

学生にもわかるマイクロ波フィルタ基礎理論のやさしい習得法

Easy Learning for Microwave Filter Fundamentals for Students

石崎 俊雄

Toshio ISHIZAKI

龍谷大学理工学部 〒520-2193 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1-5

Faculty of Science and Tech. Ryukoku University 1-5 Yokotani, Seta Oe-cho, Otsu, Shiga, 520-2193 Japan

E-mail: ishizaki@rins.ryukoku.ac.jp

Abstract

In the microwave filter design, the network synthesis method can design more practical filters, since the transfer characteristic of a filter can be specified strictly. However, there are few people, especially beginners, who can understand the design method. Moreover, although filters with attenuation poles, such as an elliptical function type, which has the outstanding selectivity, have come to be used frequently, there is little literature currently explained in detail. So, this paper explains the basic theory of a microwave filter so that beginners including a student can understand them comprehensively.

1. はじめに

マイクロ波フィルタの実用的な設計法として、ネットワークシンセシス法に基づく設計法を Matthaei らが文献[1]で発表してから 50 年ほどが経つ。それまでの映像法と比べ、この設計法ではフィルタの伝達特性を厳密に規定できるため、より実用的なフィルタが設計できるようになった。しかし、その設計法は初心者にとっては理解し難く、十分に使いこなせる人は少ない。

また、その後のフィルタ設計理論の進化により、優れた選択特性を有する楕円関数型などの有極型フィルタが多用されるようになってきたが、文献[1]にはあまり含まれておらず、それらを包括的に理解するのは困難であった。

そこで本稿では、学生をはじめとする初学者が理解できるように、マイクロ波フィルタの基礎理論を易しく解説する。

2. フィルタとは

世の中にはテレビ・ラジオ・携帯電話など様々な電波が飛び交っている。その中から、必要な電波だけを混信なく取り出すのがフィルタの役目である。中でも、必要な周波数帯域の電波だけを取り出すバンドパス・フィルタは多くの無線機において使用されている。

では、バンドパス・フィルタをどのように実現するかを図 1 に比喩的に示す。まず、道路が途中で分断されていて、その間に大きな池があったとしよう。

このまま突っ込めば池の中に落ち込み、対岸に辿り着くことは出来ない。しかし、池の中に飛び石が整然と配置されていれば、その上を順番に飛び移っていくことで、池の中に落ち込むことなく対岸に辿り着くことができる。この飛び石が、特定の周波数にだけ足元を支える働きをし、それ以外の周波数に対しては何らの作用をしない場合、特定の周波数のみ、入力端子から出力端子に辿り着くことができる。この飛び石に相当するものが共振器であり、1 段ずつ飛ぶ距離を制御するものが結合である。このように、バンドパス・フィルタは複数の共振器を適度に結合させることによって構成される。

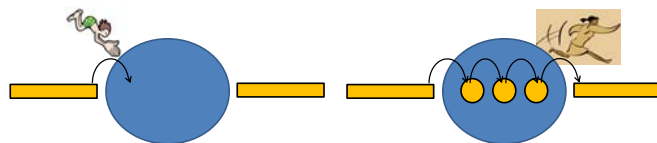


図 1. バンドパス・フィルタの比喩的表現

共振器は、例えば、特定の周波数に対してのみインピーダンスが無限大となるような並列共振器を用いる。図 2 は並列共振器と直列共振器を示す。

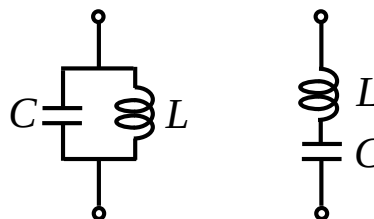


図 2. 並列共振器（左）と直列共振器（右）

ここで、並列共振器のアドミタンス Y は、

$$Y = j(\omega C - 1/\omega L) \quad (1)$$

直列共振器のインピーダンス Z は、

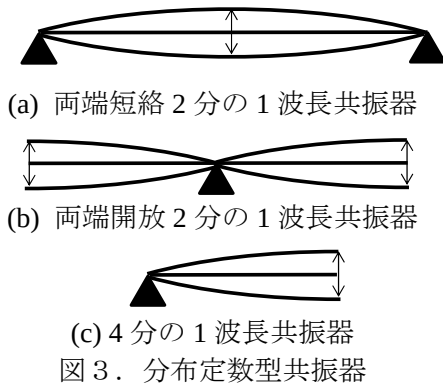
$$Z = j(\omega L - 1/\omega C) \quad (2)$$

であり、いずれの場合も下記の周波数 f_0 において、並列共振器の場合はアドミタンスがゼロ（インピーダンスが無限大）に、直列共振器の場合はインピーダンスがゼロになる。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3)$$

3. 分布定数型共振器

前述の共振器を用いればフィルタは構成出来るのだが、マイクロ波帯では L と C で良好な共振器を作ることは困難である。そこで、線路をある長さで切り出した分布定数型共振器をしばしば用いる。これは、例えば、ギターの弦のようなものである。弦は両端が固定され、中央部分が図 3(a)に示すように大きく振動する。この時、弦には 2 分の 1 波長の定在波が載っており、共振周波数 f_0 は弦が長いと低くなり、短いと高くなる。また、中心を固定し両端を開放して、図 3(b)に示す両端開放 2 分の 1 波長共振器が可能であることも容易に理解できる。さらに、これを詳しく見ると、中央から半分だけ取り出しても共振器として働くことが推察できる。これが、図 3(c)に示す 4 分の 1 波長共振器である。



これらの共振器を電気回路で利用するためには、図 2 で示した共振器で等価的に表すことが必要である。まず、両者の共振周波数を合わせることは分布定数型共振器の長さを調節することで容易に実現できる。しかし、これだけでは十分ではない。式(3)からわかるように、これだけでは L と C の積が決まったに過ぎないので、 L か C を決めてやる必要がある。

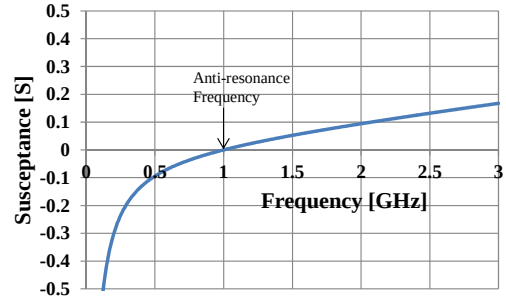


図 4. 並列共振器のサセプタンス曲線

図 4 に並列共振器のサセプタンス B の周波数特性を示す。サセプタンス B がゼロになる、横軸と交差する周波数が反共振点である。この近傍で電気特性を近似するために、値だけでなく反共振点におけるサセプタンス曲線の傾きが等しいと置いてみる。サセプタンス B の微係数を求め、これを $\omega/2$ 倍した値をサセプタンス・スロープ・パラメータ b と呼び、次式で与えられる。

$$b = \left. \frac{\omega}{2} \frac{dB}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = \left. \frac{\omega}{2} \frac{d}{d\omega} \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega}{2} \left(C + \frac{1}{\omega_0^2 L} \right) = \frac{\omega}{2} (C + C) = \omega C \quad (4)$$

ここで示すように、サセプタンス・スロープ・パラメータ b は並列共振器の C の値の ω 倍に対応している。よって分布定数型共振器は、狭帯域近似として LC 並列共振器の等価回路で表すことが出来る。

4. ローパス・プロトタイプ・フィルタ

バンドパス・フィルタを設計する前に、最も簡単なローパス・フィルタの設計が解析的に求められる。その結果は g パラメータで表記される。ローパス・フィルタは、入出力素子が直列素子で始まるか、並列素子で始まるかの組み合わせで 4 通りの構成が考えられるが、直列素子はインピーダンスとして、並列素子はアドミタンスとして読み替えることにより、全く同じ表記で示される。信号源抵抗 R_S 、負荷抵抗 R_L も、それぞれの場合に応じて適宜コンダクタンス G_S 、 G_L と読み替えればよい。図 5 に、入力素子を並列素子、出力素子を直列素子とした場合を示す。

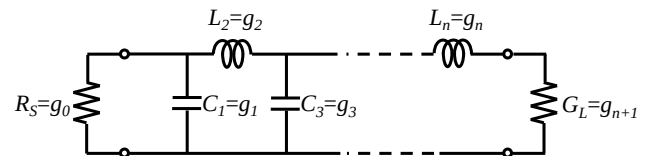


図 5. ローパス・プロトタイプ・フィルタ

ここで、 g パラメータは、フィルタ特性がバターワース（最大平坦）特性か、チェビシェフ特性かで変わり、例えば、表 1 に示すように与えられる。その他のケースについては文献[1]などを参照のこと。また、これらの値は 1Ω 、 1Hz で規格化された LCR の素子値であるので、換算によって実際の値を求める。

表 1. g パラメータ値の例

Butterworth Filter						
Value of n	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2	1	1.414	1.414	1		
3	1	1	2	1	1	
4	1	0.7654	1.848	1.848	0.7654	1
Chebyshev Filter 0.01dB ripple						
Value of n	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2	1	0.4488	0.4077	1.1007		
3	1	0.6291	0.9702	0.6291	1	
4	1	0.7128	1.2003	1.3212	0.6476	1.1007
Chebyshev Filter 0.1dB ripple						
Value of n	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2	1	0.843	0.622	1.3554		
3	1	1.0315	1.1474	1.0315	1	
4	1	1.1088	1.3061	1.7703	0.818	1.3554
Chebyshev Filter 0.2dB ripple						
Value of n	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2	1	1.0378	0.6745	1.5386		
3	1	1.2275	1.1525	1.2275	1	
4	1	1.3028	1.2844	1.9761	0.8468	1.5386

5. インバータ

前述のローパス・プロトタイプ・フィルタでは、 L と C の 2 種類の素子で構成されているが、後ほど行うバンドパス・フィルタへの変換を考えると、 L だけ、もしくは C だけの 1 種類で構成できるほうが都合が良い。そこで、インバータの導入を考える。インバータとは、入力端子から出力端子に接続された負荷インピーダンスや負荷アドミタンスを見たときに、その逆数が見える素子である。例えば、図 6 (a) に示す回路で 90° 位相シフトさせると反射係数は往復で 180° ずれ、スミスチャート上で半回転する。これは、インピーダンスとアドミタンスの変換に対応する。インピーダンスを逆数に変換するものを K インバータと言い、アドミタンスを逆数に変換するものを J インバータと言う。

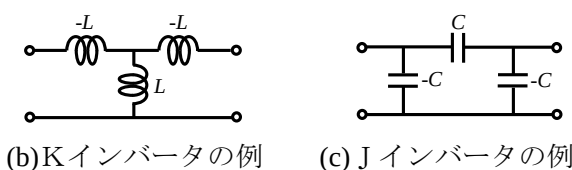
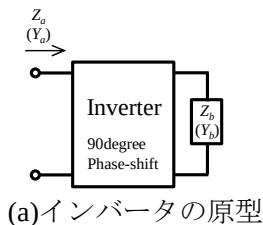


図 6. インバータ

これを集中定数素子で実現した例が、図 6(b)(c) に示す K インバータと J インバータである。入力端子から見たインピーダンス、或いはアドミタンスは次式のように変換される。

$$Z_a = -j\omega L + \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{-j\omega L + Z_b}} = -j\omega L + \frac{j\omega L(-j\omega L + Z_b)}{Z_b} = \frac{-j\omega L Z_b + j\omega L Z_b + (\omega L)^2}{Z_b} = \frac{(\omega L)^2}{Z_b} = \frac{K^2}{Z_b} \quad (5)$$

$$Y_a = -j\omega C + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{-j\omega C + Y_b}} = -j\omega C + \frac{j\omega C(-j\omega C + Y_b)}{Y_b} = \frac{-j\omega C Y_b + j\omega C Y_b + (\omega C)^2}{Y_b} = \frac{(\omega C)^2}{Y_b} = \frac{J^2}{Y_b} \quad (6)$$

このインバータで両側からシリーズ素子、シャント素子を挟みこみ外側から見ると、図 7 に示すように、シリーズ・インダクタはシャント・キャパシタに、シャント・キャパシタはシリーズ・インダクタに見える。したがって、インバータを用いることで、図 5 に示すローパス・プロトタイプ・フィルタは、インダクタだけ、或いはキャパシタだけの 1 種類の素子とインバータのみで構成することが出来る。

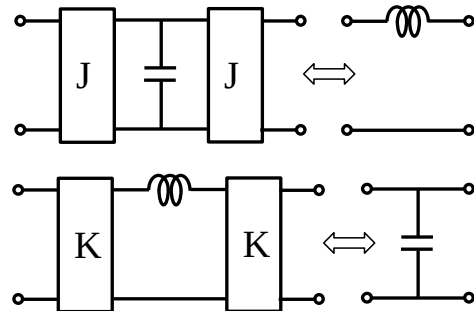


図 7. インバータによるシリーズ/シャント変換

6. バンドパス・フィルタへの変換

次に、ローパス・プロトタイプ・フィルタをバンドパス・フィルタに変換することを考える。それには、シャントの C を並列共振器に、シリーズの L を直列共振器に置き換えるとよい。ローパス・プロトタイプのカットオフ角周波数を ω'_c 、バンドパスの共振角周波数を ω_0 、帯域エッジの角周波数を ω_1 、 ω_2 、比帯域幅を FBW としたとき、その変換を式で表現し狭帯域近似すると、

$$FBW = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (7)$$

$$\omega C \rightarrow \omega C - \frac{1}{\omega L} = \omega C - \frac{\omega_0^2 C}{\omega} = \omega_0 C \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$= \omega_0 C \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} \approx \omega_0 C \frac{2\omega_0(\omega - \omega_0)}{\omega_0^2} = 2C(\omega - \omega_0) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\omega L &\rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega L - \frac{\omega_0^2 L}{\omega} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \\
&= \omega_0 L \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega} \approx \omega_0 L \frac{2\omega_0(\omega - \omega_0)}{\omega_0^2} = 2L(\omega - \omega_0)
\end{aligned} \quad (9)$$

となり、バンドパス特性にマッピングされることが理解できる。

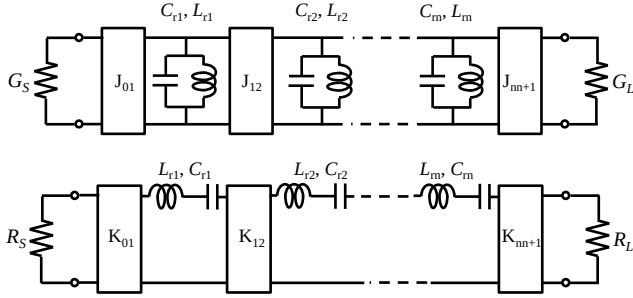


図 8. バンドパス・フィルタの構成

そのようにして得られたのが図 8 に示すフィルタ構成である。J インバータは並列共振器の場合に用いられ、K インバータは直列共振器の場合に用いられる。各インバータの値は以下のようにになる[1]-[5]。
J インバータの場合

入力段：

$$J_{0,1} = \sqrt{\frac{G_S FBW \omega_0 C_{r1}}{\omega'_C g_0 g_1}} \quad (10)$$

段間 (i=1 から n-1)：

$$J_{i,i+1} = \frac{FBW \omega_0}{\omega'_C} \sqrt{\frac{C_{ri} C_{ri+1}}{g_i g_{i+1}}} \quad (11)$$

出力段：

$$J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{G_L FBW \omega_0 C_m}{\omega'_C g_n g_{n+1}}} \quad (12)$$

K インバータの場合

入力段：

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{R_S FBW \omega_0 L_{r1}}{\omega'_C g_0 g_1}} \quad (13)$$

段間 (i=1 から n-1)：

$$K_{i,i+1} = \frac{FBW \omega_0}{\omega'_C} \sqrt{\frac{L_{ri} L_{ri+1}}{g_i g_{i+1}}} \quad (14)$$

出力段：

$$K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{R_L FBW \omega_0 L_m}{\omega'_C g_n g_{n+1}}} \quad (15)$$

なお、表 1 において偶数段のチェビシェフ型構成では負荷抵抗を示す g_{n+1} が 1 ではなく、すなわち信号源と負荷のインピーダンスが等しくなく、また対称性も崩れていた。しかし、インバータにはインピーダンス変換機能があるため、偶数段のチェビシェフ型構成でも信号源と負荷の両方を 50Ω とすることは可能であり、また $g_i g_{i+1}$ の積を見ればわかるように、インバータの値はフィルタ構成の中心に関して対称である。

7. C 結合、M 結合によるフィルタの構成

次に、インバータを C 結合、M 結合で実現する場合のフィルタ設計について説明する。図 8 の回路を図 6 のインバータで構成するとフィルタは図 9、図 10 のように構成される。

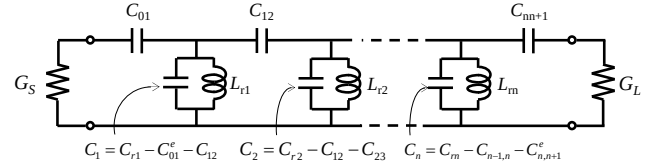


図 9. C 結合によるフィルタの構成

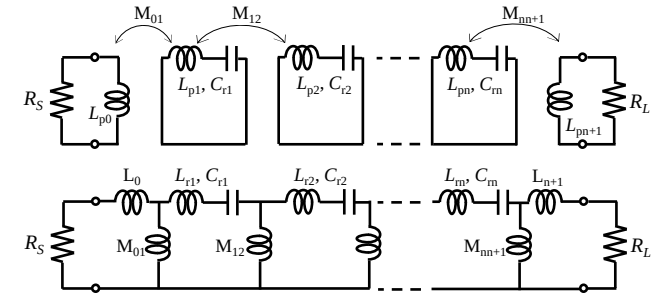


図 10. M 結合によるフィルタの構成

まず、図 9 に示す C 結合の場合を考える。
段間 (i=1 から n-1) の C が、

$$C_{i,i+1} = \frac{J_{i,i+1}}{\omega_0} \quad (16)$$

となることは、インバータを表す(6)式より容易に理解できる。この時、インバータ両サイドの負のキャパシタンスは、共振器のキャパシタンスに組み入れることができ、

$$C_i = C_{ri} - C_{i-1,i} - C_{i,i+1} \quad (17)$$

となる。ここで、 C_{ri} はフィルタの中心周波数に対応する共振器の C 値であり、 C_i は実際に実装される共振器の C 値である。すなわち、C 結合の場合は段間結合容量によって周波数が低下する分、予め共振器の共振周波数を(17)式に基づいて高く設定しておく必要がある。

入出力段については、信号源抵抗や負荷抵抗に負のキャパシタンスを吸収させることは出来ないで、特別な処理が必要である。図 11 に示すのは、抵抗側の負のキャパシタンスを取り除いた修正型インバータである。この両者が電氣的に同じ働きをするように C_{01} と C'_{01} を決定する。

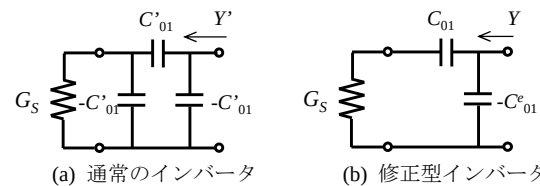


図 11. 抵抗端に接続する修正型インバータ

図 11(a)の通常のインバータでは、

$$Y' = \frac{\omega_0^2 C_{01}^2}{G_s} \quad (18)$$

図 11(b)の修正型インバータでは、

$$\begin{aligned} Y &= -j\omega_0 C_{01}^e + \frac{1}{\frac{1}{G_s} + \frac{1}{j\omega_0 C_{01}}} = -j\omega_0 C_{01}^e + \frac{j\omega_0 C_{01} G_s}{G_s + j\omega_0 C_{01}} \\ &= \frac{\omega_0^2 C_{01}^e C_{01} + j\omega_0 G_s (C_{01} - C_{01}^e)}{G_s + j\omega_0 C_{01}} \\ &= \frac{\omega_0^2 C_{01}^2 G_s + j\omega_0 (G_s^2 C_{01} - G_s^2 C_{01}^e - \omega_0^2 C_{01}^e C_{01}^2)}{G_s^2 + \omega_0^2 C_{01}^2} \end{aligned} \quad (19)$$

となる。(18)式は実数であることから、(19)式の虚数部を零として、

$$G_s^2 C_{01} - G_s^2 C_{01}^e - \omega_0^2 C_{01}^e C_{01}^2 = 0$$

$$\therefore C_{01}^e = \frac{C_{01}}{1 + \left(\frac{\omega_0 C_{01}}{G_s} \right)^2} \quad (20)$$

が得られる。また、実部の値が等しいとして、

$$\begin{aligned} \frac{\omega_0^2 C_{01}^2}{G_s} &= \frac{\omega_0^2 C_{01}^2 G_s}{G_s^2 + \omega_0^2 C_{01}^2} \\ \therefore C_{01}^2 (G_s^2 + \omega_0^2 C_{01}^2) &= C_{01}^2 G_s^2 \\ \therefore C_{01} &= \frac{\omega_0 C_{01}'}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0 C_{01}'}{G_s} \right)^2}} = \frac{J_{01}}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{J_{01}}{G_s} \right)^2}} \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる。同様に、 $C_{n,n+1}$ 、 $C_{n,n+1}^e$ も計算でき、

$$C_{n,n+1} = \frac{\omega_0 C_{n,n+1}'}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0 C_{n,n+1}'}{G_L} \right)^2}} = \frac{J_{n,n+1}}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{J_{n,n+1}}{G_L} \right)^2}} \quad (22)$$

$$C_{n,n+1}^e = \frac{C_{n,n+1}}{1 + \left(\frac{\omega_0 C_{n,n+1}}{G_L} \right)^2} \quad (23)$$

となる。

次に、図 10 に示す M 結合の場合を考える。

段間 ($i=1$ から $n-1$) の M は、

$$M_{i,i+1} = \frac{K_{i,i+1}}{\omega_0} \quad (24)$$

となる。インバータ両サイドの負のインダクタンスは、共振器のインダクタンスに組み入れられ、

$$L_i = L_{ri} - M_{i-1,i} - M_{i,i+1} \quad (25)$$

となる。

入出力段については、やはり特別な処理が必要で、

$$M_{01} = \frac{K_{01}}{\omega_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{r0}}{R_s} \right)^2} \quad (26)$$

$$M_{n,n+1} = \frac{K_{n,n+1}}{\omega_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{rn+1}}{R_L} \right)^2} \quad (27)$$

$$L_0 = L_{r0} - M_{01} \quad (28)$$

$$L_1 = L_{r1} - M_{01}^e - M_{12} \quad (29)$$

$$L_n = L_{rn} - M_{n-1,n} - M_{n,n+1}^e \quad (30)$$

$$L_{n+1} = L_{rn+1} - M_{n,n+1} \quad (31)$$

となる。これらの式は、図 12 を参照して以下より得られる。

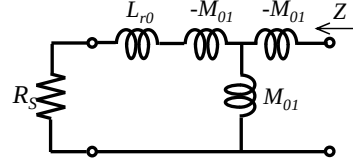


図 12. M 結合の場合の抵抗端の処理

$$\begin{aligned} Z &= -j\omega_0 M_{01} + \frac{1}{\frac{1}{R_s + j\omega_0 (L_{r0} - M_{01})} + \frac{1}{j\omega_0 M_{01}}} \\ &= \frac{-j\omega_0 M_{01} (R_s + j\omega_0 L_{r0}) + j\omega_0 M_{01} \{R_s + j\omega_0 (L_{r0} - M_{01})\}}{R_s + j\omega_0 L_{r0}} \\ &= \frac{\omega_0^2 M_{01}^2}{R_s + j\omega_0 L_{r0}} = \frac{\omega_0^2 M_{01}^2 R_s - j\omega_0^3 M_{01}^2 L_{r0}}{R_s^2 + \omega_0^2 L_{r0}^2} \end{aligned} \quad (32)$$

(32)式の実部より、

$$\begin{aligned} Y &= \frac{K_{01}^2}{R_s} = \frac{\omega_0^2 M_{01}^2 R_s}{R_s^2 + \omega_0^2 L_{r0}^2} \\ \therefore M_{01} &= \frac{K_{01}}{\omega_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{r0}}{R_s} \right)^2} \end{aligned} \quad (33)$$

となる。また、虚部は $-M$ と合わせて M_{01}^e で表わすので、 M_{01} と虚部を ω で割ったものを足すことで得られる。

$$\begin{aligned} M_{01}^e &= M_{01} + \frac{-\omega_0^2 M_{01}^2 L_{r0}}{R_s^2 + \omega_0^2 L_{r0}^2} \\ &= \frac{M_{01} R_s^2 + \omega_0^2 M_{01}^2 L_{r0}^2 - \omega_0^2 M_{01}^2 L_{r0}}{R_s^2 + \omega_0^2 L_{r0}^2} \\ &= \frac{M_{01} + \frac{(L_{r0} - M_{01}) \omega_0^2 M_{01} L_{r0}}{R_s^2}}{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{r0}}{R_s} \right)^2} \end{aligned} \quad (34)$$

同様に、

$$M_{n,n+1} = \frac{K_{n,n+1}}{\omega_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{rn+1}}{R_L} \right)^2} \quad (35)$$

$$M_{n,n+1}^e = \frac{M_{n,n+1} + \frac{(L_{rn+1} - M_{n,n+1}) \omega_0^2 M_{n,n+1} L_{rn+1}}{R_L^2}}{1 + \left(\frac{\omega_0 L_{rn+1}}{R_L} \right)^2} \quad (36)$$

が得られる。

8. 有極型フィルタ

フィルタの選択特性を向上させるために、通過特性に減衰極を形成することがしばしば行われる。減衰極を形成する方法はいくつかあり、それらについて説明する。また、有極型フィルタ特性の設計法には、減衰極も含めた特性関数から厳密に設計する方法と、チェビシェフ特性を基にして簡易的に減衰極を付け加える方法がある。後者は、通過特性が若干乱れるが、設計が簡単のため実用上しばしば用いられる。ここでは、この簡易的な設計法について説明する。

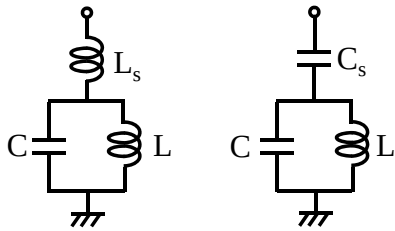


図 13. ノッチ共振器（左：L 付き、右：C 付き）

図 13 に示すノッチ共振器のインピーダンスは次式で与えられる。

$$L \text{ 付: } Z = j \frac{\omega \{ (L_s + L) - \omega^2 L_s L C \}}{1 - \omega^2 L C} \quad (37)$$

$$C \text{ 付: } Z = j \frac{\omega^2 L (C_s + C) - 1}{\omega C_s (1 - \omega^2 L C)} \quad (38)$$

いずれの場合もインピーダンス Z が無限大になるのは、

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L C}} \quad (39)$$

の場合で、これがフィルタの中心周波数を与える。逆に、インピーダンス Z が零になるのは、L 付の場合、

$$\omega = \sqrt{\frac{L_s + L}{L_s L C}} = \frac{1}{\sqrt{(L_s // L) C}} \quad (40)$$

C 付の場合、

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L (C_s + C)}} = \frac{1}{\sqrt{L (C_s // C)}} \quad (41)$$

となり、これがフィルタの減衰極周波数を与える。それぞれ、 L_s と L が並列接続の値で、 C_s と C が並列接続の値で直列共振を生じることから、L 付ノッチは上側極を、C 付ノッチは下側極を形成することになる。いずれの場合も、サセプタンス・スロープ・パラメータには変化はない。

しかし、インバータの負のキャパシタンスによる周波数シフトを補正する量は元の共振器における値と

違ってくる。そのために、若干の周波数調整が必要になってくる。周波数調整によって減衰極周波数も若干ずれるが適宜調整することによって実用的なフィルタ特性が得られる。

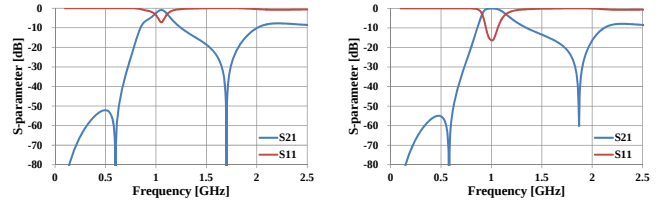


図 14. 有極型フィルタ特性の例
(左：周波数調整前、右：周波数調整後)

このようなフィルタ特性は、飛越し結合を用いることによって得ることができる。図 15 は L 素子、C 素子により飛越し結合をした回路である。この結合部分を Δ -Y 変換することにより、図 13 のノッチ共振器と同じ回路が得られ、これによっても有極型特性が実現できる。

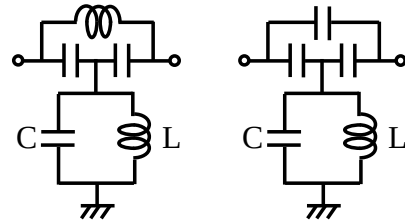


図 15. 飛越し結合による有極型フィルタ

また、有極型特性を実現する別の手段として、図 16 に示す共振型結合回路を用いる方法がある[6]。図 16 で段間結合は L_3 と C_3 の並列共振器となっているが、中心周波数ではこれとアドミタンスが等しいフィルタ設計値で求めた結合容量 C_{12} で置き換えて考えると、減衰極条件と帯域条件は、

$$\text{減衰極条件: } 4\pi^2 f_p^2 = \frac{1}{L_3 C_3} \quad (42)$$

$$\text{帯域条件: } 2\pi f_0 C_{12} = \left| 2\pi f_0 C_3 - \frac{1}{2\pi f_0 L_3} \right| \quad (43)$$

となる。

(42)より、

$$L_3 = \frac{1}{4\pi^2 f_p^2 C_3} \quad (44)$$

この(44)を(43)に代入すると、

$$C_{12} = C_3 \left| f_0 - \frac{f_p^2}{f_0} \right| \quad (45)$$

となる。ここで、

$$a = \frac{f_p}{f_0} \quad (46)$$

とおくと、

$$C_3 = \frac{C_{12}}{|1-a^2|} \quad (47)$$

$$L_3 = \frac{|1-a^2|}{4\pi^2 f_p^2 C_{12}} \quad (48)$$

となって、以上により、減衰極を生成する並列共振型結合素子値が求まる。ただし、 $a > 1$ の場合はマイナスの C が段間結合素子になるため、共振周波数を補正する素子の符号が逆になる。

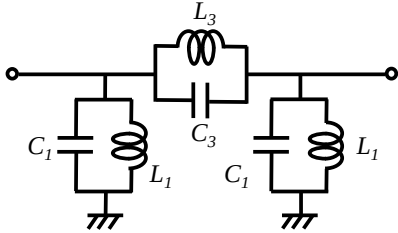


図 16. 共振型結合回路による有極型フィルタ

9. 楕円関数フィルタ

楕円関数フィルタは、特性関数に 2 重周期関数である楕円関数を用いることにより、通過帯域内のレスポンスをチェビシェフと同じ等リップル特性にするとともに、帯域外の減衰特性も減衰極を発生させて等リップル特性にするものである。

図 17 に 4 段の楕円関数フィルタの回路図の例を示す。1 段目と 4 段目を段間結合素子とは逆符号の素子で飛越し結合させることによって実現できる。このフィルタを設計するには、まず、特性関数を定義する。零点を z_1 、 z_2 、極を p とすると、特性関数 Φ は、

$$\Phi(x) = \frac{(s^2 + z_1^2)(s^2 + z_2^2)}{s^2 + p^2} \quad (49)$$

となる。特性関数 F の関数値を図 18 に示す。これを用い、フィルタの伝達特性は、

$$|t(s)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Phi^2(s)} \quad (50)$$

と表わされる。ここで、 ε はリップル係数である。伝達関数 $t(s)$ を有理関数で表現すると、

$$t(s) = \frac{1}{\varepsilon} \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (51)$$

となり、 $P(s)$ 、 $Q(s)$ は、

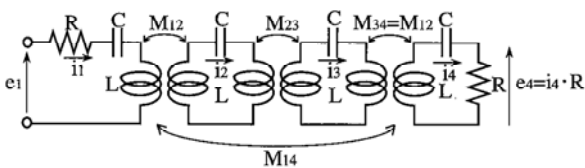


図 17. 楕円関数フィルタの回路図 (4 段)

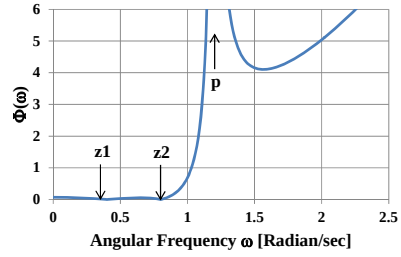


図 18. 楕円関数フィルタの特性関数値

$$P(s) = s^2 + p_1 \quad (52)$$

$$Q(s) = s^4 + q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \quad (53)$$

である。

一方、図 17 の回路の回路方程式から伝達関数を求めることができる。

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + jW & jM_{12} & 0 & jM_{14} \\ jM_{12} & jW & jM_{23} & 0 \\ 0 & jM_{23} & jW & jM_{12} \\ jM_{14} & 0 & jM_{12} & R + jW \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\frac{e_4}{e_1} = \frac{R \cdot \det(\text{cof} z_{14})}{\det(Z)} \quad (55)$$

$$|t|^2 = \left\{ 2 \left| \frac{e_4}{e_1} \right| \right\}^2 \quad (56)$$

これが、(50)式と等しくなるように、結合係数 M_{12} 、 M_{23} 、 M_{14} を決めることで楕円関数フィルタが実現できる[7]。

10. まとめ

マイクロ波フィルタの基礎理論について、ネットワークシンセシス法から有極型フィルタおよび楕円関数フィルタ設計法まで解説した。フィルタ設計においては理論もさることながら、実践が重要である。是非一度、トライされることをお勧めする。

文 献

- [1] G.L.Matthaei, L.Young, and E.M.T. Jones, "Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures", Artech House, 1980(Re-print).
- [2] J-S Hong, "Microstrip Filters for RF/Microwave Applications", 2nd ed., Wiley, 2011.
- [3] Z. Lei, S. Sheng, L. Rui, "Microwave Bandpass Filters for Wideband Communications", Wiley, 2012.
- [4] 上野伴希, "試作で学ぶ高周波フィルタの設計法", 総合電子出版社, 2002 年.
- [5] 栗井郁雄, "マイクロ波フィルタの基礎と設計", Microwave Exhibition2010, TL05-01, 2010.
- [6] T. Ishizaki et al., "A Very Small Dielectric Planar Filter for Portable Telephones", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-42, NO.11, pp.2017-2022, November 1994.
- [7] T. Ishizaki et al., "Practical Design Procedure of an Elliptic Function Dual-Mode Cavity Filter Coupled through a Mon-zero-Thick Septum", IEICE Trans Electron., vol.E81-C, No.6, pp.916-923, June 1998.