

# デジタル RF 技術の基礎

## Introduction to Digital RF Circuit Technology

松澤 昭

Akira MATSUZAWA

東京工業大学 大学院理工学研究科

〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, S3-27

Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

S3-27, 2-12-1, O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan

E-mail: matsu@ssc.pe.titech.ac.jp

### Abstract

Digital RF circuit technology has been proposed to address the issues of deep sub-micron CMOS technology of which the analog performance becomes problematic. Discrete-time signal processing, measurement of time-difference, digital control to RF signal oscillator are representative examples of technologies and logic gates, switch circuits, and capacitance array are used instead of conventional analog circuits. This paper reviews and explains the basics of this digital RF circuit technology.

### 1. はじめに

デジタル RF 技術は連続時間型信号処理技術が用いられてきた RF 信号に対し、ベースバンド信号処理などに用いられている離散時間型信号処理技術を用いたり、時間差を計測することで位相差を図ったり、容量値を離散的に変化させることで発振周波数を制御したりすることのように、RF 回路にデジタル的な技術を適用する試みを言い、最近 TI を中心として開発が進められている技術である [1][2]。

主として、アナログ特性確保が困難になってきた微細 CMOS に対し、微細化により性能が向上する、ロジック回路やスイッチ回路、容量アレーなどの受動素子を用いることで、RF 性能や量産性の向上を目指すものである。

この技術は従来の RF 回路技術とは相当異なる技術を用いているので、RF 設計者には理解が困難な点も多い。そこで、この技術を基礎から解説する。

### 2. サンプリングミキサー

#### 2.1 基本構成

サンプリングミキサーは RF 信号をサンプリングすることで周波数変換によるミキシング作用を実現するとともに、容量に蓄積された電荷を用いて時間離散型アナログ回路であるスイッチトキャパシタ回路によるフィルターを実現するものである。基本構成を図 1 に示す。

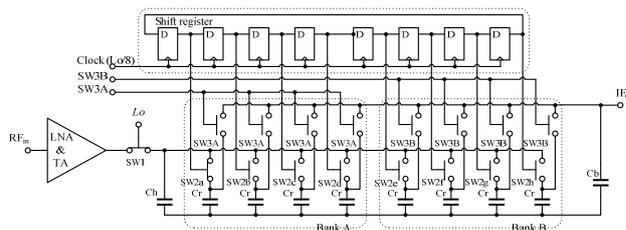


図 1 サンプリングミキサー回路

LNA からの信号はトランスコンダクタンスアンプ TA で一旦電流に変換され、スイッチ 1 と信号保持容量  $C_h$  およびスイッチ 2a から 2h に接続された容量  $C_r$  のうちどれか一つが並列に接続された容量  $C_h + C_r$  に充放電される。スイッチ 1 は通常  $LO$  に相当するキャリア周波数のクロックで駆動され、スイッチ 2a から 2h は 8N クロック毎に順次切り替えられる。容量はバンク A および B の 2 バンクで構成され、各バンクの全ての容量が充電されたら、スイッチ 3A でバンク A の各容量は容量  $C_b$  と接続される。この間バンク B ではバンク A と同様の動作が繰り返される。バンク A の各容量は容量  $C_b$  と接続後、リセットされる。

この一連の過程によりフィルター作用が実現される。そこでこの一連の動作によりフィルターが実現される様子を見てみる。

#### 2.2 標本化

標本化は図 2 に示したように入力信号  $x(t)$  を一定間隔  $T_s$  で抜き取ったものである。

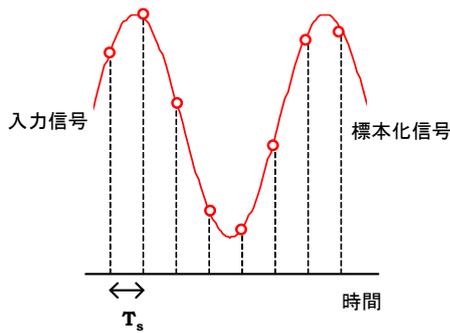


図2 標本化動作

したがって、標本化された信号  $x_s(t)$  は、

$$x_s(t) = x(t)\delta_T(t)$$

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \quad (1)$$

で表され、入力信号にインパルス列を掛けたものになる。

次に標本化信号のスペクトラムを求める。

インパルス列  $\delta_T(t)$  は周期関数であるので、フーリエ級数に展開する。フーリエ係数  $C_n$  は、

$$C_n = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \delta_T(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \delta(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s} \quad (2)$$

したがって、フーリエ級数は、

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} \quad (3)$$

となる。上式のフーリエ変換は、

$$\delta_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_T(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(n\omega_s - \omega)t} dt \quad (4)$$

$$= \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

である。

信号  $x_s(t)$  は二つの信号  $x(t)$  と  $\delta_T(t)$  の積であるので、スペクトル  $X_s(\omega)$  は複素畳込み積分を用いて、

$$X_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} [\delta_s(\omega) * X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \right] X(\omega - u) du \quad (5)$$

$$= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$

となる。したがって信号  $X_s(t)$  のスペクトル  $X_s(\omega)$  は、標本化する前のアナログ信号  $x(t)$  のスペクトル  $X(\omega)$  を間隔  $\omega_s$  で周波数軸に配置した、周期  $\omega_s$  の周期関

数となる。(時間領域の積は周波数領域の畳込み積分を  $2\pi$  で割ったものに等しい)

式(5)より  $X(\omega)$  の周波数成分が  $n\omega_s$  に周波数成分を有する場合は全てベースバンド信号に変換される。これが折れ返しである。n=1 の場合は周波数  $\omega_s$  近傍にある周波数 (サイドバンド) はベースバンド信号に変換されることを意味する。したがって標本化動作によりミキサーが実現できる。しかしながら同時に DC 近傍の周波数成分や  $n\omega_s$  近傍の周波数成分も同時にベースバンド信号に変換されることを意味する。

### 2.3 窓積分

ところで、サンプリングミキサーの信号の標本化は信号電圧を TA において一旦電流に変換した後に行われる。この理由は電圧で標本化すると、現在の信号は標本化できるが、過去の履歴が残らず、積分動作が実現しないことが大きな理由である。

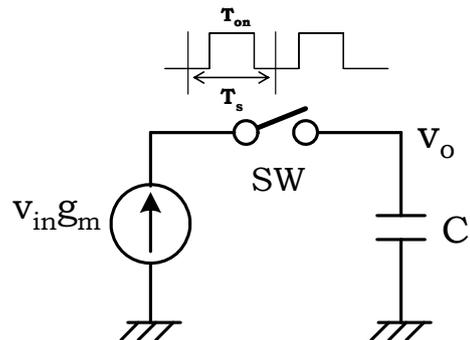


図3 窓積分

図3に電流変換された信号の標本化の様子を示す。スイッチの周期を  $T_s$ 、オン時間を  $T_{on}$  とする矩形パルス  $g(t)$  のフーリエ級数の係数は、

$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} g(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_{on}}{2}}^{\frac{T_{on}}{2}} e^{-jn\omega_s t} dt \quad (6)$$

$$= \frac{T_{on}}{T_s} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_s T_{on}}{2}\right)}{\frac{n\omega_s T_{on}}{2}}$$

と求められるので、 $g(t)$  はフーリエ級数を用いて、

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_s t} = \frac{T_{on}}{T_s} + \frac{2T_{on}}{T_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_s T_{on}}{2}\right)}{\frac{n\omega_s T_{on}}{2}} \cos(n\omega_s t) \quad (7)$$

と表される。また、上式のフーリエ変換は、

$$\begin{aligned}
 G(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt \\
 &= \frac{T_{on}}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_s T_{on}}{2}\right)}{\frac{n\omega_s T_{on}}{2}} \cos(n\omega_s t) \right] e^{-j\omega t} dt \quad (8) \\
 &= \omega_s T_{on} \left[ \delta(\omega) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \delta(\omega - n\omega_s) + \delta(\omega + n\omega_s) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

となる。ここで  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dt = 2\pi\delta(\omega)$  を用いた。

容量に蓄積される電荷  $Q_0$  は、2つの信号  $g_m v_{in}$  と  $g(t)$  の積であるので、畳込み積分を用いて、

$$\begin{aligned}
 v_o(\omega) &= \frac{1}{2\pi} [g_m V_{in}(\omega) * G(\omega)] \quad (9) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \omega_s T_{on} \left\{ \delta(u) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_s T_{on}}{2}\right)}{\frac{n\omega_s T_{on}}{2}} \left\{ \delta(u - n\omega_s) + \delta(u + n\omega_s) \right\} \right\} g_m V_{in}(\omega - u) \right] du
 \end{aligned}$$

となるので、

$$= g_m \frac{T_{on}}{T_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_s T_{on}}{2}\right)}{\frac{n\omega_s T_{on}}{2}} [V_{in}(\omega - n\omega_s) - V_{in}(\omega + n\omega_s)] \quad (10)$$

と表される。以上において、信号の DC 成分がある場合は出力電圧は単調に変化し、ついには無願大になるので、これは無いものとした。(実際の設計においては考慮すべき点である) 通常のみキサート同様に蓄積電荷には高周波成分が表れるが、ベースバンド信号のみを考慮すると、入力信号の周波数成分のうち  $n\omega_s$  に周波数成分を有する場合は全てベースバンド信号に変換されるが、標本化回路と異なるのは Sinc 関数の存在である。

図4に標本化周波数の  $n$  倍の周波数に対する伝達率を示す。デューティ比を  $1/2$  に選ぶと標本化周波数  $f_s$  に対する伝達係数が最大となるとともに標本化周波数の2倍の周波数である  $2f_s$  に対する伝達関数はゼロになり、折れ返し周波数からの妨害を最小にすることができる。デューティ比を  $1/3$  に選ぶと3倍の周波数である  $3f_s$  からの妨害を最小にすることができる。

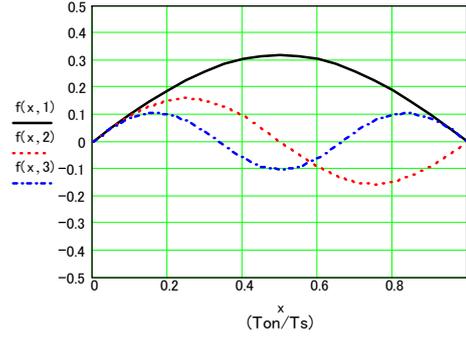


図4 窓積分の周波数特性

## 2.4 移動平均

図1におけるスイッチ  $SW1$  は  $N$  回ずつのスイッチングを繰り返し容量  $C_h, C_r$  の電荷を蓄積する。

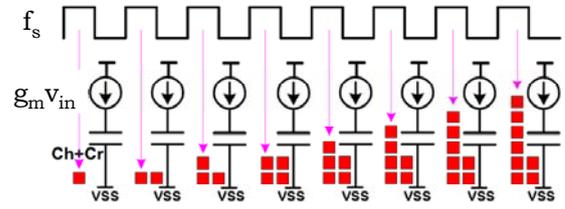


図5 移動平均

この様子を図5に示す。

容量  $C_h, C_r$  に蓄積された電荷を  $W(z)$ 、それぞれのスイッチングにおいて蓄積された電荷を  $U(z)$  とすると、 $z$  変換を用いて以下のように表される。

$$W(z) = \sum_{n=0}^{N-1} U(z)z^{-n} = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}} U(z) \quad (11)$$

(ここで以下の級数の性質を用いた)

$$(1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-(N-1)}) (1 - z^{-1}) = 1 - z^{-N}$$

以上において、 $z$  関数を用いたので、ここで  $z$  変換について説明する。

## 2.5 z 変換

連続信号  $f(t)$  を標本化した離散信号を  $f_s(t)$  とするとき  $f_s(t)$  のラプラス変換  $F_s(s)$  は、

$$\begin{aligned}
 F_s(s) &= \int_0^{\infty} f_s(t) e^{-st} dt \\
 &= \int_0^{\infty} \left[ \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \delta(t - kT_s) \right] e^{-st} dt = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) e^{-skT_s} \quad (12)
 \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$z = e^{sT_s} \quad (13)$$

とおき、 $F_s(s)$ の代わりに  $F(z)$ と表記することにすれば  $f_s(t)$ のラプラス変換、すなわち  $f(k)$ の  $z$  変換および  $z$  逆変換は、それぞれ、以下で与えられる。

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (14 a)$$

$$f(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint F(z)z^{k-1} dz \quad (14 b)$$

例えば、

$$F(z) = f(0) + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + f(3)z^{-3} + \dots$$

で与えられる。ここで、 $\oint$  は  $F(z)$ の極を内部に含んだ閉路積分である。

ところで、図6に示すような  $z$  の実部を横軸に、虚部を縦軸に取った  $z$  平面を考える。

$z = e^{sT_s}$  において  $s = j\omega$  を代入すると、

$$z = e^{j\omega T_s} \quad (15)$$

となり、 $z$  平面上で単位円の軌跡を表している。式(15)を標準化周波数  $f_s$  を用いて書き直すと、

$$z = e^{j2\pi \frac{f}{f_s}} \quad (16)$$

となる。したがって DC 近傍の周波数は A に、 $f=f_s/2$  であるナイキスト周波数は B 点に、 $f=f_s/4$  の周波数は C 点に相当する。したがって、 $z$  は絶対値が 1 でその位相差が周波数/標準化周波数で変化する伝達関数としてとらえられる。また、円の性質から周波数  $f=nf_s$  の点は A 点となる。これは折れ返し効果を示している。 $n$  は整数である。

また、

$$z = e^{(\sigma + j\omega)T_s} = e^{\sigma T_s} e^{j\omega T_s} = e^{\sigma T_s} (\cos \omega T_s + j \sin \omega T_s) \quad (17)$$

であるから、 $s$  平面の右側、つまり  $\sigma > 0$  の範囲は単位円の外側に、左側は内側に対応している。このことはシステムの安定性に関係する。

### 2.6 伝達関数の極零点配置と周波数特性 離散時間システムの伝達関数は、

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_M z^M + b_{M-1} z^{M-1} + \dots + b_1 z + b_0}{z^N + a_{N-1} z^{N-1} + \dots + a_1 z + a_0}, \quad N \geq M \quad (18)$$

のように与えられたとき、 $B(z)=0$  になる  $z$  を零点、 $A(z)=0$  になる  $z$  を極と呼ぶ。

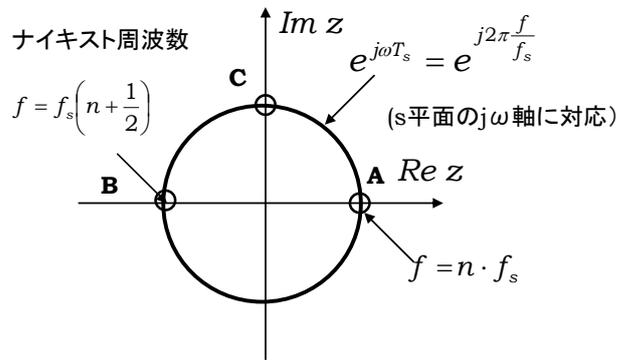


図6 z 平面と周波数

これはラプラス変換と全く同じである。式(18)はポールとゼロを用いて以下のように表せる。

$$H(z) = K \cdot \frac{(z - z_{z1})(z - z_{z2}) \dots (z - z_{zM})}{(z - z_{p1})(z - z_{p2}) \dots (z - z_{pN})} \quad (19)$$

ここで、 $z_{zi}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, M$ ) は零点(zero)、

$z_{pi}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ) は極 (pole)、 $K$  は任意の実定数である。周波数特性  $H(\omega)$  は、

$$H(\omega) = K \cdot \frac{(e^{j\omega T} - z_{z1})(e^{j\omega T} - z_{z2}) \dots (e^{j\omega T} - z_{zM})}{(e^{j\omega T} - z_{p1})(e^{j\omega T} - z_{p2}) \dots (e^{j\omega T} - z_{pN})} \quad (20)$$

となるので、図7に示したように単位円を動く点を  $P$  とし、零点までの距離をそれぞれ  $u_1, u_2, u_3$ 、極までの距離をそれぞれ、 $v_1, v_2, v_3$  とすると、振幅特性は、

$$|H(\omega)| = \frac{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} \quad (21)$$

で与えられる。dB 表示では、

$$20 \log H(\omega) = 20(\log u_1 + \log u_2 + \log u_3 - \log v_1 - \log v_2 - \log v_3) \quad (22)$$

となる。

位相は点  $P$  と零点を結ぶ直線と実軸の正の方向とのなす角を  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ 、点  $P$  と極を結ぶ直線と実軸の

のなす角を  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ 、点  $P$  と極を結ぶ直線と実軸の

正の方向とのなす角を  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  とするとき、

$$\theta(\omega) = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 \quad (23)$$

で与えられる。

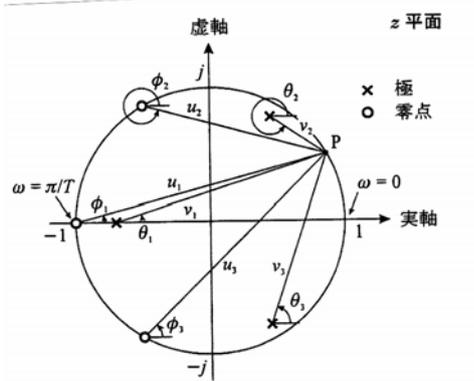


図7 ポールとゼロおよび周波数特性

### 2.7 移動平均における周波数特性

式(11)より  $z$  関数を用いた移動平均の伝達関数が求まったので、周波数特性を求める。周波数特性は

式(16)より、 $z = e^{j2\pi \frac{f}{f_s}}$  を用いて、

$$|W(f)| = \frac{\left| \sin\left(N\pi \frac{f}{f_s}\right) \right|}{\left| \sin\left(\pi \frac{f}{f_s}\right) \right|} \quad (24)$$

となる。

$N=8$  としたときのこの様子を図8に示す。

式(11)を書き直すと、

$$H(z) = \frac{W(z)}{U(z)} = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}} = \frac{z^8 - 1}{z^7(z - 1)} \quad (25)$$

したがって、ポールは  $z=0$  に7乗根、 $z=1$  であり、

ゼロは  $e^{j\frac{k\pi}{4}}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, 8$ ) に形成される。

周波数がゼロにおいてポールとゼロがキャンセルされるので伝達関数は最大値を取る。ポールは原点にあるので周波数によらず一定であり、各ゼロからこのように標本化された信号を有限個加算することでノッチを容易に形成できる。例えばこの例では8個の加算であるので、標本化周波数の1/8の複素信号を加算すると、

$$e^0 + e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{j\frac{2\pi}{4}} + e^{j\frac{3\pi}{4}} + e^{j\pi} + e^{j\frac{5\pi}{4}} + e^{j\frac{6\pi}{4}} + e^{j\frac{7\pi}{4}} = 0 \quad (26)$$

となることから理解できる。この特性は不要波の減衰などに活用できる。

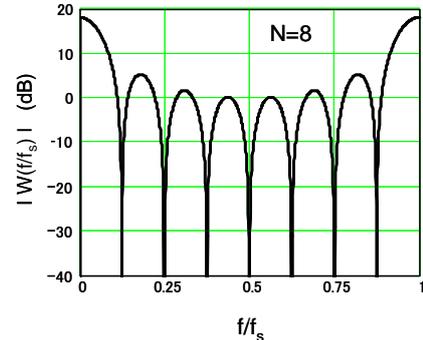


図8 移動平均フィルターの周波数特性

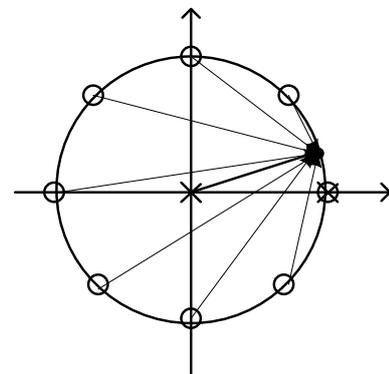


図9 移動平均フィルターのポールとゼロ

### 2.8 IIR フィルター

電荷は容量  $C_h$  と  $C_r$  に蓄積されるが、 $C_r$  は  $N$  クロック毎に交換するようになっている。今  $W(z)$  を容量  $C_h$  と  $C_r$  の並列接続された回路に注入された電荷とすると、この容量に蓄積されている電荷  $S(z)$  は注入電荷  $W(z)$  とその1クロック前に容量  $C_h$  に蓄積されている電荷  $aS(z)z^{-N}$  の和に等しいので、

$$S(z) = aS(z)z^{-N} + W(z) \quad (27)$$

これより

$$S(z) = \frac{W(z)}{1 - az^{-N}} \quad (28)$$

となる。上式においては容量  $C_r$  は容量  $C_h$  と並列接続され、電荷蓄積後切り離されることにより蓄積電荷は容量分割されて減少することを考慮し、この効果を、

$$a = \frac{C_h}{C_h + C_r} \quad (29)$$

で表している。

したがって、この回路の周波数特性は式(28)の  $z$  を

$$z = e^{j2\pi \frac{f}{f_s}}$$

$$|S(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+a^2 - 2a \cos\left(N2\pi \frac{f}{f_s}\right)}} \quad (30)$$

と得られる。

この周波数特性を図 10 に示す。

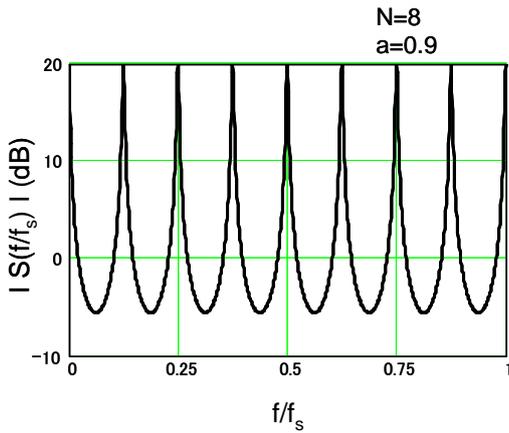


図 10 IIR フィルターの周波数特性

ここで、式(28)のポールとゼロを求める。

式(28)は、

$$\frac{S(z)}{W(z)} = \frac{1}{1-az^{-N}} = \frac{z^N}{z^N - a} \quad (31)$$

したがって、ゼロは原点に 8 重根となり、ポールは、

$$z_{p\_i} = \sqrt[N]{a} e^{j\frac{2\pi i}{N}} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (32)$$

に位置する。この様子を図 11 に示す。したがって、伝達関数はポール近傍の周波数である、 $\frac{i}{N} f_s$  近傍で

最大となり、ポールの間の周波数で最小になる。このように IIR フィルターは RC フィルターと同様の 1 次の低域フィルターを実現できる。深い減衰を得るためには  $a$  をできるだけ 1 に近づければ良い。

ただし、折れ返しによる周期的な通過帯域を持つという課題がある。しかしながらこの通過帯域は移動平均により形成されたノッチにより減衰させるこ

とが可能である。

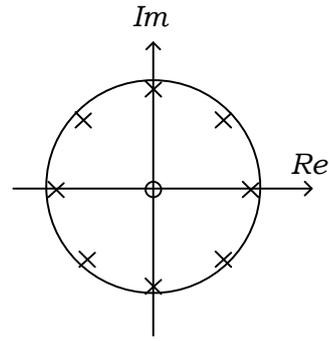


図 11 IIR フィルターのポール・ゼロ配置

### 2.9 Sinc フィルター

容量  $C_r$  に蓄積された電荷は  $M$  個並列に接続されて読み出される。このときに Sinc フィルターを形成する。

読み出し電荷  $T(z)$  は容量  $C_h$  の蓄積された電荷が  $(1-a)S(z)$  であることから、以下のように表される。

$$T(z) = (1-a) \sum_{l=1}^M S(z) z^{-l} = (1-a) \frac{z^{-N}(1-z^{-MN})}{1-z^{-N}} S(z) \quad (33)$$

周波数特性は、

$$|T(f)| = (1-a) \left| \frac{\sin\left(MN\pi \frac{f}{f_s}\right)}{\sin\left(N\pi \frac{f}{f_s}\right)} \right| \quad (34)$$

で与えられる。

ポールは原点、および、

$$z_{p\_i} = e^{j\frac{2\pi i}{N}} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (35)$$

の位置であり、ゼロは、

$$z_{z\_i} = e^{j\frac{2\pi i}{NM}} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, NM) \quad (36)$$

の位置である。図 12 に周波数特性を示す。

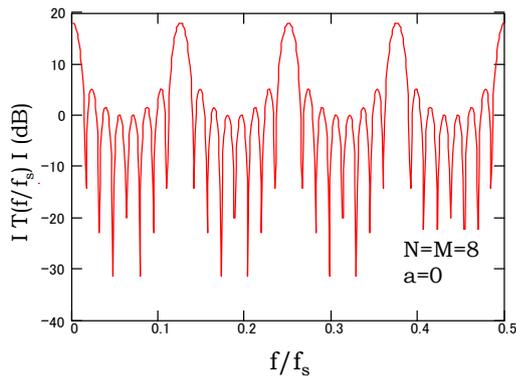


図 12 Sinc フィルターの周波数特性

### 2.10 全体の周波数特性

最後に容量  $C_r$  から  $C_b$  への電荷転送は IIR フィルターを形成するので、

$$Y(z) = \frac{T(z)}{1 - bz^{-MN}} \quad (37)$$

周波数特性は式(30)と同様に

$$|Y(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + b^2 - 2b \cos\left(MN2\pi \frac{f}{f_s}\right)}} \quad (38)$$

ここで、  $b = \frac{C_b}{4C_r + C_b}$

である。したがって、全体の周波数特性は、

$$|H(f)| = (1-a) \frac{\left| \frac{\sin\left(N\pi \frac{f}{f_s}\right)}{\sin\left(\pi \frac{f}{f_s}\right)} \right| \left| \frac{\sin\left(MN\pi \frac{f}{f_s}\right)}{\sin\left(N\pi \frac{f}{f_s}\right)} \right|}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos\left(N2\pi \frac{f}{f_s}\right)} \sqrt{1 + b^2 - 2b \cos\left(MN2\pi \frac{f}{f_s}\right)}} \quad (39)$$

となる、ただし、ここでは窓積分の効果を除外している。

図 13 に  $N=M=8$ ,  $a=b=0.9$  としたときの周波数特性の概略を示す。

DC およびサンプリング周波数の整数倍のところは通過帯となっているが、その他の周波数では 50dB 程度の信号減衰が得られている。

図 14 は通過帯近傍を拡大し、パラメータ  $a, b$  を変えたものを示している。2 次の低域通過フィルター特性となっており、パラメータ  $a, b$  を変えることによ

り遮断周波数を変えることができる。

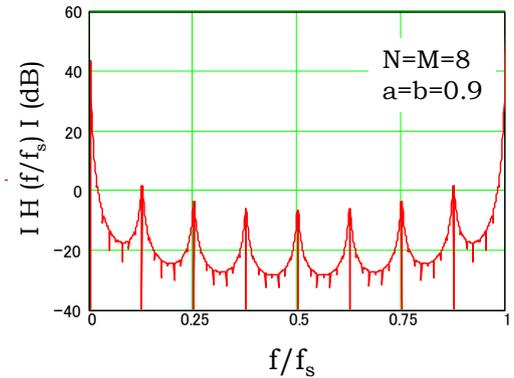


図 13 回路全体の周波数特性の概略

この回路は TA の他は容量とスイッチで構成可能であるため微細化に向いていると目されており、また、容量比により遮断周波数を可変にできるためマルチスタンダードに向いているとも言われている。

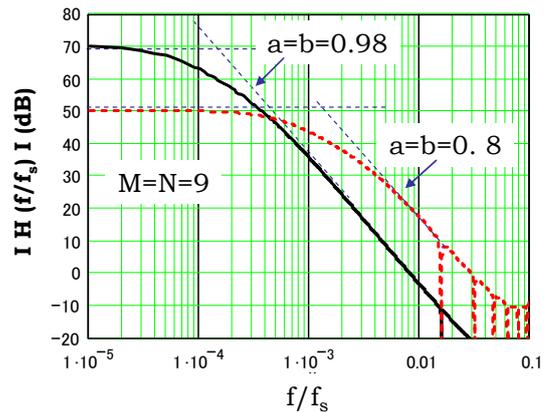


図 14 通過帯近傍での周波数特性

### 2.11 サンプリングミキサー技術の課題

以上述べたようにサンプリングミキサーはなかなか興味深い回路であるが、課題も多い。

まず、フィルター特性として RF フィルターとベースバンドフィルターに分けて考えてみる。

RF フィルターとしてブロッカーに対して抑制特性を有するが、最大の課題は TA にあり、TA がブロッカーにより歪みを発生させると、これは除去できない。したがって、TA よりも手前に RF フィルターを必要とし、課題の解決にはななりにくい。

ベースバンドフィルターとしてのサンプリングミキサーは 2 次の特性しか有しておらず、高次フィルターが作りにくい。この程度の次数では役不足である。また、動作クロックがキャリア周波数の整数分の 1 であるため、チューナーのように可変周波数範囲の広いシステムではベースバンドよりのクロックも大

大きく変化してしまい制御しにくいという課題がある。したがって、今後はサンプリングミキサの原理は活用しながらもより現実的な回路を構成する必要がある。

### 3. 完全デジタル PLL

#### 3.1 基本構成

完全デジタル PLL は図 15 に示すように通常の PLL における位相周波数比較器の代わりに時間・デジタル変換器(TDC)を、VCO の代わりにデジタル制御発振器(DCO)を用い、ループフィルターをデジタルフィルターで形成したものである。

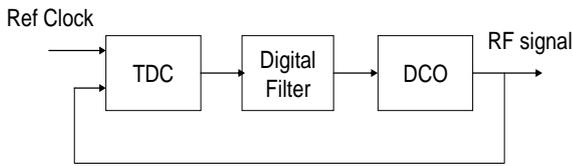


図 15 完全デジタル PLL の基本構成

TDC は図 16 のようにインバータ遅延を用いており通常 10~10ps 程度の分解能を有している。

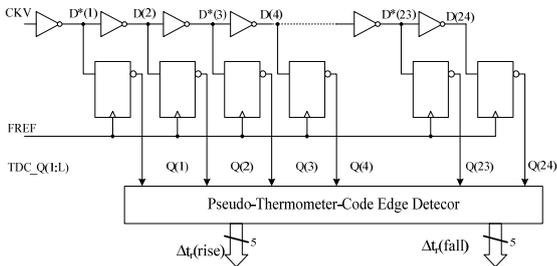


図 16 TDC の基本構成

また、DCO は、図 17 に示すように LC 発振器の容量をデジタル的に制御することにより実現されるが、容量アレーをスイッチで切り替える方法とバラクターアレーを用いてバラクターの制御電圧をデジタル的に切り替える方法がある。図 17 に示したように通常のアナログ制御では容量の変化の大きい領域を用いるが DCO では容量変化の少ない2つの領域を用いて電圧でスイッチする。

#### 3.2 デジタルループフィルター

完全デジタル化の第 1 歩はループフィルターのデジタル化である。通常アナログループフィルターから s-z 変換を用いて z 関数を求め、デジタル回路に実装する。

図 18 にチャージポンプを用いた通常のタイプ II の

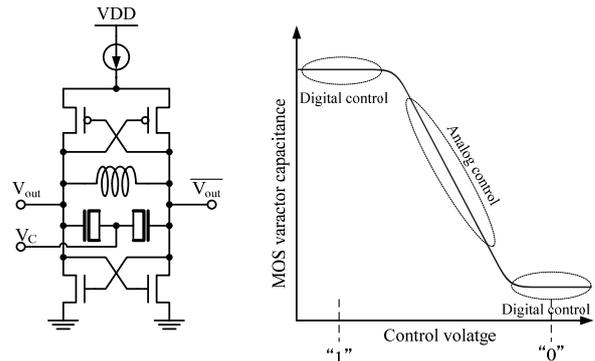


図 17 DCO の基本構成とバラクター制御

PLL の基本構成を示す。

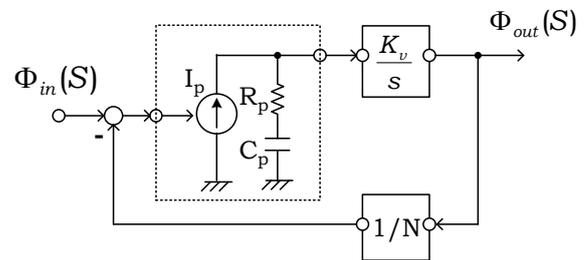


図 18 チャージポンプを用いたタイプ II PLL

開ループの伝達関数は以下で示される。

$$H_{op}(s) = \frac{\Phi_{out}(s)}{\Phi_{in}(s)} \Big|_{open} = \frac{I_p K_v}{2\pi N} \left( R_p + \frac{1}{s C_p} \right) \frac{1}{s} \quad (40)$$

上式はより一般的な表現として、以下で表わすことができる。

$$H_{op}(s) = \left( 2\zeta + \frac{\omega_n}{s} \right) \frac{\omega_n}{s} \quad (41)$$

ここで、

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_v I_p}{2\pi N C_p}}, \zeta = \frac{R_p}{2} \sqrt{\frac{K_v I_p C_p}{2\pi N}} \quad (42)$$

である。ところで、z は、

$$z = e^{j\frac{\omega}{f_R}} \approx 1 + j\frac{\omega}{f_R} = 1 + \frac{s}{f_R} \quad (43)$$

と、近似できる。ここで f<sub>R</sub> は基準周波数である。

したがって、

$$s = f_R(z-1) \quad (44)$$

の変換を行えばよい。  
これより、

$$H_{op}(z) = \left( 2\zeta + \frac{\omega_n}{f_R(z-1)} \right) \frac{\omega_n}{f_R(z-1)} \quad (45)$$

と伝達関数が求められる。括弧内がループフィルターを表している[3]。

括弧内の第1項は比例項、第2項は遅延積分項であるので、基本ループフィルターは図19のようになる。

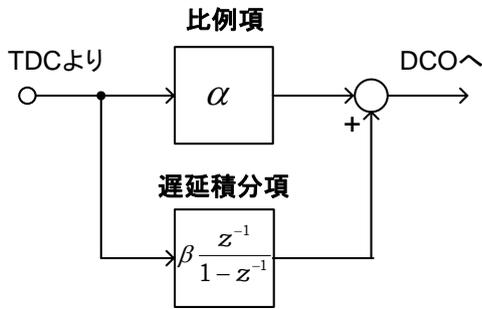


図19 基本デジタルループフィルター

ここで、

$$\alpha = 2\zeta \frac{\omega_n}{f_R}, \beta = \left( \frac{\omega_n}{f_R} \right)^2 \quad (46)$$

である。

### 3.3 TDC, DCO の分解能と位相雑音

ところで、TDC の時間分解能は図20に示すように有限であるため、量子化ノイズを発生させ、位相雑音を悪化させる。

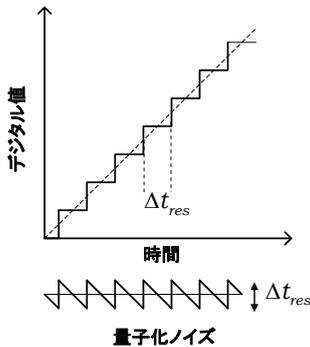


図20 TDC の伝達特性

この有限時間分解能による時間の揺らぎは、

$$\sigma_t^2 = \frac{(\Delta t_{res})^2}{12} \quad (47)$$

であり、また、この時間揺らぎによる発振周波数の位相揺らぎは、

$$\sigma_\phi = \omega_{DCO} \sigma_t \quad (48)$$

で与えられる。ここで、 $\omega_{DCO}$  は発振角周波数である。

この位相雑音は基準周波数とサンプリング周波数としてナイキスト周波数まで分布するので、片側サイドバンドのノイズスペクトラム密度は、

$$L = \frac{\sigma_\phi^2}{f_R} = \frac{(\omega_{DCO} \cdot \Delta t_{ref})^2}{12 f_R} = \frac{(2\pi N f_R \cdot \Delta t_{ref})^2}{12 f_R} \quad (49)$$

$$= \frac{f_R}{3} (N \Delta t_{ref})^2$$

と表される。

この雑音に対する伝達関数は閉ループの伝達関数より、

$$H_{close}(s) = \frac{H_{op}(s)}{1 + H_{op}(s)} = \frac{\omega_n^2 \left( 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s \right)}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (50)$$

で表される伝達関数のループ帯域を掛けたものになり、およそ  $2\omega_n$  程度まではノイズ帯域が広がること

になる。したがって TDC ノイズを低減するにはループ帯域を狭める必要がある。

一方 DCO の量子化ノイズは、

$$\sigma_{\Delta f_{DCO}}^2 = \frac{(\Delta f_{res})^2}{12} \quad (51)$$

で表され、ノイズスペクトラム密度は、

$$\frac{1}{2} S_{\Delta f} = \frac{\sigma_{\Delta f_{DCO}}^2}{f_R} = \frac{(\Delta f_{res})^2}{12 f_R} \quad (52)$$

DCO の周波数変化に対する位相変化は  $\frac{2\pi}{s}$  であるこ

とを用いて、位相ノイズスペクトラム密度は、

$$L\{\Delta f\} = \frac{1}{12} \left( \frac{\Delta f_{res}}{\Delta f} \right)^2 \frac{1}{f_R} \quad (53)$$

となる。

しかしながら、D/A 変換器と同様に、基準周波数の1周期の間同一値を保つことを考慮して、シンク関数を掛ける必要がある。したがって、位相ノイズスペクトラム密度は、

$$L\{\Delta f\} = \frac{1}{12} \left( \frac{\Delta f_{res}}{\Delta f} \right)^2 \frac{1}{f_R} \left( \text{sinc} \left( \frac{\Delta f}{f_R} \right) \right)^2 \quad (54)$$

となる。

このノイズに対して PLL は、

$$He(s) = 1 - H_{close}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (55)$$

のハイパス型の伝達特性になるので、ノイズの抑制のためにはより広い帯域が望ましい。

### 3.4 ΔΣ変調技術

以上のように完全デジタル PLL においては量子化ノイズにより位相ノイズが劣化するという課題がある。これを緩和する手段がΔΣ変調技術である。図21に3次 MASH と呼ばれるΔΣ変調器を示す。量子化器の前に積分器を配し、量子化信号を入力に帰還させ負帰還ループを形成する。更にこの回路を入力信号の周期よりも遙かに短い周期で動作させる。このようにするとこの回路の伝達関数は、

$$Y = X + (1 - z^{-1})^3 Q_N \quad (56)$$

と表され、量子化ノイズが微分される。N 次の系の場合の帯域内ノイズ電力は、

$$\frac{\pi^{2N}}{12(2N+1)} \left( \frac{1}{M} \right)^{2N+1} \Delta^2 \quad (57)$$

で表される。ここで M はオーバーサンプリング比率で、この系の動作周波数を基準クロック周波数で割ったものになる。したがって、M を高くすることにより量子化ノイズを大幅に下げることができる。

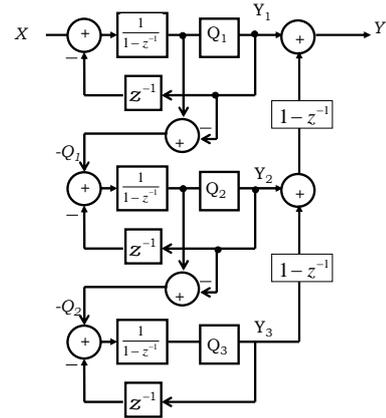


図 21 3 次の MASH 型 ΔΣ 型変調器

### 3.5 完全デジタル PLL の特徴と課題

完全デジタル PLL はチャージポンプ型 PLL の課題であるループフィルタを形成する容量の専有面積を低減できる他、デジタル回路を用いているのでロバスト性が高く安定な動作が期待できる。また微細化の進展とともに TDC の分解能や DCO の分解能の向上が期待できる他、デジタル制御技術を用いているため、検査や調整がし易いという利点がある。しかしながら、PLL 自体の性能、例えば位相雑音が著しく低減されたという報告は寡聞にして聞かない。したがって今後はこのシステムの特徴を活かした性能向上が強く求められる。

### 4. まとめ

デジタル RF 技術の代表的な回路であるサンプリングミキサと完全デジタル PLL についてその基礎技術を紹介した。これらの回路については様々なデジタル信号処理技術が使用されている。RF 技術者も今後はこのような信号処理技術を使いこなす必要があるであろう。

### 参考文献

- [1] R.B. Staszewski, et al., "All-Digital TX Frequency Synthesizer and Discrete-Time Receiver for Bluetooth Radio in 130-nm CMOS," IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 39, No. 12, pp. 2278-2291, December 2004.
- [2] Akira Matsuzawa, "Analog IC Technologies for Future Wireless Systems", IEICE Trans. Electron, vol. E89-C, No. 4, pp. 446-454, Apr. 2006.
- [3] R.B. Staszewski and P. T. Balsara, "ALL-DIGITAL FREQUENCY SYNTHESIZER in DEEP-SUBMICRON CMOS," WILEY, 2006