続Sパラメータ利用の落とし穴 —VNA キャリブレーションとは何か(穴にはまった人からの報告)—

A prelude to the nuts and bolts of VNA calibration

天川 修平†

Shuhei AMAKAWA[†]

+広島大学大学院先端物質科学研究科

概要 202X 年, A テスト研究所(仮名)は電源供給しなくても増幅作用を持つ(|*S*₂₁| > 1 になる)画期的なマイクロ 波素子を偶然発見した.これを受け,同社は極秘研究開発プロジェクトをスタートした….Sパラメータについて理 解が足りないと,極端な場合,この手の喜劇に見舞われかねない.Sパラメータの理解の肝となるのは VNA のキャリ ブレーションと「基準インピーダンス」だ.前者については測定装置メーカーのアプリケーションノート等,資料は いろいろあるが,基本的に「お話」しか書いてないか,式は書いてあっても説明不足で辿れないものが多い.後者に ついては解説資料も少なく,鬼門といえる.本講座では,これらの理解を目指し,やや突っ込んだ解説を試みる.

Abstract The role of VNA (vector network analyzer) calibration is to define the measurement reference planes for subsequent S-parameter measurements. Specifically, VNA calibration defines where the reference planes are and what the values of reference impedances associated with those planes are. When, if ever, do the reference impedances assume a value other than 50Ω and how? In this seminar, we will have a close look at the mechanism by which reference impedances assume a certain, possibly complex value.



Post-cal reference planes

図1 キャリブレーションは「測定の一種」である. では, キャ リブレーションにおける「被測定物」は何?



図2 ケーブル部分AとBのS行列を決定するには?



図3 キャリブレーション時 (a) と測定時 (b) のケーブルの形は 同じでなければならない.(c) は形が (a) と違うのが×.

S パラメータの測定にはベクトルネットワークアナライザー (VNA)を使う. VNA で被測定物 (device under test, DUT)を 測る前には、「キャリブレーション (校正)」を行う必要がある. キャリブレーションには以下の2つの役割がある.

(1) 測定基準面の位置を定めること.

(2) 測定基準面の基準インピーダンスを定めること. 1つ目の基準面の位置が決まるという結果に関して, 概念的に難 しい部分はないと思われる.2つ目については「基準インピー ダンスは50Ωになる」という(多くの場合正しい)結果だけは よく知られている.

では、以下の問いには答えられるだろうか?

• 基準面の位置って基本的には VNA に繋がってる同軸 ケーブルの先端のコネクタ (とか) だと思うんだけど,その位 置がずれちゃうなんてことあるの?ずれるのはどんな時?

基準インピーダンスが 50 Ω ってのは、きっと公称値でしょ?じゃあ実際の基準インピーダンスの値は何が決める?

実際の基準インピーダンスの値が 50Ω からずれてるの
 に、50Ωのつもりでいたら、どうなる?

3 つ目の問いに対する定性的な答えは言うまでもなかろう.測 定精度が落ちるのである.

キャリブレーションと測定のやり方がまずくて測定基準面の 位置がずれてしまうとか、実際の基準インピーダンスの値が 50 Ω ではないとかいった落とし穴は、常に口を開けている.ま た、オンウェハー測定等では基準インピーダンスの公称値が存 在しない場合すらある.結果的に、パッシブな素子を測ったの に $|S_{11}| > 1$ だの $|S_{21}| > 1$ だのといった測定結果が出てくる可 能性さえ出てくる.

本講座では、VNA のキャリブレーションというのが一体何 なのかをよく理解することを目指し、解説を試みる.2ポート 測定だけを考えることとし、式を辿りやすくするため大幅な単 純化^(注1)も行うが、考え方のエッセンスをつかんで、自分で簡 単なキャリブレーションプログラムを書いて数値的な実験がで きる程度の理解が得られるようにしたい、考え方さえ理解でき れば、実際のキャリブレーションは式が大仰になるだけの違い だ.また、本稿で説明することの多くは、キャリブレーション だけでなくディエンベディング(de-embedding)にも当てはま る.Sパラメータに関する基礎事項のおさらいとして、昨年の MWE 資料 [1] とそれを元にしたより詳しい解説論文 [2] をご参 照いただけるといいかもしれない.なお、素材の多くは [3] か ら持ってきた.

2. 測定基準面の位置を定める

VNA のキャリブレーションとは何か?結論から言うと,「測 定の一種」である. では, キャリブレーションにおける「被測



図4 S_A と S_B がわかれば, 生の測定値 S_X から DUT の S 行列 S_{DUT} を取り出せる. T_X = T_AT_{DUT}T_B.

定物」は何か?

キャリブレーションの作業内容には、キャリブレーション キットに含まれる複数の校正基準器(calibration standards)を VNA で測る、という操作が含まれる.最近は複数の校正基準 器を取っ替え引っ替えする代わりに、図1に示すように電子的 に複数の特性を作り出す校正基準器 Ecal (c は小文字)[4]を 使うことも多いが、原理的には同じことだ.キャリブレーショ ン後の測定基準面は、もちろんケーブル先端のコネクタ端面に なる.では、キャリブレーションにおける「被測定物」は校正 基準器かというと、それは違う.なぜなら、校正基準器の特性 は基本的に既知だからだ.ついでに言えば、キャリブレーショ ンが済んでいない「ナマの」状態で図1のような測定をしても 校正基準器の特性はわからない.つまり、校正基準器は被測定 物ではない.では、被測定物は何か?

キャリブレーションにおける「被測定物」は、図1のAとか B, つまり測定基準面に至るまでの物理的経路(ケーブル等)で ある.図1の状況は、2ポートの縦続接続として図2のように 表せる.AとBはエラーボックスとも呼ばれる^(注2).AやBの 特性を直接測ることはできないから、AとBの間に特性(S行 列 S_{STD})が既知の校正基準器 STDを接続して S_{XSTD} を測定 する.これは生の測定である.STDが数種類あれば、AとBの S行列 S_A , S_B を計算で求めることができる(具体例は §3.). 一度 S_A と S_B が決定できてしまえば、たとえばT行列(15)_{p.6} を使ってAとBの間に置いたDUTの行列も求めることができ る(図4).

$$\mathsf{T}_{\rm DUT} = \mathsf{T}_{\rm A}^{-1} \mathsf{T}_{\rm X} \mathsf{T}_{\rm B}^{-1}. \tag{1}$$

 T_X は VNA が測定する生の測定データである. キャリブレー ション完了後の測定では, VNA は (1)の計算を自動でやり, S_{DUT} を測定値として返してくれる.

さて、 $S_A \ge S_B$ を求めるには複数の校正基準器 (SHORT, OPEN, LOAD, THRU, LINE など) が必要なわけだが、校正基 準器を交換した際に A と B の特性が (ケーブルの変形等によ り)変化してしまってはまずい (図3).また、同じことはキャ リブレーション完了後にも要求される.つまり、キャリブレー ション時から DUT 測定にかけて A と B の特性は一貫して同じ でなければならない.もし、キャリブレーションの最中または 後に A, B の特性が変化してしまうと、基準面の実効的な位置

⁽注1):たとえば、ポート1とポート2の入れ替えに対する不変性(鏡面対称性) を仮定する.励起ポートと非励起ポートの切り替えに伴う VNAの内部特性の変 化は無視する.などなど.

⁽注2):図2のAの左側のポートとBの右側のポートの位置(つまりキャリブレーション前の測定基準面)は、VNAに付いているコネクタというわけではなく、VNA内の「どこか」である.正確な位置は重要ではない.



図5 高周波プローブを利用した測定.



図6 左右対称な場合のモデル.

が動いてしまうことになる. Ecal はキャリブレーションの最中 にケーブルが変形しないという点で優れている. しかし, DUT が Ecal と同じ大きさとは限らないから, DUT に繋ぎ変えた際 にケーブルが大きく変形するようだと, 周波数が高い場合はま ずい.

3. 基準インピーダンスを定める

基準インピーダンス設定のからくりを理解するには数式を追 いかける必要があるので、 $S_A \ge S_B をどうやって求めるのか、$ 具体例で考えてみることにする. ここでは $S_A \ge S_B$ の計算法 として、TRM (thru-reflect-match) とか LRM (line-reflect-match) とか呼ばれているアルゴリズムの亜種を使う. これらは同軸系 よりはプリント基板や半導体チップでよく利用される方法であ る (図5). 式を簡単にするため、図1や図5のエラーボックス A と B が鏡面対称だと仮定し、A、B に代えて F、F と表記する ことにする (図6). F のポート 1 とポート 2 を入れ替えた物が F だ. 校正基準器として使うのは左右対称な THRU と MATCH なので、この方法を仮に「左右対称 TM」と呼ぶことにする^(注3).

THRU は、ある長さの伝送線路である. 同軸ケーブルの中継 コネクタのような長さがほぼゼロとみなせる物でもいいし、あ る程度の長さを持っていても構わない. いずれの場合にもキャ リブレーション完了後の測定基準面は THRU の中点になる^(注4). 基板上のコプレーナ線路の場合のイメージとモデルを図7 に示 す. 図7 には描かれていないが、F には同軸ケーブル、高周波 プローブ、パッド等が含まれる(図5).

MATCH は LOAD と呼ばれることも多い. MATCH は (片側



図7 左右対称 THRU のモデルと THRU の中心付近のレイア ウト例. THRU の生の測定値が S_T. T 行列で表せば, $T_T = T_F T_{q}$. 「50Ω」は VNA 内のキャリブレーション前 の基準面の基準インピーダンス.



図 8 左右対称 MATCH のモデル. MATCH の生の測定値が S_M. 左右対称 TM では,キャリブレーション後の THRU の中点の基準インピーダンスを Z_M にする.

につき) THRU の半分が(理想的には)抵抗性の終端器で終端 された物である(図8). 左右対称 TM は,この終端器のイン ピーダンス $Z_{\rm M}$ が測定基準面の基準インピーダンス $Z_{\rm ref}$ にな るように定式化されている.市販のキャリブレーションキット の $Z_{\rm M}$ の公称値は多くの場合 50 Ω だが,実際の基準インピー ダンスはあくまで $Z_{\rm ref} = Z_{\rm M}$ である.

キャリブレーションの具体的な目標は,THRU と MATCH の 生の測定値 S_T と S_M から (2) の S_F の行列要素を決定すること である.

$$S_{F(50\Omega,Z_M)} = \begin{bmatrix} S_{F11} & S_{F12} \\ S_{F21} & S_{F22} \end{bmatrix} (\pi M \mathfrak{A})$$
(2)
$$S_{F(Z_M,50\Omega)} = \begin{bmatrix} S_{F22} & S_{F21} \\ S_{F12} & S_{F11} \end{bmatrix}.$$
(3)

上の式の左辺では、下付きカッコ内に各ポートの基準インピー ダンスを明記した(表2). 左右対称 THRU の生の測定値($(17)_{p.6}$ の $S_T \approx S_F$ の行列要素で表すと($(18)_{p.6}$ となる. これは図7の 説明文にあるようにT行列を使うと簡単に導出できる. ちなみ に基準インピーダンスを明記して図6の状況を式で書くと

 $\mathsf{T}_{\mathrm{X}\,(50\,\Omega)} = \mathsf{T}_{\mathrm{F}\,(50\,\Omega,Z_{\mathrm{M}})}\mathsf{T}_{\mathrm{DUT}\,(Z_{\mathrm{M}})}\mathsf{T}_{\mathfrak{F}(Z_{\mathrm{M}},50\,\Omega)}.$ (4)

T 行列同士の掛け算で縦続接続の計算をしたければ、接続面の

⁽注3):左右対称を仮定すると,未知数が減って REFLECT は必要なくなる.教 科書で「二等分定理」について調べてみるといい.

⁽注4):同軸系の場合、コネクタがない「THRUの中点」に基準面がくるのは不 便だから、後処理で基準面をコネクタまで動かす.しかし、基板上の平面伝送線 路の場合もともとコネクタはないので、特に問題はない.片側につき「THRUの 半分」までが引き出し線ということになる.



$$\begin{split} S_{\rm F11} &= S_{\rm M11} \\ S_{\rm F22} &= \frac{S_{\rm T11} - S_{\rm M11}}{S_{\rm T21}} \\ S_{\rm F21}S_{\rm F12} &= S_{\rm T21}(1 - S_{\rm F22}^2) \end{split}$$

基準インピーダンスは一致していなければならない [1,2]. 次に左右対称 MATCH の生の測定値を

$$S_{M(50\,\Omega)} = \begin{bmatrix} S_{M11} \\ S_{M11} \end{bmatrix} ()$$

と書くことにする. 図8より (5) の非対角成分はほとんど0の はずだが、計算には使わないので書かなかった. さて、THRU の中点の基準インピーダンスを $Z_{\rm M}$ にすることにしたのだか ら、インピーダンス $Z_{\rm M}$ の反射係数は [2]

$$\Gamma_{M(Z_M)} = \frac{Z_M - Z_M}{Z_M + Z_M} = 0$$
(6)

でなければならない.(6)が成立することを要請することが,基準面の基準インピーダンスを Z_M に定める操作の肝である^(注5). この状況をシグナルフローグラフに描くと図9のようになる. 図9と(5)から直ちに

$$\mathsf{S}_{\mathrm{M}\,(50\,\Omega)} = \left[\begin{array}{c} S_{\mathrm{M}11} \\ S_{\mathrm{M}11} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} S_{\mathrm{F}11} \\ S_{\mathrm{F}11} \end{array}\right]. \tag{7}$$

を得る.これでまず *S*_{F11} が決定できた.次に (17)_{p.6} と (18)_{p.6} の 11 成分に注目する.

$$S_{\text{T11}} = \frac{S_{\text{F11}} - S_{\text{F22}} \left(S_{\text{F11}} S_{\text{F22}} - S_{\text{F12}} S_{\text{F21}}\right)}{\left(1 - S_{\text{F22}}^2\right)}$$
$$= \frac{S_{\text{F11}} \left(1 - S_{\text{F22}}^2\right) + S_{\text{F22}} S_{\text{T21}} \left(1 - S_{\text{F22}}^2\right)}{\left(1 - S_{\text{F22}}^2\right)}$$
$$= S_{\text{F11}} + S_{\text{F22}} S_{\text{T21}}.$$
(8)

$$\therefore S_{F22} = \frac{S_{T11} - S_{F11}}{S_{T21}} = \frac{S_{T11} - S_{M11}}{S_{T21}}.$$
(9)

これで *S*_{F22} も決定できた. 最後に次に (17)_{p.6} と (18)_{p.6} の 21 成分に注目し,

$$S_{\rm F12}S_{\rm F21} = S_{\rm T21} \left(1 - S_{\rm F22}^2 \right). \tag{10}$$

以上である。解を表1にまとめる。まだ SF12 と SF21 は分離で

きていないが,実は

$$\mathsf{T}_{\rm DUT\,(Z_{\rm M})} = \mathsf{T}_{\rm F\,(50\,\Omega,Z_{\rm M})}^{-1} \mathsf{T}_{\rm X\,(50\,\Omega)} \mathsf{T}_{\rm f\,(Z_{\rm M},50\,\Omega)}^{-1} \tag{11}$$

で生の測定値 $S_{X(50\Omega)}$ から DUT の特性 $S_{DUT(Z_M)}$ を取り出す 目的のためには、このままで問題ない.理由の数式的な説明は 割愛するが、たとえば

$$S_{F(50\,\Omega,Z_{M})} = \begin{bmatrix} S_{F11} & S_{F12}S_{F21} \\ 1 & S_{F22} \end{bmatrix}$$
(12)

や

$$\mathsf{S}_{\mathrm{F}(50\,\Omega,Z_{\mathrm{M}})} = \begin{bmatrix} S_{\mathrm{F}11} & (S_{\mathrm{F}12}S_{\mathrm{F}21})^{1/2} \\ (S_{\mathrm{F}12}S_{\mathrm{F}21})^{1/2} & S_{\mathrm{F}22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

などとした上で (11) を適用すればよい^(注6). もし $Z_{\rm M}$ が 50 Ω に 十分近ければ, THRU の中点を測定基準面として基準インピー ダンス $Z_{\rm ref} = 50 \Omega$ でキャリブレーションが完了したことに なる.

もし $Z_{\rm M}$ が複素数なら,DUT がパッシブでも $|S_{11(Z_{\rm M})}| > 1$ とか $|S_{21(Z_{\rm M})}| > 1$ とかいった結果が出る可能性がある [1,2]. これは正しい帰結で理論上は何の問題もないが,わかりにくく, また実用上不便なので,基準インピーダンスを 50 Ω に変換する 後処理を施したほうがいい [3].ただし,そのためには $Z_{\rm M}$ の 値は既知でなければならない.

伝送線路の特性インピーダンスを基準イン ピーダンスにする

左右対称 TM を含め MATCH を利用するアルゴリズムを使う 場合, Z_M は極力,周波数に依存しない実数(純抵抗)になる ように作るのが普通だが,終端器の持つ寄生リアクタンスをゼ ロにはできない.商用アルゴリズムの中には,Z_M の実部だけ を利用しようとするものもある.しかし,周波数が高くなって くると,表皮効果により周波数に依存しない抵抗を作るのは困 難である.ミリ波のような高い周波数でも安定したインピーダ ンス基準器を実現するにはどうしたらいいだろうか?

TRL (thru-reflect-line)を代表とするアルゴリズムで実用に供 されている方法として、伝送線路の特性インピーダンス Z_0 をイ ンピーダンス基準として利用するやり方がある。伝送線路の特 性インピーダンスは周波数に依存する複素数ではあるが、高い 周波数での周波数依存性はかなり小さく、また作製もしやすい。 図 10 に示す通り、無限に長い伝送線路は反対側のポートが見え ず、入力インピーダンスは Z_0 だ. だから、これは $Z_M = Z_0$ な る MATCH とみなすことができる。LRM 系と TRL 系が数学的 には同じ仲間に属するということは以前から指摘されているこ とだが、両者の等価性を直観的に説明すると以上のようになる。 これが原理的な考え方だが、もちろん無限に長い(とみなせる ほど長い)伝送線路を校正基準器として用意することはできな

⁽注5):ここで取り上げた LRM 系のアルゴリズム以外でも同様の操作が入っていて,なんらかの校正基準器のインピーダンスを基準インピーダンスとしている.

⁽注6): $S_{F12} \ge S_{F21}$ をきちんと分離しないと Fを測定できたことにならない が、キャリブレーションでは分離しないまま済ませることが多い. だから §2. の 冒頭で「測定」と言わず「測定の一種」と言った.



図 10 無限に長い伝送線路は virtual MATCH とみなせる.





い. そこで、有限長の伝送線路を元に、計算で virtual MATCH を実現する [5]. 考え方はこうだ. 長さ ℓ の伝送線路を考え、そ の T 行列を T_{TL} とする. これを n 個縦続接続したら、その特 性は Tⁿ_{TL} で与えられる. だから Tⁿ_{TL} を計算し、 $n \to \infty$ とし たら virtual MATCH になるはずだ.

だが現実にはもう少し工夫がいる.なぜなら伝送線路を測定 できるためには、周囲にケーブルやらプローブやらをくっつ けなくてはならないからで、それはもはや T_{TL} とは違う代物 だ.そこで、まず THRU の真ん中に長さ ℓ の伝送線路を挿入し た基準器 LINE を用意する (図 11)^(注7).次に LINE と THRU の T 行列を使って T_H \triangleq T_LT_T⁻¹ なる補助的な T 行列を導入す る.T_H は測定値 T_L と T_T を使って定義されているので、数 値行列だ.未知数 T_F, T_{TL} との関係は T_T = T_FT_R (図 7), T_L = T_FT_{TL}T_R (図 11) を用いて

$$\mathsf{T}_{\mathrm{H}} = \mathsf{T}_{\mathrm{F}}\mathsf{T}_{\mathrm{TL}}\mathsf{T}_{\mathrm{F}}\mathsf{T}_{\mathrm{F}}^{-1}\mathsf{T}_{\mathrm{F}}^{-1} = \mathsf{T}_{\mathrm{F}}\mathsf{T}_{\mathrm{TL}}\mathsf{T}_{\mathrm{F}}^{-1}.$$
 (14)

さて、行列の n 乗の問題 $(T_{H}^{n} = T_{F}T_{TL}^{n}T_{F}^{-1})$ といえば、固有値 分解による対角化だ.今の場合 (14)の左辺の T_{H} は測定値で非 対角だから、これを T_{F} で相似変換して T_{TL} という対角行列に すると考えたらよかろう.ちなみに伝送線路の T 行列は (19)_{P.6} に示す通り一般には非対角だが、両ポートの基準インピーダ ンスが特性インピーダンスに一致している時は (20)_{P.6}のよう に対角になる.対角成分が固有値だ.変換行列 $T_{F(50\,\Omega,Z_{0})}$ は $T_{H(50\,\Omega)}$ の固有ベクトルを並べれば作れる.ところで、もとも と T_{TL} の n 乗を計算して virtual MATCH を作ろうという方針 で話をしていたのだが、その必要がなくなってしまった^(注8).な ぜなら、キャリブレーションの本来の目的は $T_{F(50 \Omega, Z_0)}$ を求めて (11) で $S_{DUT(Z_M, Z_0)}$ を取り出すことなわけだが、 $T_{F(50 \Omega, Z_0)}$ は固有値問題を解いて求めることができ(るとわかっ)たからである.

以上のアルゴリズムでは左右対称な THRU と LINE を使うの で,仮に「左右対称 TL」と呼ぶことにする.解の導出は左右対 称 TM と比べて長くなるので略すが,結果を表3 に示す. 伝送 線路の伝搬定数γはキャリブレーションの過程で求めることが できる. では, 基準インピーダンスとなる肝心の Z₀の値はど うだろうか?実は, Z₀の値は求めることができない.もし Z₀ の値があらかじめわかっているならば、特に問題ない、市販の インピーダンス基準基板 (impedance standard substrate, ISS) を 利用するような場合がこれに該当する。しかし、自作した伝送 線路で LINE を作ったような場合には、一般に TRL 系のアル ゴリズムを使うと基準インピーダンスが未知($Z_{ref} = Z_0$)の ままキャリブレーションが完了することになる. 伝送線路の S パラメータから伝搬定数と特性インピーダンスを算出する式が 知られている [6] ことを思い出すと、Zo が測定でわからないの は奇異に感じられるかもしれない.しかし、[6]の式をよく検 討するとわかる通り, Sパラメータから特性インピーダンスを 算出するには、基準インピーダンスの値があらかじめ定まって いなくてはならない。基準インピーダンスが不定の状態で特性 インピーダンスやその他のイミッタンスを測定することはでき ない. 左右対称 TL を含む TLR 系のアルゴリズムを使うには, 伝送線路の特性インピーダンスを、しばしば S パラメータ以外 の測定を併用して、求める必要がある。Sパラメータ測定から 特性インピーダンスを推定する方法の検討例として [7] を挙げ ておく.

5. いざ落とし穴へ?

本稿では,落とし穴からの報告を理解するために必要な理論 的背景に重点を置いて説明を行った.ここで取り上げた話題に 関係するミスとしては,たとえば以下のようなシナリオが考え れられる.

キャリブレーションの最中にエラーボックスの特性を変化させてしまった。

 キャリブレーション後にエラーボックスの特性を変化さ せてしまった。

MATCH (LOAD) の特性が安定しない周波数で LRM 系
 や SOLT 系のアルゴリズムを使った.

 TRL系のアルゴリズムを使ったあと、基準インピーダンスを 50 Ω に変更しなかった(基準インピーダンスを複素数値 Z₀のままにした).

基準インピーダンスを複素数値から 50Ω に変更する際
 に,間違った式(シミュレータに組み込まれた関数等)を使った.Sパラメータには互換性のない複数の定義があるので,こういうことが起こりうる [2].

• 特性インピーダンスの推定値の精度が悪かった.

⁽注7): THRU 自体も真ん中付近は伝送線路だから (図7), ℓ は LINE と THRU の長さの差である. この伝送線路の伝搬定数 γ は未知で構わない.

⁽注8):もちろん,実際に計算で virtual MATCH を求めて左右対称 TM の式(表1) に代入しても構わない.

表2 基準インピーダンスを明記した S パラメータ, S 行列の表記法 [2].

Example	Description
$S_{ij(50\Omega)}$	S parameter with ports i and j referenced to 50Ω
$S_{(R_{\mathrm{ref}})}$	S matrix with all ports referenced to $R_{ m ref}$
$S_{21(R_{\rm ref1},R_{\rm ref2})}$	Port 1 referenced to $R_{ m ref1}$, port 2 referenced to $R_{ m ref2}$
$S_{(Z_{\mathrm{ref1}}, Z_{\mathrm{ref2}})}$	2-port S matrix referenced to Z_{ref1} and Z_{ref2}
$S_{(Z_{ref})}$	S matrix referenced to reference impedance matrix
	$Z_{\mathrm{ref}} = \mathrm{diag}(Z_{\mathrm{ref}1}, Z_{\mathrm{ref}2}, \cdots)$

表3 左右対称 TL (thru-line) の解.

基準インピーダンス:
$$Z_0$$
 (LINE 中の線路の特性インピーダンス)
 S_T : THRU の測定値, S_L : LINE の測定値
 $e^{-\gamma\ell} = \frac{-(S_{T11} - S_{L11})^2 + S_{T21}^2 + S_{L21}^2 \pm \sqrt{\left[(S_{T11} - S_{L11})^2 - S_{T21}^2 - S_{L21}^2\right]^2 - 4S_{T21}^2 S_{L21}^2}}{2S_{T21}S_{L21}}$
 $\gamma = \alpha + j\beta$. 通常は $\alpha > 0, \beta > 0$ となるように根を選ぶ.
 $S_{F22} = \frac{S_{T11} - S_{L11}}{S_{T21} - S_{L21}e^{-\gamma\ell}}$
 $S_{F11} = S_{T11} - S_{F22}S_{T21}$
 $S_{F21}S_{F12} = S_{T21}(1 - S_{F22}^2)$

$$\mathsf{T}_{A} = \begin{bmatrix} T_{A11} & T_{A12} \\ T_{A21} & T_{A22} \end{bmatrix} = \frac{1}{S_{A21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{A22} \\ S_{A11} & S_{A12}S_{A21} - S_{A11}S_{A22} \end{bmatrix} \quad (T 行列 \& S 行列)$$
(15)

$$S_{A} = \begin{bmatrix} S_{A11} & S_{A12} \\ S_{A21} & S_{A22} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_{A11}} \begin{bmatrix} T_{A21} & T_{A11}T_{A22} - T_{A12}T_{A21} \\ 1 & -T_{A12} \end{bmatrix} \quad (S 行列と T 行列)$$
(16)

$$S_{T(50\Omega)} = \begin{bmatrix} S_{T11} & S_{T21} \\ S_{T21} & S_{T11} \end{bmatrix} (左右対称 THRU の生の測定値. 両ポートの基準抵抗は 50 \Omega)$$
(17)

$$= \frac{1}{1 - S_{F22}^2} \begin{bmatrix} S_{F11} - S_{F22} \det S_F & S_{F12} S_{F21} \\ S_{F12} S_{F21} & S_{F11} - S_{F22} \det S_F \end{bmatrix}$$
(未知数で書いた式) (18)

文 献

- [1] 天川修平、「S パラメータ利用の落とし穴」、MWE2015、入門講座 FR6A.
- [2] S. Amakawa, "Scattered reflections on scattering parameters—Demystifying complex-referenced S parameters—," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E99-C, no. 10, Oct. 2016 (to be published).
- [3] 天川修平,「Sパラ再入門」, http://home.hiroshima-u.ac.jp/amakawa/S-parameter-j.html.
- [4] J. P. Dunsmore, Handbook of Microwave Component Measurements with Advanced VNA Techniques, Wiley, 2012.
- [5] 天川修平,「物理的な意味のわかりやすい TRL 導出方法」,第 31 回シリコンアナログ RF 研究会,2012 年 12 月 13 日.
- [6] W. R. Eisenstadt and Y. Eo, "S-parameter-based IC interconnect transmission line characterization," *IEEE Trans. Compon., Hybrids, Manuf. Technol.*, vol. 15, no. 4, pp. 483–490, Aug. 1992.
- [7] S. Amakawa, K. Katayama, K. Takano, T. Yoshida, and M. Fujishima, "Comparative analysis of on-chip transmission line de-embedding techniques," *IEEE Int. Symp. Radio-Freq. Integration Technol.*, pp. 91–93, Aug. 2015.

著者紹介

天川 修平 広島大学大学院先端物質科学研究科, 准教授 amakawa@ieee.org