Z_L$  の両端の交流電圧をそれぞれ  $v_a$ ,  $v_b$  とする. 上の仮定より, トランジスタ  $Tr_1$ ,  $Tr_2$  のエミッタとベースの交流電圧が等しいため,



$$v_1 = v_b \quad (29)$$

$$v_2 = v_a \quad (30)$$

が成り立つ。また、電流  $i_l$  はベースを流れないため、 $Tr_1$  のエミッタから入った  $i_l$  はコレクタへと進み、 $Z_L$  を通って、 $Tr_2$  のコレクタからエミッタへと進む。従って、 $Z_L$  に関してオームの法則を適用すると、

$$v_a - v_b = v_2 - v_1 = Z_L i_l \quad (31)$$

が成り立つ。このとき、端子 1, 2 から見た入力インピーダンスは、

$$Z_{in} = \frac{v_1 - v_2}{i_1} = -Z_L \quad (32)$$

となり、負荷  $Z_L$  を符号反転できる。この NIC 回路は、端子 1, 2 のいずれかを接地する必要が無いことから **floating NIC** と呼ばれ、アンテナ・送受信機間に NIC 回路を挿入して **non-Foster 整合回路** として動作させることも可能である[7,8]。

次に、図 8(b) は入力端子の一方が接地された状態で使用されることを想定して設計された NIC 回路で、**Grounded NIC** と呼ばれるものである。図 8(a) と同様に考えると、トランジスタ  $Tr_1$ ,  $Tr_2$  のエミッタ、ベース端子電圧は個々に交流的に等しく、

$$v_{in} = v_b \quad (33)$$

$$v_c = v_d \quad (34)$$

が成り立つ。また、入力端子から入った電流  $i_{in}$  は  $Tr_1$  のエミッタからコレクタへと流れ、節点  $c$  においては  $Tr_2$  のベースに流れ込むことなく、すべて  $Z_L$  へと流れる。その結果、 $Z_L$  に関して次の関係を得る。

$$v_c = Z_L i_{in} \quad (35)$$

また、抵抗  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $Tr_2$  のコレクタ・エミッタ間をループを描いて流れる電流を  $i_R$  とすると、抵抗  $R_1$ ,  $R_2$ , において次の 2 式が成り立つ。

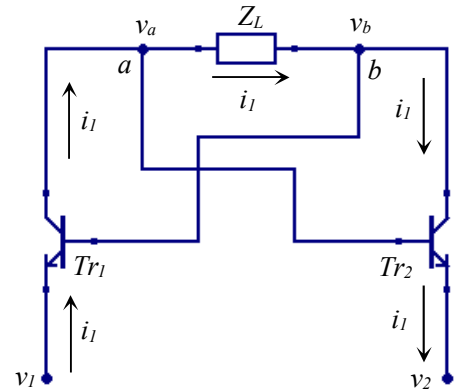
$$v_b = -R_1 i_R \quad (36)$$

$$v_d = R_2 i_R \quad (37)$$

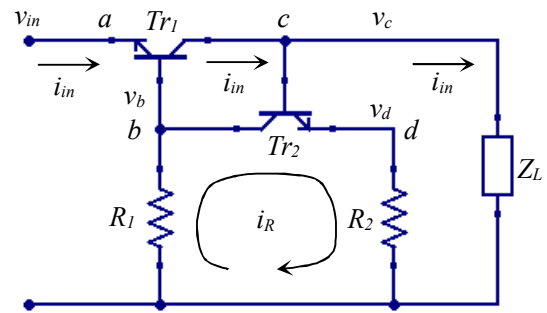
以上の 5 式を連立させて解くと次の関係が求まる。

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = -\frac{R_1}{R_2} Z_L \quad (38)$$

ここで  $R_1=R_2$  と選べば、この回路も他の NIC 回路同様に負荷  $Z_L$  の符号反転が可能であることがわかる。



(a) Floating NIC



(b) Grounded NIC

図 8 Linvill の負性インピーダンス変換器[6]

### (c) オペアンプ型負性インピーダンス変換器

最後に、図 9 にオペアンプを使用した NIC 回路を紹介する[9]。理想的なオペアンプでは黄金即と呼ばれる次の近似が成り立つ。

- 端子の入力インピーダンスが無限大
- 出力インピーダンスがゼロ
- 増幅度が無限大

増幅度が無限大であることから、

- 反転・被反転端子が等電位 (仮想短絡)

も成り立つ。そこで、図のように電圧と電流を定義し、これらの条件を適用すると次式を得る。

$$v_{in} - v_c = R_1 i_1 \quad (39)$$

$$v_c - v_b = R_2 i_2 \quad (40)$$

$$v_{in} = R_3 i_3 \quad (41)$$

$$i_2 = v_b \left( \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{R_4} \right) \quad (42)$$

$$v_{in} = v_a = v_b \quad (43)$$

$$i_{in} = i_1 + i_3 \quad (44)$$

これらを解くと、回路の入力インピーダンスは、

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{1}{-\frac{R_2}{R_1} \left( \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{1}{R_3}} \quad (45)$$

となる。さらに、

$$R_1 = R_2, \quad R_3 = R_4 \quad (46)$$

の条件を与えると、

$$Z_{in} = -Z_L \quad (47)$$

となり、NIC 回路の動作が得られる。

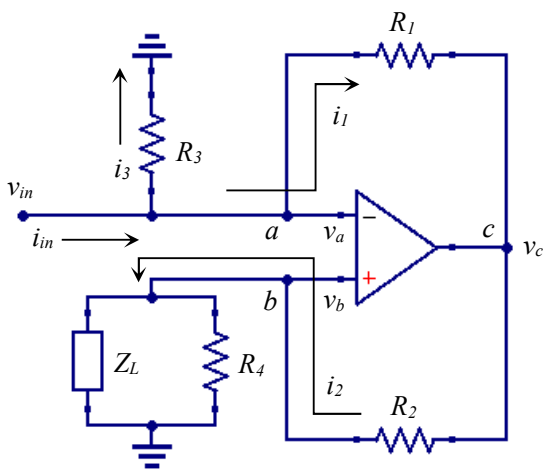


図9 オペアンプ型負性インピーダンス変換器[9]

## 6. まとめ

NIC 回路に関しては、欧米諸国を中心に研究が進められている。しかし、いずれの回路も正帰還を伴う能動回路であり、常に発振とは隣り合わせである。

著者の研究グループで行った数々の実験から述べると、Perry の NIC (図7) は、周波数が高くなると帰還回路の位相特性が設計値から外れるため、高周波化が困難であり、特性が得られるのは高々10MHz程度である[10]。Linville の NIC (図8) では800MHz近くまで安定な動作を得ることができているが、NIC 自体が作り出す抵抗成分を減らす工夫が必要がある[11]。オペアンプ型 NIC (図9) は、オペアンプや回路の寄生成分が影響するため、理論通りの結果を得るのは難しく、外部に接続する素子のパラメータ調整が必要である[12]。

音声領域では1988年よりYAMAHAがサブウーハーにNIC技術を採用し、YST (YAMAHA Active Servo Technology) の名称で商品化に成功している。高周波の世界ではnon-Foster素子の研究は始まったばかりである。安定で広帯域なnon-Foster素子をNIC技術を用いて小形に実現できれば、産業界に与えるイン

パクトは大きいものになるであろう[13]。ここで紹介した非分散性CRLH TLはまだまだ夢物語ではあるが、本講座をきっかけにnon-Foster素子やNIC技術に関心をお持ちいただける研究者が増えることを心より願っている。

## 文献

- [1] A. Sanada, C. Caloz, and T. Itoh, "Characteristics of the composite right/left-handed transmission lines", *IEEE Microwave Wireless Compon. Lett.*, vol.14, no.2, pp.68-70, Feb. 2004.
- [2] C. Caloz, T. Itoh, "Electromagnetic metamaterials : Transmission line theory and microwave applications," Wiley-interscience, 2006.
- [3] R. M. Foster, "A reactance theorem," *Bell Syst. Tech., J.*, vol.3, pp.259-267, 1924.
- [4] R. Matsubara, Y. Horii, "Reduction of group delay of microstrip lines with a non-Foster negative capacitance for future ENZ / ENG applications," *IEEE AP-S/URSI 2015*, MO-A2.2A.8, July 2015.
- [5] A. K. Perry, "Broadband antenna systems realized from active circuit conjugate impedance matching," M.S. Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, Sept. 1973.
- [6] J. G. Linville, "Transistor negative impedance converters," *Proc.IRE*, vol.41, pp.725-729, June 1953.
- [7] S. E. Sussman-Fort, R. M. Rudish, "Non-Foster impedance matching of electrically-small antennas," *Trans.Ant.&Prop.*, vol.57, no.8, pp.2230-2241, Aug. 2009.
- [8] K. S. Song, "Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas," *Dissertation of Electrical and Computer Engineering*, The Ohio State University, 2011.
- [9] 高木, 堀井, 「オペアンプ Negative Impedance Converter(NIC)による Non-Foster 素子の実現」, 信学会マイクロ波研究会, 信学技法, pp.165-169, 2014年12月.
- [10] T. Kaneko, Y. Horii, M. Akiyama, "A novel negative impedance converter with an emitter follower circuit for stable non-Foster elements," *EuMC2014*, Proceedings, pp.988-991, Oct. 2014.
- [11] T. Kaneko, Y. Horii "Self-cancellation of undesired resistance of negative impedance converters for purely reactive non-Foster elements," *IEEE AP-S/URSI 2015*, MO-A2.2A.9, July 2015.
- [12] S. Yamanaka, K. Matsumoto, Y. Horii, "Theoretical study on operational-amplifier-based negative impedance converters with symmetrically allocated impedance elements," *APMC2015*, proceedings, Nov. 2015 (to be published).
- [13] Y. Horii, "Prospective of negative impedance converters for device fingerprint technology," *5th Korea-Japan Metamaterial Forum*, June 2015.

## 著者紹介

堀井康史, 関西大学, 教授, horii@kansai-u.ac.jp. 1994.3 大阪大学工学研究科通信工学専攻博士後期課程修了. 博士(工学). 1994 関西大学総合情報学部助手に着任. 1997 専任講師, 2000 助教授, 2007 教授. 2003 University of Victoria 客員研究員, 2004 UCLA 客員研究員, 2010 Ecole Polytechnique de Montreal 客員研究員. IEEE, 電子情報通信学会会員.