「マイクロ波フィルタ設計入門」
"Introduction to Microwave Filter Designs"

武田重喜　　Shigeki TAKEDA
京セラ（株）八重洲事業所　　Kyocera Corp.

東京都中央区八重洲２－３－１４，　shigeki.takeda.zs@kyocera.jp

Abstract: This seminar provides a fundamental microwave filter design guide to microwave engineers in this field. This guide aims to enable designers to design microwave filters with prescribed specifications by themselves, while the strict filter synthesis theory is maintained in it.

１．マイクロ波フィルタの設計
１．１　フィルタの設計

フィルタは通信システムの中で、信号を抽出するための基本的な素子である。フィルタの設計は、厳密にはフィルタの物理的形状を電磁気学的に扱いながら行わなければならない。しかし、一般に電磁気学的な物理量の扱いは複雑な境界条件を伴う積分方程式を解くことに帰着し極めて複雑である。　そのため、扱いを簡素化するため代表的な型の回路素子をシンボル化し、計算ルールを決めて記号による機械的計算で扱う回路網理論が使われる。マイクロ波フィルタの設計では、回路網理論と電磁気学とを結び付けながら設計を行う。

実際の設計では、回路網理論と計算機のソフトの併用が実用的である。図１に示すように、マイクロ波フィルタ設計手順は①目的の特性スペックの決定、②目的の特性を持つ回路網関数の導出、③適切な回路網、等価回路への変換、④補正を含む実際の回路構造決定となる。

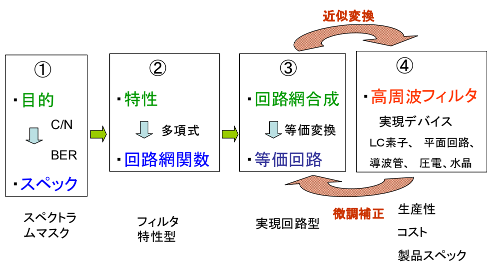


図１．マイクロ波フィルタ設計手順

主に②と③で回路網理論を、③と④で回路シミュレータを使用するのが実用的である。　他方、電磁界シミュレータを用いれば、②③④すべてを含む結果を直接知ることができるが、②③④の個々の要素を分離できない。そのため本質的な②と③の段階で電磁界シミュレータを使用する場合、明確さと効率を期待できない。一方、損失や寄生効果などの盛り込みが容易であるため、マイクロ波フィルタ設計の最終段階④での調整補正に使用するのが効果的である。

本講座ではマイクロ波フィルタの設計の基本として②と③を扱い、回路シミュレータおよび電磁界シミュレータのカバーする④は各設計者の実際の設計に委ねるものとする。

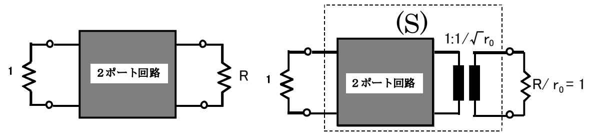
１．２　設計手順

ここで扱うフィルタ設計法では、本質的な特性を②の有理関数の回路網関数および原型低域通過型フィルタの段階で検討、決定する。次に③で、その原型低域通過型フィルタを集中定数回路あるいは分布定数回路のマイクロ波フィルタに変換するものとする。マイクロ波フィルタ設計においては、最終的な構造、形状、デバイスを考慮した等価回路までの変形を行う。この段階の変換には設計自由度があるため、設計者のスキルに依存しやすい。また、等価回路を導く際、何らかの近似を使い、有理関数の回路網関数で定めた特性から乖離が生じる場合には注意が必要である。

２．原型低域通過型フィルタ

２．１　回路網関数と３つの多項式

無損失の集中定数回路の２-ポートをＳ行列で表わす。 ポート１を基準として１Ω、ポート２を任意の r_0Ωで“ポートの正規化”を行うものとする。　すると図２a）の元の２-ポートに対し、Ｓ行列が示す部分は b）のように正規化の理想トランスを含んだ回路部となっている。



a）２-ポート　　　b）Ｓ行列の２-ポート

図２．　２-ポートとＳ行列

無損失の原型低域通過型フィルタのＳ行列の行列要素は式（１）のように複素周波数ｓの３つの多項式で完全に表される。

$$(S)=\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{\pm h(s)}{g(s)} & \dfrac{f(s)}{g(s)} \\ \dfrac{f(s)}{g(s)} & \dfrac{\mp h_*(s)}{g(s)} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

ここで

$$g(s)=a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0$$

$$f(s)=b_m s^m + b_{m-2}s^{m-2}+\cdots+b_0$$

$$h(s)=c_n s^n + c_{n-1}s^{n-1}+\cdots+c_1 s+c_0$$

ただし $h_*(s)$は $h(-s)$を示し、他の多項式も同様である。これら３つの多項式の中で２つが与えられれば、残りの１つは式（２）のユニタリ条件で結ばれている。

$$h(s)\cdot h_*(s)=g(s)\cdot g_*(s)-f(s)\cdot f_*(s) \qquad (2)$$

Ｓ行列の定常状態における特性は、s=jω として、角周波数ωによる複素数の値として表される。

g(s) はフルビッツの多項式であり、２-ポートの特性に支配的である。f(s) は偶多項式であり､そのため透過係数 s_{21} の位相あるいは群遅延は g(s)のみで定まる。また f(s)の零点は透過係数 s_{21} の零点になるため、f(s)が虚軸上に零点を持つ場合は s_{21} は減衰極を持ち有極型フィルタとなる。f(s)が定数項のみで零点を持たない場合は無極型フィルタとなる。 一方、軸対称回路あるいは軸相反回路では h(s)が特徴的な形となる。その場合、零点は虚軸上に集まり h(s) は偶多項式あるいは奇多項式となる。その結果、軸対称回路あるいは軸相反回路の透過係数 s_{21}および反射係数 s_{11}、s_{22}の群遅延はすべて g(s) のみで定まり、等しくなる。

０Ｈｚにおける透過係数は定数項 $b_0/a_0=\dfrac{2\sqrt{r_0}}{1+r_0}$ となり、信号源抵抗と負荷抵抗の不整合状態を示す。この状態を基準にすることで各多項式の“係数の正規化”を行う。

無損失回路のＳ行列はユニタリ行列であることから、ある角周波数ωにおいて、Ｓ行列の自由度は　振幅が１、位相が２となる。この自由度を活かしてフィルタの特性を定めるのが合理的であり、通常は透過特性 s_{21} で振幅の１と位相の１の自由度を使い、さらに必要に応じて反射 s_{11} あるいは s_{22}で残りの位相の１の自由度を使う。

この３つの多項式を用いれば、他の行列表現もＳ行列と同じポートの正規化の条件で可能である。回路網関数から２-ポートに展開するのには式（３）のインピーダンス行列が適している。

$$(Z)=\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{Ev(g)\pm Ev(h)}{Od(g)\mp Od(h)} & \dfrac{f}{Od(g)\mp Od(h)} \\ \dfrac{f}{Od(g)\mp Od(h)} & \dfrac{Ev(g)\mp Ev(h)}{Od(g)\mp Od(h)} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

ただし、Ev(g)、Od(g)はそれぞれ g(s)の偶部と奇部を示し、他の多項式についても同様である。

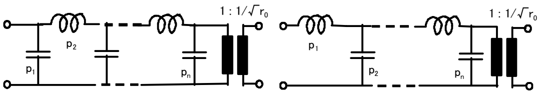
２．２　原型低域通過型フィルタの導出

ここでは原型低域通過型フィルタを定める。　目的の特性となる多項式の係数、多項式からはしご型回路への展開を行う。代表的な型のフィルタの定数を示す。

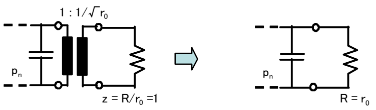
２．２．１はしご型回路

回路網関数からはしご型回路を導出する。目的の特性のフィルタの２-ポートの３つの多項式の係数が定まっているものとする。するとインピーダンス行列も定まるので、z_{11} からはしご型回路に展開するものとする。インピーダンス行列は両端開放の状態で定義されるため、ポート２が直列のインダクタで終わる場合は z_{11} にはこのインダクタが反映されない。このため、図３a）b）のようにポート２が並列の容量 p_nで終わる

形を選ぶものとする。これは式（３）で最高次の項が打ち消しあわない組み合わせの複号を選ぶことに帰着する。展開後は、図３c）に示すよう、Ｓ行列を定義した時に導入したポートの正規化のための理想トランスと、正規化された負荷とを組み合わせて一体化し、正規化を解いて元のインピーダンスに戻す。



a）はしご型回路 odd　 b) even



c）ポートの正規化を解く

図３．　はしご型回路への展開

はしご型回路の各素子は、入力イミタンスを連分数、あるいは零点移動法で分離していくことで求められる。
次数が奇数次（n=7）の時の入力イミタンスの展開法を示す。次数が偶数次の場合も基本的には双対の同様な定式化となる。

Ｉ．連分数展開(n=7:odd)

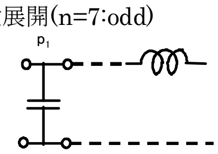


図４．　はしご型回路の素子分離

入力アドミタンス W より容量 p_1 を分離する

$$W_1=\frac{d_7s^7+d_5s^5+d_3s^3+d_1s}{d_6s^6+d_4s^4+d_2s^2+d_0}$$
$$=\frac{d_7}{d_6}s+\frac{d_5's^5+d_3's^3+d_1's}{d_6's^6+d_4's^4+d_2's^2+d_0'}\qquad(4)$$

$$p_1=\frac{d_7}{d_6}\qquad(5)$$

分母	分子
$d_5'=d_5-p_1d_4$	$d_6'=d_6$
$d_3'=d_3-p_1d_2$	$d_4'=d_4$
$d_1'=d_1-p_1d_0$	$d_2'=d_2$
	$d_0'=d_0$

分離後の入力インピーダンスＸ（n'=6:even）

$$X_2=\frac{1}{W_2}$$
$$=\frac{d_6's^6+d_4's^4+d_2's^2+d_0'}{d_5's^5+d_3's^3+d_1's}\qquad(6)$$

Ⅱ．　角周波数ωｉでの零点移動法（n=7:odd）

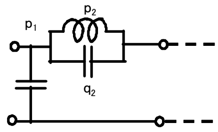


図５．はしご型回路の零点素子の分離

零点の周波数での入力サセプタンスを全て容量 p_1 に持たせて p_1 を分離する

$$W_1=\frac{d_7s^7+d_5s^5+d_3s^3+d_1s}{d_6s^6+d_4s^4+d_2s^2+d_0}\qquad(7)$$

$$p_1=\frac{d_7\left(-\omega_i^2\right)^3+d_5\left(-\omega_i^2\right)^2+d_3\left(-\omega_i^2\right)+d_1}{d_6\left(-\omega_i^2\right)^3+d_4\left(-\omega_i^2\right)^2+d_2\left(-\omega_i^2\right)+d_0}\qquad(8)$$

分離後のアドミタンス W は零点を持つ

$$W_2=W_1-p_1s$$
$$=\frac{d_7's^7+d_5's^5+d_3's^3+d_1's}{d_6's^6+d_4's^4+d_2's^2+d_0'}\qquad(9)$$

分子	分母
$d_7'=d_7-p_1d_6$	$d_6'=d_6$
$d_5'=d_5-p_1d_4$	$d_4'=d_4$
$d_3'=d_3-p_1d_2$	$d_2'=d_2$
$d_1'=d_1-p_1d_0$	$d_0'=d_0$

$$X_2=\frac{1}{W_2}$$
$$=\frac{d_6's^6+d_4's^4+d_2's^2+d_0'}{\left(\frac{s^2}{\omega_i^2}+1\right)\left(d_5''s^5+d_3''s^3+d_1''s\right)}$$
$$=\frac{p_2s}{\frac{s^2}{\omega_i^2}+1}+\frac{d_4''s^4+d_2''s^2+d_0''}{d_5''s^5+d_3''s^3+d_1''s}\qquad(10)$$

分母

（ $d_5''/\omega_i^2=d_7'$ 　同値）→（ $d_5''=\omega_i^2d_7'$ 同値）

$d_3''/\omega_i^2+d_5''=d_5'$ 　→　 $d_5''=d_5'-d_3''/\omega_i^2$

↑

$d_1''/\omega_i^2+d_3''=d_3'$ 　→　 $d_3''=d_3'-d_1''/\omega_i^2$

↑

$d_1''=d_1'$ 　→　 $d_1''=d_1'$

零点の留数を求める手法でインダクタ p_2 を分離

$$p_2 = X_2\left(\frac{s^2}{\omega_i^2}+1\right)\Big/ s\,\Bigg|_{s^2=-\omega_i^2}$$

$$= \frac{d_6'\left(-\omega_i^2\right)^3 + d_4'\left(-\omega_i^2\right)^2 + d_2'\left(-\omega_i^2\right) + d_0'}{d_5''\left(-\omega_i^2\right)^3 + d_3''\left(-\omega_i^2\right)^2 + d_1''\left(-\omega_i^2\right)} \qquad (11)$$

$$q_2 = \frac{1}{p_2\omega_i^2} \qquad (12)$$

分子

($d_4''\big/\omega_i^2 + p_2 d_5'' = d_6'$ 同値）→（ $d_4'' = \omega_i^2\left(d_6' - p_2 d_5'\right)$ 同値 ）

$d_2''\big/\omega_i^2 + d_4'' + p_2 d_3'' = d_4'$ → $d_4'' = d_4' - p_2 d_3'' - d_2''\big/\omega_i^2$

↑

$d_0''\big/\omega_i^2 + d_2'' + p_2 d_1'' = d_2'$ → $d_2'' = d_2' - p_2 d_1'' - d_0''\big/\omega_i^2$

↑

$d_0'' = d_0'$ → $d_0'' = d_0'$

分離後のインピーダンス X（n’=5 :odd）

$$X_3 = \frac{d_4''s^4 + d_2''s^2 + d_0''}{d_5''s^5 + d_3''s^3 + d_1''s} \qquad (13)$$

求める順序

① d_0'

② d_0' d_1' d_2' d_3' d_4' d_5' d_6' d_7'

③ d_1'' d_3'' d_5'' （同値 d_5'' ）

④ p_2 q_2

⑤ d_0'' d_2'' d_4'' （同値 d_4'' ）

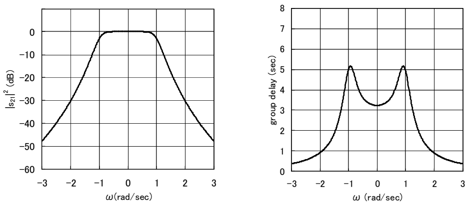
２．２．２　代表的な型の原型低域通過型フィルタ

代表的な型の原型低域通過型の多項式係数、特性、はしご型回路の定数を表１、図６の a)～i) に示す。紙面の制約で５次のフィルタを中心に一部しか示すことができないが、同じ手法で他の次数、スペックのフィルタを得ることは容易である。

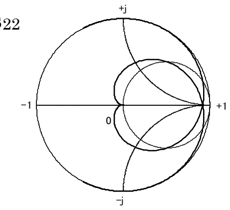
a) バターワース型　(n=5)

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	3.236068E+00	***	0.000000E+00
2	5.236068E+00	***	0.000000E+00
3	5.236068E+00	***	0.000000E+00
4	3.236068E+00	***	0.000000E+00
5	1.000000E+00	***	1.000000E+00

	n = 5	n = 6
R	1.00000E+00	1.00000E+00
p_1	6.18034E-01	5.17638E-01
p_2	1.61803E+00	1.41421E+00
p_3	2.00000E+00	1.93185E+00
p_4	1.61803E+00	1.93185E+00
p_5	6.18034E-01	1.41421E+00
p_6	***	5.17638E-01



s11 s22

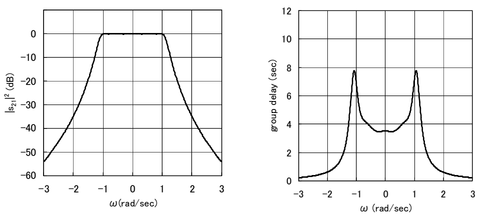


（軸対称）

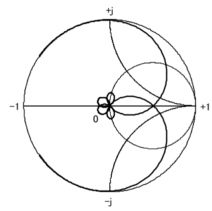
b) チェビシェフ型（n=5, リップル 0.1dB）

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	3.505527E+00	***	7.631035E-01
2	5.853198E+00	***	0.000000E+00
3	6.765856E+00	***	3.052412E+00
4	4.258631E+00	***	0.000000E+00
5	2.441927E+00	***	2.441927E+00

	n = 5	n = 6
R	1.00000E+00	1.35536E+00
p_1	1.14681E+00	1.16811E+00
p_2	1.37121E+00	1.40398E+00
p_3	1.97500E+00	2.05622E+00
p_4	1.37121E+00	1.51711E+00
p_5	1.14681E+00	1.90289E+00
p_6	***	8.61830E-01



s11 s22

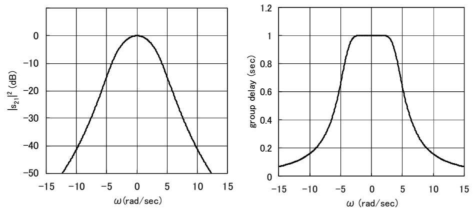


（軸対称）

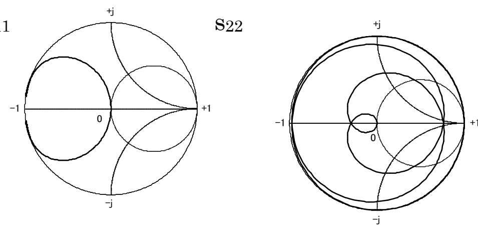
c) ベッセルフィルタ（n=5）

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	1.000000E+00	***	3.333333E-01
2	4.444444E-01	***	2.449680E-01
3	1.111111E-01	***	7.943197E-02
4	1.587302E-02	***	1.359805E-02
5	1.058201E-03	***	1.058201E-03

	n = 5	n = 6
R	1.00000E+00	1.00000E+00
p_1	9.30299E-01	8.37659E-01
p_2	4.57703E-01	4.11572E-01
p_3	3.31222E-01	3.15820E-01
p_4	2.08964E-01	2.36427E-01
p_5	7.18129E-02	1.48032E-01
p_6	***	5.04892E-02



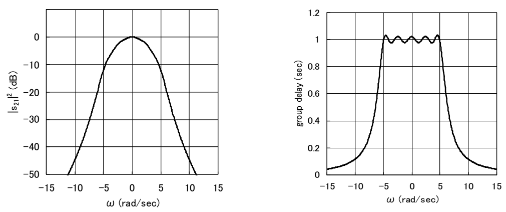
S11　S22



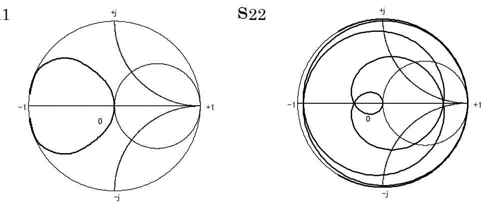
d) 群遅延チェビシェフ型平坦（n=5）

n = 5		
g(s)	f(s)	h(s)
a_i	b_i	c_i
1.021853E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
4.465048E-01	***	3.888096E-01
1.251954E-01	***	2.243789E-01
1.809487E-02	***	9.085682E-02
2.159009E-03	***	1.338468E-02
2.289975E-03	***	2.159009E-03

	n = 5	n = 6
R	1.00000E+00	1.00000E+00
p_1	9.16741E-01	6.74194E-01
p_2	3.79232E-01	4.25460E-01
p_3	3.56752E-01	2.66581E-01
p_4	2.53811E-01	2.80596E-01
p_5	1.37169E-01	2.00227E-01
p_6	***	1.10790E-01



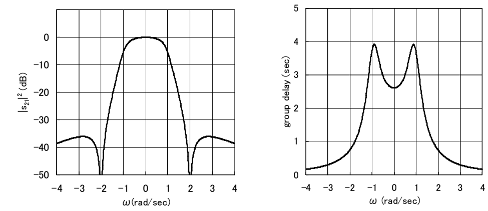
S11　S22



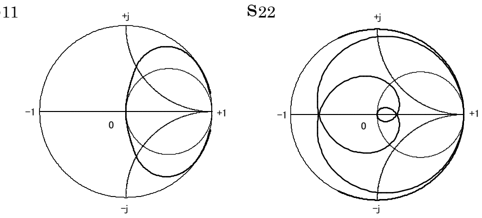
e) 有極型（n=4 バターワース型を有極化）

	n = 4		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	2.613126E+00	***	7.071068E-01
2	3.414214E+00	2.500000E-01	1.560819E+00
3	2.613126E+00	***	1.766816E+00
4	1.000000E+00	***	1.000000E+00

type	a		b	
R	1.00000E+00		1.00000E+00	
p_1/q_1	2.36320E+00	***	2.21398E+00	***
p_2/q_2	1.67538E+00	***	1.44939E+00	1.72486E-01
p_3/q_3	9.57034E-01	2.61224E-01	1.10625E+00	***
p_4/q_4	2.30639E-01	***	4.56627E-01	***



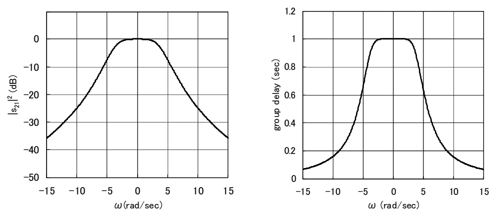
S11　S22



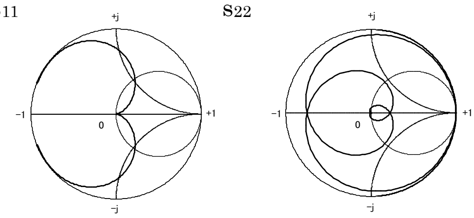
f) 実軸上伝送零点フィルタ（n=5 ベッセルフィルタを振幅平坦化）

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	1.000000E+00	***	0.000000E+00
2	4.444444E-01	-5.555556E-02	6.299408E-02
3	1.111111E-01	***	4.032387E-02
4	1.587302E-02	***	1.010635E-02
5	1.058201E-03	***	1.058201E-03

type	a		b		c	
R	1.00000E+00		1.00000E+00		1.00000E+00	
p_1/q_1	3.67006E-01	***	3.67006E-01	***	4.53186E-01	***
p_2/q_2	5.04067E-01	***	6.44647E-01	***	7.64031E-01	-7.27137E-02
p_3/q_3	3.95190E-01	***	5.51529E-01	-1.00730E-01	4.65349E-01	***
p_4/q_4	4.95933E-01	-1.12022E-01	3.55353E-01	***	2.35969E-01	***
p_5/q_5	2.37804E-01	***	8.14647E-02	***	8.14647E-02	***



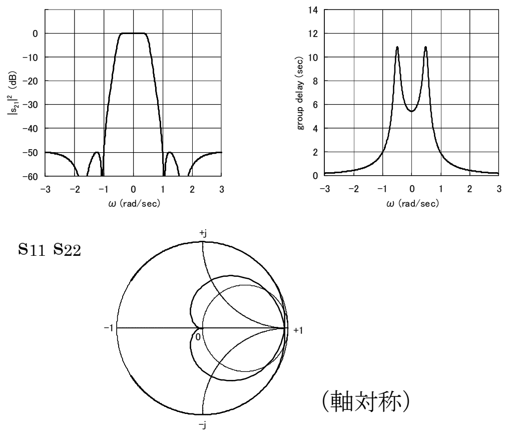
S11　S22



g) 逆チェビシェフ型（n=5、 リップル 50dB）

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	5.432078E+00	***	0.000000E+00
2	1.600374E+01	1.250000E+00	0.000000E+00
3	2.967905E+01	***	0.000000E+00
4	3.425287E+01	3.125000E-01	0.000000E+00
5	1.976414E+01	***	1.976414E+01

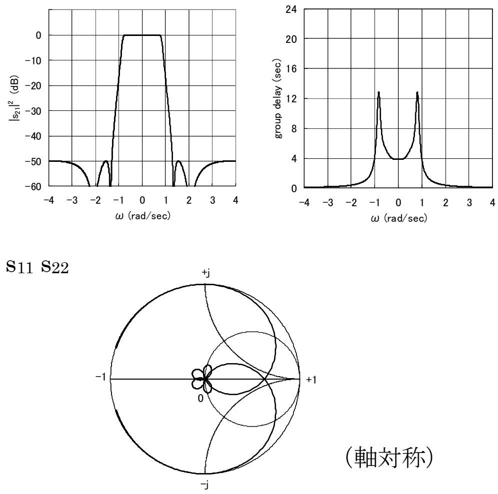
	n = 5	
R	1.00000E+00	
p_1/q_1	1.03743E+00	***
p_2/q_2	2.87293E+00	1.20257E-01
p_3/q_3	3.56303E+00	***
p_4/q_4	2.55915E+00	3.53442E-01
p_5/q_5	8.31614E-01	***



h) カウアーフィルタ (n=5、 リップル 0.1dB、 50dB)

	n = 5		
	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	3.869262E+00	***	8.916079E-01
2	7.869699E+00	7.815879E-01	0.000000E+00
3	1.151981E+01	***	5.429796E+00
4	9.199603E+00	1.283418E-01	0.000000E+00
5	6.947127E+00	***	6.947127E+00

	n = 5	
R	1.00000E+00	
p_1/q_1	1.37406E+00	***
p_2/q_2	1.62933E+00	1.44022E-01
p_3/q_3	2.22248E+00	***
p_4/q_4	1.34832E+00	4.05637E-01
p_5/q_5	1.16433E+00	***



i) 複素伝送零点フィルタ(n=9　ベッセルフィルタを有極化かつ振幅平坦化)

	g(s)	f(s)	h(s)
i	a_i	b_i	c_i
0	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00
1	1.000000E+00	***	7.948556E-02
2	4.705882E-01	-2.625279E-02	5.172763E-02
3	1.372549E-01	***	2.075719E-02
4	2.745098E-02	8.901408E-04	6.046093E-03
5	3.921569E-03	***	1.256016E-03
6	4.022122E-04	5.182167E-06	1.792649E-04
7	2.872944E-05	***	1.714690E-05
8	1.305884E-06	***	1.016410E-06
9	2.901964E-08	***	2.901964E-08

(はしご型回路では実現できず)

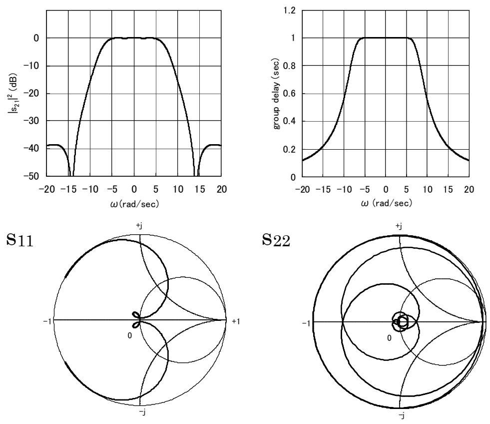


図６．原型低域通過型フィルタ特性

表１．　多項式係数、フィルタ回路定数

３．マイクロ波フィルタへの変換

この章では原型低域通過型からマイクロ波フィルタへの変換法を示す。　変数変換による直接周波数変換と、等価回路を含む間接周波数変換の手法がある。またその際、虚ジャイレータあるいは定リアクタンス素子による双対回路あるいは双対素子への変換、および実用的な狭帯域近似のテクニックと併用すると効果的である。

３．１　虚ジャイレータおよび定リアクタンス素子による双対変換

虚ジャイレータはＦ行列が式(14)で示される２-ポートである。

$$(F) = \begin{pmatrix} 0 & \pm j \\ \pm j & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

符号の異なる虚ジャイレータを２-ポートの前後に接続すると元の２-ポートの双対回路へ変換される。

$$\begin{pmatrix} 0 & \pm j \\ \pm j & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & \mp j \\ \mp j & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & C \\ B & A \end{pmatrix} \quad (15)$$

通常は虚ジャイレータは、図７a) b)に示すようにその前あるいは後に接続されるインピーダンス変換用の理想トランスと組み合わせて、係数±Ｋの虚ジャイレータとして使用され、c)のように表記される。　そして、図 d) e) に示すように、リアクタンス値が±Ｋの定リアクタンス素子のπ型あるいはＴ型の等価回路で実現される。

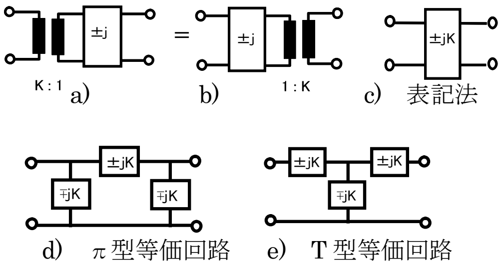


図７．　係数±K の虚ジャイレータ

また定リアクタンス素子自体も双対素子への変換に使われる。　図８a)と b)および c)と d)はそれぞれ等価な１-ポートであり、かつ双対素子を有している。かつ a)と c)および b)と d)は双対な形の１-ポートとなっている。双対素子の方が実現しやすい場合に、双対素子への等価変換に用いられる。

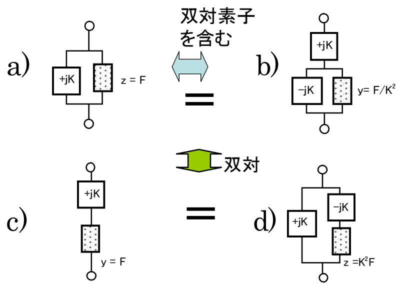


図８．　双対素子への変換

３．２　直接周波数変換

原型低域通過型の変数を変数変換することで直接マイクロ波帯のフィルタに変換できる。原型低域通過型の回路網関数の複素周波数 s を有理関数 $\frac{\omega_0}{\Delta}\left(\frac{s}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{s}\right)$ あるいは周期関数 $-jx\cot\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ に置き換えると、マイクロ波帯の集中定数あるいは分布定数の回路網関数となる。
これに伴い変換される素子を表２に示す。

３．２．１　無極型フィルタ

図９に示すように無極型フィルタは、原型低域通過型では単純なはしご型回路で実現できる。このはしご型回路は適当な係数の虚ジャイレータにより値のそろった並列接続の容量、あるいは直列接続のインダクタの回路に変換できる。さらに直接変換の周波数変換と狭帯域近似によりマイクロ波帯での帯域通過型フィルタを実現できる。

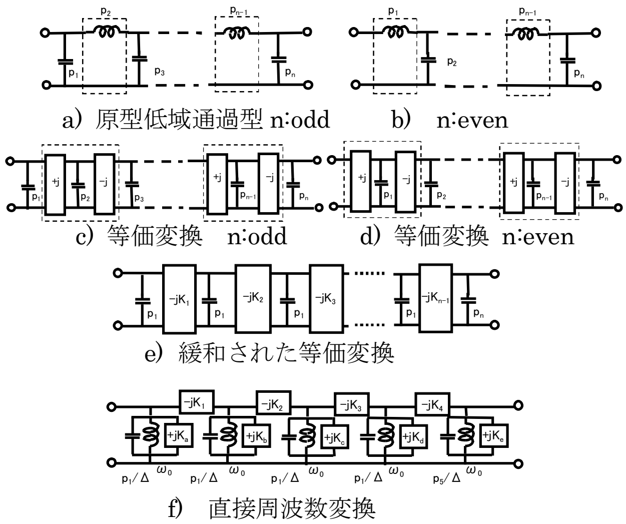
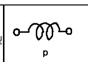
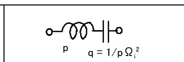
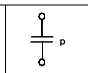
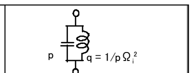
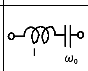
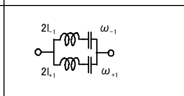
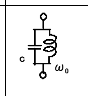
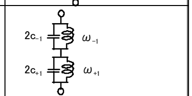
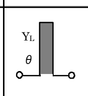
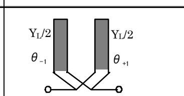
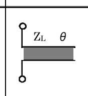
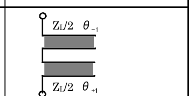


図９．　虚ジャイレータを用いた変換

示した変換は、e)の段階からは透過係数および反射係数の位相が反転する場合も許した緩和された等価変換となる。さらに虚ジャイレータを構成する定リアクタンス素子を狭帯域近似で容量あるいはインダクタで実現する。ただしこの近似法では、中心周波数における振幅特性のみ理論値と一致するが、群遅延等には乖離が生じる。

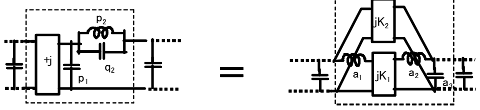
表２．　変数変換と素子

原型低域通過型	 p	 p　$q=1/p\Omega_i^2$	 p	 p　$q=1/p\Omega_i^2$
帯域通過型	 l　ω_0	 $2l_{-1}$　ω_{-1}　$2l_{+1}$　ω_{+1}	 c　ω_0	 $2c_{-1}$　ω_{-1}　$2c_{+1}$　ω_{+1}
有理関数	$l=p/\Delta$ ω_0^2	$l_{\pm1}=\dfrac{p}{\Delta\left(1\pm\dfrac{\Delta\cdot\Omega_i}{\sqrt{4\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2}}\right)}$ $\omega_{\pm1}^2=\dfrac{2\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2\pm\Delta\cdot\Omega_i\sqrt{4\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2}}{2}$	$c=p/\Delta$ ω_0^2	$c_{\pm1}=\dfrac{p}{\Delta\left(1\pm\dfrac{\Delta\cdot\Omega_i}{\sqrt{4\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2}}\right)}$ $\omega_{\pm1}^2=\dfrac{2\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2\pm\Delta\cdot\Omega_i\sqrt{4\omega_0^2+\Delta^2\cdot\Omega_i^2}}{2}$
帯域通過型	 Y_L　θ	 $Y_L/2$　θ_{-1}　$Y_L/2$　θ_{+1}	 Z_L　θ	 $Z_L/2$　θ_{-1}　$Z_L/2$　θ_{+1}
周期関数	$jY_L\tan(\theta)$ $\theta=\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega}{\omega_0}$ $Y_L=\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0 p}$	$j\dfrac{Y_L}{2}\tan(\theta_{-1})+j\dfrac{Y_L}{2}\tan(\theta_{+1})$ $\theta_{\pm1}=\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega\pm\Delta\omega}{\omega_0}$ $\Delta\omega_i=\dfrac{2\omega_0}{\pi}\mathrm{Arc}\sin\left(\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0}\Omega_i\right)$ $Y_L=\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0 p}$	$jZ_L\tan(\theta)$ $\theta=\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega}{\omega_0}$ $Z_L=\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0 p}$	$j\dfrac{Z_L}{2}\tan(\theta_{-1})+j\dfrac{Z_L}{2}\tan(\theta_{+1})$ $\theta_{\pm1}=\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega\pm\Delta\omega}{\omega_0}$ $\Delta\omega_i=\dfrac{2\omega_0}{\pi}\mathrm{Arc}\sin\left(\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0}\Omega_i\right)$ $Z_L=\dfrac{\pi\Delta}{4\omega_0 p}$

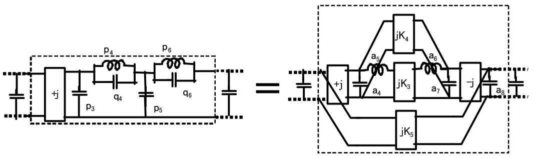
３．２．２　有極型フィルタと虚ジャイレータを用いた等価変換

有極型のマイクロ波フィルタをはしご型回路で実現する場合、原型低域通過型に直接周波数変換を適用すると共振回路の数や種類が増えて実現が困難になる。この不都

合は虚ジャイレータを用いた等価変換で緩和できる。



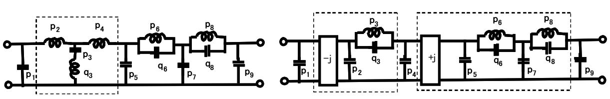
a)　ＣＱ(Cascaded Quadruplet)セクション



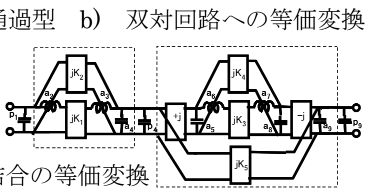
b)　２重飛び越し結合

図１０．　虚ジャイレータを用いた伝送零点実現

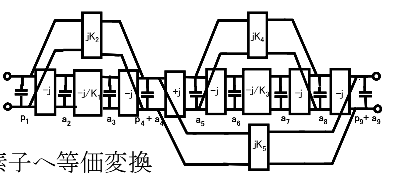
図１０a) b)において、左側の回路セクションが与えられれば、それらと全く等価な右の回路セクションを得る。左の回路セクションでは伝送零点を実現するため共振回路が必要であるが、右の等価回路では共振回路なしで伝送零点を実現できる。　図１１にこの応用例を示す。９次の群遅延チェビシェフ型平坦フィルタに、虚軸上に１組、実軸上に２組の伝送零点を付加してそれぞれ減衰極の形成と振幅の平坦化を行う。a)では１番目と３番目の共振回路は実軸上の伝送零点、２番目の共振回路は虚軸上の伝送零点に対応する。ｂ）と c)に示すように１番目の共振回路のセクションをＣＱセクションに、２番目と３番目の共振回路のセクションを２重飛び越し結合に対応させて等価変換を行う。　さらに e)の定リアクタンス素子による等価回路に変換し、狭帯域近似でマイクロ波帯のフィルタ f) を得る。



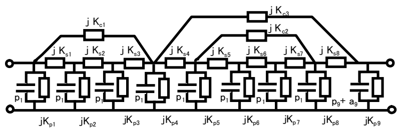
a) 原型低域通過型　b)　双対回路への等価変換



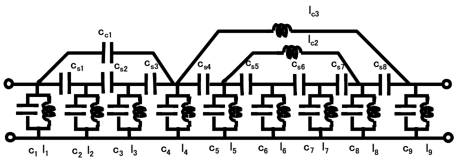
c) 飛び越し結合の等価変換



d) 双対素子へ等価変換



e) 定リアクタンス素子の等価変換



f) 狭帯域近似　マイクロ波フィルタ

図１１．　９次の自己等化型フィルタ

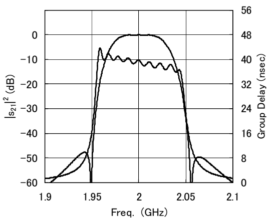
表３．　　フィルタ回路定数

R	1.00000E+00	
p_1/q_1	2.85782E-01	***
p_2/q_2	2.94582E-01	***
p_3/q_3	4.03998E-01	-4.01210E-02
p_4/q_4	2.13918E-01	***
p_5/q_5	1.81838E-01	***
p_6/q_6	5.96326E-02	9.85892E-02
p_7/q_7	1.90598E-01	***
p_8/q_8	2.47565E-01	-6.54730E-02
p_9/q_9	1.61740E-01	***

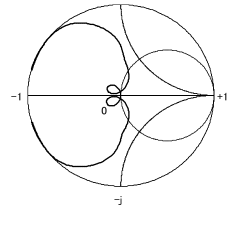
R	1.00000E+00	K_{p1}	7.90060E-01	K_{s1}	-9.43611E-01
p_1	2.85782E-01	K_{p2}	5.12536E-01	K_{s2}	-1.12193E+00
p_9	1.61740E-01	K_{p3}	4.62268E-01	K_{s3}	-7.86210E-01
a_9	-8.81476E-02	K_{p4}	3.63191E-01	K_{s4}	-6.97091E-01
K_{c1}	-4.85513E+00	K_{p5}	3.55205E-01	K_{s5}	-6.94258E-01
K_{c2}	1.67664E+01	K_{p6}	2.94785E-01	K_{s6}	-5.12318E-01
K_{c3}	6.28731E+00	K_{p7}	2.56552E-01	K_{s7}	-5.13892E-01
***	***	K_{p8}	2.92907E-01	K_{s8}	-6.54551E-01
***	***	K_{p9}	7.30613E-01	***	***

$\omega_0/2\pi$	2.000000000E+09	***	⊿	2.7%
R	1.00000E+00	***	**	***
c_1 / l_1	5.47443242E-09	1.13585603E-12	c_{s1}	8.43328857E-11
c_2 / l_2	5.41989362E-09	1.13585603E-12	c_{s2}	7.09291814E-11
c_3 / l_3	5.40301000E-09	1.13585603E-12	c_{s3}	1.01216509E-10
c_4 / l_4	5.35604911E-09	1.13585603E-12	c_{s4}	1.14156491E-10
c_5 / l_5	5.35112293E-09	1.13585603E-12	c_{s5}	1.14622443E-10
c_6 / l_6	5.30520506E-09	1.13585603E-12	c_{s6}	1.55328187E-10
c_7 / l_7	5.26497513E-09	1.13585603E-12	c_{s7}	1.54852371E-10
c_8 / l_8	5.30347389E-09	1.13585603E-12	c_{s8}	1.21575608E-10
c_9 / l_9	1.32674187E-09	4.41091291E-12	c_{c1}	1.63903875E-11
***	***	***	l_{c2}	1.33424821E-09
***	***	***	l_{c3}	5.00329449E-10

S21



S11



S22

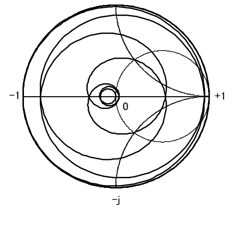


図１２．　マイクロ波フィルタ特性

３．３　等価回路による間接周波数変換

原型低域通過型フィルタの回路網関数の変数を変数変換する直接周波数変換に対し、マイクロ波フィルタの等価回路に当てはめていく間接周波数変換がある。例として結合線路フィルタを示す。図１３は両端開放の１/４波長の結合線路セクションと対応する原型低域通過型のセクションを示す。

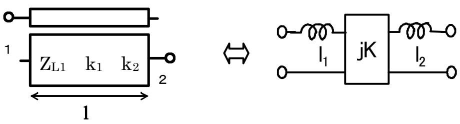


図１３．結合線路と対応する等価回路

$$(F_1)=\begin{pmatrix} \dfrac{\cos\beta l}{k_1} & j\dfrac{k_1k_2-\cos^2\beta l}{k_2\sqrt{1-k_1k_2}\sin\beta l}Z_{L1} \\ j\dfrac{\sqrt{1-k_1k_2}\sin\beta l}{k_1Z_{L1}} & \dfrac{\cos\beta l}{k_2} \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{p}{x}\right)^2}}\begin{pmatrix} j\dfrac{1}{k_1x}p & j\dfrac{\sqrt{1-k_1k_2}Z_{L1}}{k_2x^2}p^2+j\dfrac{k_1Z_{L1}}{\sqrt{1-k_1k_2}} \\ j\dfrac{\sqrt{1-k_1k_2}}{k_1Z_{L1}} & j\dfrac{1}{k_2x}p \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$p=-jx\cot\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad Z_{L2}=\frac{k_1}{k_2}Z_{L1} \qquad \beta l=\frac{\pi\omega}{2\omega_0}$$

$$(F_2)=\begin{pmatrix} j\dfrac{l_1}{K}s & j\dfrac{l_1l_2}{K}s^2+jK \\ j\dfrac{1}{K} & j\dfrac{l_2}{K}s \end{pmatrix} \quad (17)$$

両者のＦ行列式（１６）と（１７）を比べると、 $p=-jx\cot\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ と複素周波数 s が対応している。これより両Ｆ行列を等価に対応させることができる。この条件は式(18)となり、両者の各行列要素を０次とプラスあるはマイナス１次の項まで一致させることができる。

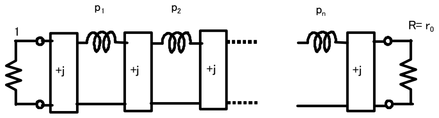
$$k_1=\frac{K}{xl_1} \quad k_2=\frac{K}{xl_2} \quad Z_{L1}=x\sqrt{1-k_1k_2}\cdot l_1$$

$$x=\frac{4\omega_0}{\pi\Delta} \quad (18)$$

図１４a）のはしご型の緩和された等価な原型低域通過型フィルタを結合線路フィルタのそれぞれの１/４波長の結合線路セクションに対応できる形 b）に等価変換する。両端のセクションは２-ポートとして等価変換できない形であるため、信号源、負荷を見込んだ１-ポートが等価となる変換を行う。この条件は式（１９）となる。

$$k_1=\frac{RK}{Rlx+K^2} \qquad k_2=\frac{K}{R} \qquad Z_{L1}=\sqrt{\frac{lx(lxR+K^2)}{R}} \quad (19)$$

すべてのセクションを対称型結合線路とするには、更にパラメータの自由度を増やしてＸ,Ｙというパラメータを加える。これより、全てのセクションが対称型の１/４波長の結合線路で構成され、c）の結合線路フィルタの定数が定まる。



a）緩和された等価変換の原型低域通過型

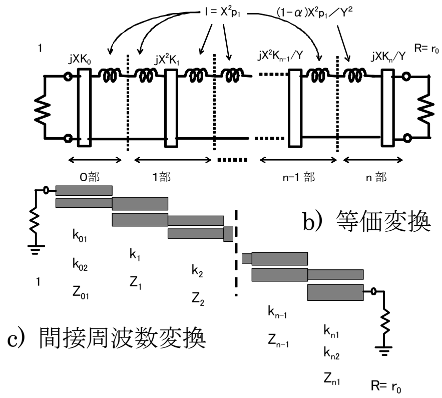


図１４．結合線路フィルタへの変換

表４．結合線路フィルタ回路定数

opened λ/4	shunted λ/4		
⊿	⊿	10%	10%
R	G	1.00000E+00	5.00000E-01
Z_{L0i}	Y_{L0i}	8.92943E-01	9.75837E-01
k_{0i}	k_{0i}	4.50171E-01	2.18499E-01
Z_{L1i}	Y_{L1i}	7.87448E-01	9.48190E-01
k_{1i}	k_{1i}	1.57080E-01	9.23344E-02
Z_{L2i}	Y_{L2i}	7.94301E-01	9.48081E-01
k_{2i}	k_{2i}	8.73195E-02	9.35693E-02
Z_{L3i}	Y_{L3i}	7.94301E-01	9.44456E-01
k_{3i}	k_{3i}	8.73195E-02	1.27753E-01
Z_{L4i}	Y_{L4i}	7.87448E-01	9.30559E-01
k_{4i}	k_{4i}	1.57080E-01	2.12262E-01
Z_{L5i}	Y_{L5i}	8.92943E-01	3.38608E-01
k_{5i}	k_{5i}	4.50171E-01	7.35784E-01

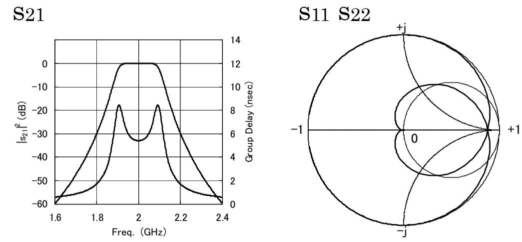
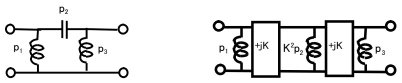


図１５．結合線路フィルタ特性

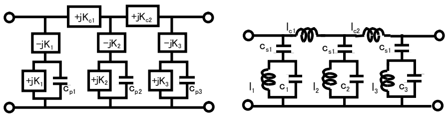
３．４　帯域阻止フィルタ

実用的な構成のマイクロ波帯の帯域阻止フィルタも、原型低域通過型を元に、周波

数変換と双対素子への変換を応用して導くことができる。



a) 原型高域通過型　b)等価変換



c) 等価変換　　　d) 帯域阻止フィルタ

図１６．　帯域阻止フィルタ

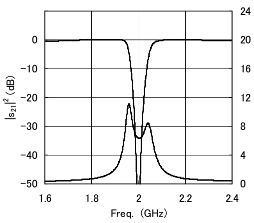
表５．　フィルタ回路定数

R	1.00000E+00
p_1	1.00000E+00
p_2	5.00000E-01
p_3	1.00000E+00
K	7.07107E-01

R	1.00000E+00	**	***	**	***
c_{p1}	2.00000E+00	K_1	7.07107E-01	K_{c1}	7.07107E-01
c_{p2}	2.00000E+00	K_2	3.53553E-01	K_{c2}	7.07107E-01
c_{p3}	2.00000E+00	K_3	7.07107E-01	**	***

R	1.00000E+00	$\omega_0/2\pi$	2.00000000E+09	⊿	2.8%
l_1 / c_1	1.98943679E-12　3.07055932E-09	c_{s1}	1.12539540E-10	l_{s1}	5.62697698E-11
l_2 / c_2	1.98943679E-12　2.95801978E-09	c_{s2}	2.25079079E-10	l_{s2}	5.62697698E-11
l_3 / c_3	1.98943679E-12　3.07055932E-09	c_{s3}	1.12539540E-10	**	***

S21



S11 S22

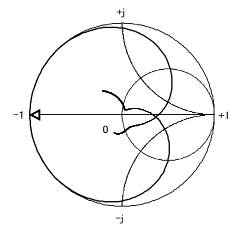
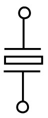
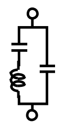


図１７．　帯域阻止フィルタ特性

３．５　非対称特性のフィルタ

原型低域通過型の回路網関数がカバーする特性は、原点の周りで実部は偶対称、虚部は奇対称のみとなる。　周波数変換をしてもこれらの特徴は維持されるため、中心周波数に対し非対称の帯域通過型フィルタは設計できない。しかし、原型低域通過型の段階で定リアクタンス素子を導入して非対称性を許すと、周波数変換を行っても、この非対称性を維持したマイクロ波フィルタの設計ができる。　偶数次のピエゾ素子の帯域通過フィルタの設計例を示す。

a)ピエゾ素子  b)等価回路 

c) 周波数特性

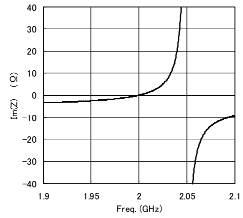
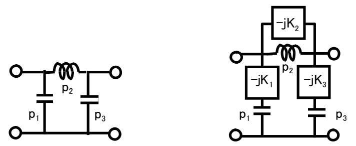
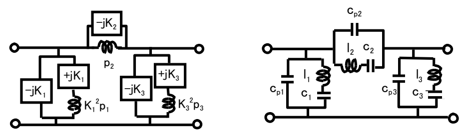


図１８．　ピエゾ素子



a) 原型低域通過　b)非対称減衰極の付加



c) 双対素子の等価変換　d)マイクロ波フィルタ

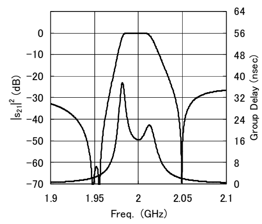
図１９．　非対称特性のフィルタ

表６．フィルタ回路定数

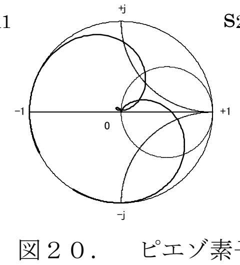
R	1.00000E+00		
p_1	1.00000E+00	K_1	4.34783E-01
p_2	2.00000E+00	K_2	5.00000E+00
p_3	1.00000E+00	K_3	3.70370E-01

R	1.00000E+00	$\omega_0/2\pi$	2.000000000E+09	⊿	1.8%
l_1	3.9788736E-09	c_1	1.5915494E-12	c_{p1}	1.8302818E-10
l_2	7.9577472E-09	c_2	7.9577472E-13	c_{p2}	1.5915494E-11
l_3	3.9788736E-09	c_3	1.5915494E-12	c_{p3}	2.1485917E-10

S21



S11



S22

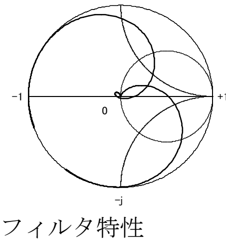


図２０．　ピエゾ素子フィルタ特性

図１９b) c) で双対素子への等価変換が使われている。

参考文献

1] 武田重喜、“～基礎から実用等価回路まで～　詳解　高周波通信用フィルタ設計手法”、トリケップス、２００６、０４