

電圧電流で理解する最大効率と kQ 積

スミスチャートもSパラメータも用いない明快計算法

Voltage-Current Domain View to Maximum Efficiency and kQ Product

Lucid Formulas before Learning S_{11} on Smith Chart

大平 孝

Takashi OHIRA

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

直流入力直流出力のワイヤレス電力伝送システムは一般に3つの要素：インバータ、正弦波伝送路、整流回路から構成される。このうち伝送路は線形受動網であり、その入力電力に対する出力電力の比を伝送路の電力効率 η と呼ぶ。伝送路が与えられたときに、入出力ポート電圧電流セットを調整して効率 η を最大化する問題を考える。このとき得られる効率をその伝送路の最大効率 η_{\max} と呼ぶ。

伝送路の η_{\max} を定量的に見積もる方法として従来はSパラメータ領域の公式を用いてきた。その公式は煩雑な4次分数多項式を含むため物理的な見通しが得られにくい。そこで本講演では物理的イメージが経験的に得られやすい kQ 積（結合係数 k と Q ファクタの積）から出発し、いくつかの典型的なトポロジ例を挙げながら、 kQ 積が適用できる範囲を一般2ポート網（ブラックボックス）へと拡張していく。 kQ 積と η_{\max} の相互関係を統一的に説明するために $kQ = \tan 2\theta$ で定義される効率角 θ を導入する。効率角 θ はイミタンスの実数倍・複素共役・逆数の操作に対して不変量である。効率角 θ の採用により最大効率に関する美しい公式 $\eta_{\max} = \tan^2 \theta$ に到達する。



Indeed the maximum available efficiency is a key factor in designing wireless power transfer systems, professors and engineers yet feel difficulties due to its complicated mathematics expressed in S parameter domain. This lecture starts from the index called kQ product familiar to magnetic-resonance predecessors. We extend the product for use in some non-magnetic and/or non-resonant instances, and finally to a general two-port black box model representing an arbitrary scheme of wireless power transfer system. Assuming its immittance matrix known, we express the input and output power as quadratic polynomials of RF voltages and currents at the ports. One of Jacobean matrix determinant zeros leads to the optimum set of voltages and currents that lets the power transfer efficiency reach its peak η_{\max} . We heuristically introduce efficiency angle θ defined by $kQ = \tan 2\theta$. The angle keeps invariance against operations of scaling, conjugate, and inverse on immittance matrix. This enables us to find elegant formula $\eta_{\max} = \tan^2 \theta$ for maximum available efficiency. A double-angle tangent chart helps to graphically estimate η_{\max} from kQ product.